

FUNCIÓN EXPONENCIAL: UNA EXPERIENCIA MEDIADA POR TECNOLOGÍA DIGITAL CON ESTUDIANTES DE CARRERAS DE HUMANIDADES

EXPONENTIAL FUNCTION: A DIGITAL TECHNOLOGY MEDIATED EXPERIENCE WITH STUDENTS OF HUMANITIES DEGREE COURSES

Flor Carrillo, Cristian Julian, Jesús Flores

Pontificia Universidad Católica del Perú, Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las
Matemáticas IREM-PUCP (Perú)

f.carrillo@pucp.edu.pe, ecjuliant@pucp.pe, jvflores@pucp.pe

Resumen

En el artículo se muestra una tarea que permite trabajar la noción de función exponencial en un primer curso de matemáticas, dirigido a estudiantes de carreras de humanidades de una universidad particular de Lima-Perú. Se consideran aspectos de la Teoría de Registros de Representación Semiótica como marco teórico y la metodología es cualitativa. Para la resolución de la tarea, se usó la calculadora Casio *fx-991 ClassWiz*, en la que se identificó la coordinación de los diferentes registros de representación semiótica de los estudiantes cuando resuelven una tarea sobre función exponencial. Los resultados revelaron que coordinaron los registros algebraicos y lengua natural. Además, se evidenció la pertinencia de la mediación de la tecnología.

Palabras clave: función exponencial, representaciones, calculadora

Abstract

The article shows a task that allows working the notion of an exponential function in a first mathematics course. It is addressed to students of humanities degree courses of a private university of Lima-Peru. We consider aspects of the Theory of Registers of Semiotic Representation as a theoretical framework; and we used a qualitative methodology. The scientific calculator Casio *fx-991 ClassWiz* is used to solve the task. In this task, we identified how the students coordinate the different registers of semiotic representation when they solve an exponential function task. The results reveal that the students coordinated the natural and algebraic language registers. In addition, the appropriate use of technology is evident.

Key words: exponential function, representations, calculator

■ Introducción

La investigación presenta una tarea elaborada que permite movilizar la noción de función exponencial, con estudiantes del curso matemática básica del primer ciclo de carreras de humanidades de una universidad particular de Lima-Perú. La tarea que se presenta se elaboró tomando como base aspectos de la Teoría de Registros de Representación Semiótica de Duval (1995), ya que define los distintos tipos de registros para un mismo objeto matemático, para nuestra tarea emplearemos los registros en lengua natural, tabular y algebraico; además se considera pertinente como mediador la calculadora científica Casio *fx-991 ClassWiz*. En cuanto a la metodología empleada es de corte cualitativo, en el sentido de Borba (2004), quien explica la eficacia de este tipo de metodología cuando se realizan investigaciones en Educación Matemática.

Este artículo se inicia con la presentación de aspectos de la Teoría de Registros de Representación Semiótica y aspectos metodológicos a emplear en el análisis de la tarea, luego una reflexión sobre la pertinencia de la tecnología digital, después se realiza una breve descripción de la experiencia realizada en el aula para finalmente presentar el análisis y resultados de la investigación.

■ Teoría de registros de representación semiótica: aspectos considerados

Para el análisis de la tarea se toma como base aspectos de la Teoría de Registros de Representación Semiótica de Duval (1995) porque según el autor, aprender matemáticas involucra actividades cognitivas como la conceptualización, el razonamiento y la resolución de problemas; además, afirma que en la actividad matemática se deberían coordinar diferentes registros de representación semiótica como el registro de lengua natural, el registro algebraico, el registro figural y el registro gráfico; en nuestro trabajo se pretende que los estudiantes participantes coordinen los registros de lengua natural y algebraico.

Con relación a la coordinación de registros, el investigador afirma que “la coordinación de muchos registros de representación semiótica es fundamental para una aprehensión conceptual de objetos, es preciso que un objeto no sea confundido con sus representaciones y que sea reconocido en cada una de sus representaciones posibles” (Duval 2012, p. 5). También manifiesta que los tratamientos son las distintas transformaciones realizadas en una representación dentro de un mismo registro los cuales obedecen las reglas propias de la representación tales, representación de una curva, una función en el plano cartesiano (registro gráfico), expresiones algebraicas (registro algebraico) etc.; y que la conversión se realiza cuando la transformación es externa, es decir al cambiar de registro (Duval, 2012, p. 15).

En ese sentido, en la figura 1 se muestra las conversiones y tratamientos de las diferentes representaciones de la función exponencial y cómo estos registros se coordinan.

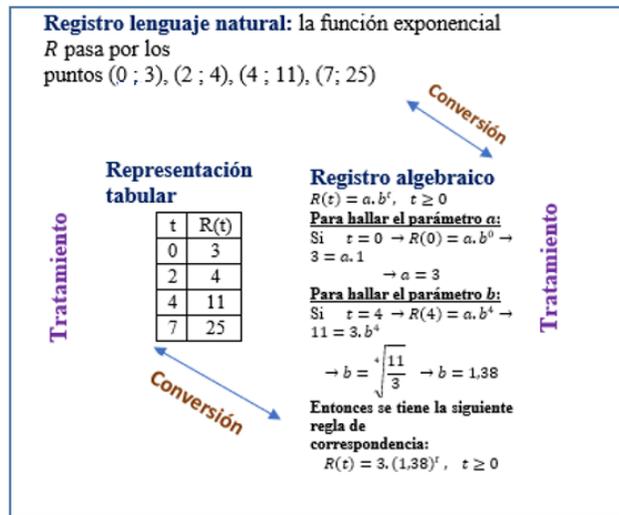


Figura 1. Tratamientos y conversiones en las representaciones de la función exponencial

Como se observa en la figura 1 la tarea proporciona información sobre cuatro puntos de paso de la representación de la función exponencial R (representación en lenguaje natural), lo que permite plantear una expresión matemática que describe a esa función. También se distingue la representación tabular a partir del registro en lenguaje natural. Luego, se realiza la *conversión* de la representación en tablas (registro tabular) al registro algebraico en que por medio de relaciones y operaciones algebraicas se determinan los parámetros a y b esto muestra los *tratamientos* necesarios en el registro algebraico.

En la representación algebraica resultante es posible identificar los puntos de paso de la función R que se han empleado lo que se espera es la coordinación de los registros de lengua natural y algebraico. Como ese proceso es cíclico, es posible que se realice en forma inversa. Es en ese sentido, el presente trabajo tiene como foco analizar la coordinación de los registros lengua natural, tabular y algebraico que realizan los estudiantes al desarrollar la tarea en la que utilizan calculadora científica.

Con respecto a la metodología de la investigación, es cualitativa ya que las investigaciones cualitativas expanden la información de un tema significativo de investigación y estudia el todo integrado como una unidad en distintas tareas. Según Taylor y Bogdan (2000), la metodología cualitativa es inductiva ya que el investigador ve el escenario y a las personas en una perspectiva holística; las personas, los escenarios o grupos no son reducidos a variables sino son considerados como un todo. Además, de acuerdo con Borba (2004), la investigación cualitativa prioriza los procedimientos, la descripción y el análisis.

■ Calculadora científica como interfaz

En este estudio se explora el uso de la tecnología digital, calculadora *Casio fx-991 ClassWiz*, con la finalidad de favorecer la movilización del concepto función exponencial en estudiantes de los primeros ciclos de las carreras de humanidades. Para ello, se presentó a los estudiantes una tarea de función exponencial dada en registro en lengua natural, siendo el objetivo determinar la regla de correspondencia de dicha función, es decir, la conversión al registro algebraico.

Para el desarrollo de la tarea se considera necesario incorporar progresivamente el uso de este modelo de calculadora debido a que sus funciones y comandos permiten que se realicen diferentes tratamientos, etc. Por ejemplo, permite

realizar conversiones, visualizar su representación algebraica y gráfica en línea mediante el uso de código QR, esto gracias a que con esta calculadora se puede interactuar con otras tecnologías como los teléfonos inteligentes, tabletas, etc.

Es en ese sentido, pensamos que el uso de esta tecnología permite simplificar procesos algorítmicos y orientar la atención a la exploración, manipulación, contraste e interpretación de los resultados, para que el estudiante se concentre en la comprensión de la tarea y en el análisis de la solución de esta, pues favorece la construcción de un nuevo ambiente de aprendizaje. Al respecto Trouche (2005), expresa que tareas con el uso de calculadoras necesitan ser construidas por los docentes. Además, señala que la tecnología no simplifica el trabajo del docente ni del estudiante, sino que ayuda a la construcción de conocimiento matemático en un ambiente diferente al lápiz y papel.

A continuación, se presenta la tarea, su desarrollo esperado y lo efectivamente realizado por el estudiante que es sujeto de análisis en este artículo.

■ Tarea sobre función exponencial

La experiencia se realizó con estudiantes de carreras de humanidades de una universidad privada de Lima-Perú, cuyas edades van desde los 16 a 18 años. Se trabajó en una sesión, primero se les presentó una tarea sobre función exponencial en la que se les pidió determinar la regla correspondencia donde era indispensable el uso de la calculadora Casio fx-991 ClassWiz, además se les proporcionó una ficha con el procedimiento a seguir para el desarrollo de dicha tarea.

Cabe resaltar que los estudiantes del curso de matemática básica trabajaron de manera individual, durante 20 minutos. La tarea fue aplicada a un total de 20 de estudiantes de los que, para la presente comunicación, presentamos la producción de uno de ellos, a quien llamamos Juan. La selección de este estudiante se realizó debido a que presentaba una asistencia regular a las clases y sus notas están sobre el promedio de las notas del horario. En primer lugar, se presentó una tarea de función exponencial dada en lengua natural y se mediado por el uso de calculadora Casio fx-991 ClassWiz se pide hallar la regla de correspondencia de dicha función. Luego, se propuso la ruta a seguir por cada estudiante para lograr la solución de lo solicitado. El objetivo de esta tarea es que los estudiantes coordinen el registro de lengua natural y algebraico. Cabe resaltar que la tarea debe ser desarrollada utilizando la tecnología digital y/u otros medios que tengan a su alcance. La tarea propuesta a los estudiantes, la mostramos en la figura 2 a continuación.

Función exponencial y calculadora

En los comienzos de la década de 1990, *Flovic S.A.* entró al mercado de venta al por menor con la *Flovic Presario*, y fue uno de los primeros fabricantes de mediados de los noventas en vender una PC a un precio inferior a mil dólares. El informe realizado de la compañía por el New York Times nos manifiesta lo siguiente: Ingresos de ventas de computadores *Flovic S.A.* (una marca ahora extinguida) son mostrados en la siguiente tabla, donde t representa años desde 1990. Obtenga el modelo exponencial para los datos.

t : años (1990 = 0)	0	2	4	7
$R(t)$: ingresos (\$ billones)	3	4	11	25

- $R(t)$ es aproximado.
Dada la información, complete con 4 decimales: $R(t) = a(b)^t =$ _____

Figura 2: Tarea propuesta a los estudiantes

La tarea propuesta (ver figura 2) exige que los estudiantes realicen la conversión del lenguaje natural al registro algebraico; es decir, a partir del enunciado empleen las interfaces de la calculadora para determinar la regla de correspondencia.

En esta parte, es necesario aclarar que la resolución de la tarea se realiza con apoyo e la calculadora.

A continuación, se muestra la propuesta del procedimiento esperado, con el uso de la calculadora:

Presione la tecla Menú de la calculadora y ubique el cursor en la opción 6 (ESTADÍSTICA)



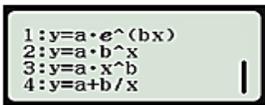
Presione la tecla igual "=", y visualizará lo siguiente:



A continuación, desplégue la tecla metálica hacia abajo



Visualizará lo siguiente:



Luego de presionar 2, visualizará lo siguiente:

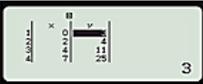


Completar con los datos:

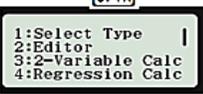
t: años (1990 = 0)	0	2	4	7
R (t) : ingresos (\$ billones)	3	4	11	25

Considere $t = x$; $R (t) = y$

Para pasar a otra celda, presionar "="



Luego presione **OPTN** visualizará



Presione la opción 4 (REGRESIÓN)¹



Figura 3: Procedimiento para la resolución de la tarea.

De acuerdo con el procedimiento realizado en la figura 3, se obtiene la regla de correspondencia de la función: $R(t) = 2,6770 \cdot (1,3774)^t$, $t \geq 0$

■ Análisis de la tarea

Para el desarrollo de la tarea es necesario que se realice una conversión (representación tabular) mediada por la calculadora; esto se puede observar de la secuencia anterior. En primer lugar, se debe identificar la forma de la expresión algebraica a la que se quiere llegar $y = a \cdot b^x$, luego se debe trabajar en representación tabular (ingreso de datos de la tarea), finalmente, se obtienen los parámetros necesarios para resolver la tarea propuesta; es decir los valores de a y b .

En la aplicación de la tarea 17 de 20 estudiantes realizaron la conversión al registro algebraico. Por otro lado, algunos estudiantes desarrollaron la tarea empleando lápiz y papel.

En la figura 4, se presenta lo realizado por Juan, con el uso de la calculadora, en el proceso de resolución de la tarea de función exponencial.

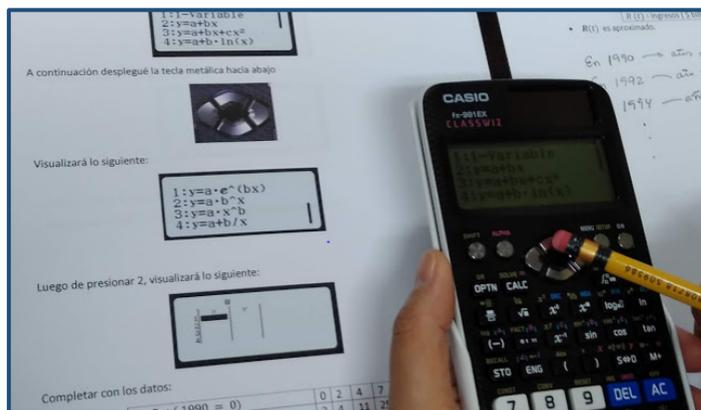


Figura 4: Procedimiento para la resolución de la tarea.

Se observa como Juan selecciona la forma de la ecuación que se desea modelar. Es decir que sigue las indicaciones dada en la ficha y luego ingresa los datos de la tabla en la calculadora (de acuerdo con la opción que se solicita).

A seguir, como se puede observar en la figura 5, el estudiante asocia la información del enunciado de la tarea, el tiempo dado en años con $t = 0, t = 1, t = 2$, etc. Es decir que interpreta el enunciado dado en lenguaje natural y lo lleva al registro tabular.

También, se observa que ingresa los datos y transcribe a la ficha los datos de la tabla de la calculadora.

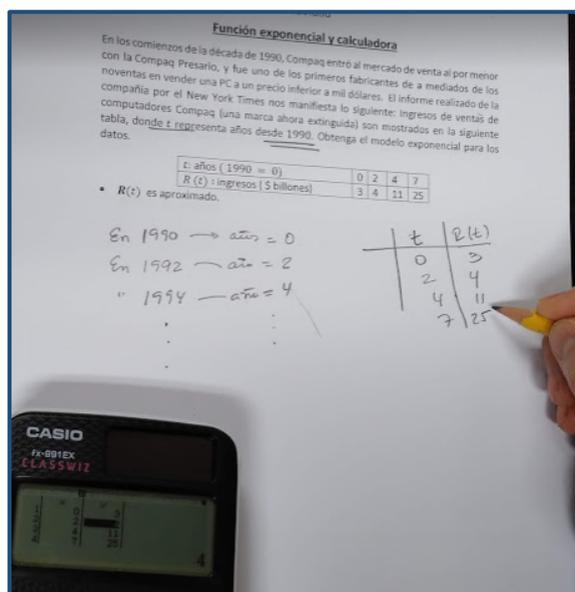


Figura 5: Ingreso de datos de la tarea.

Finalmente, después de continuar con todo el procedimiento propuesto, Juan llega a la respuesta esperada como podemos observar en la figura 6.

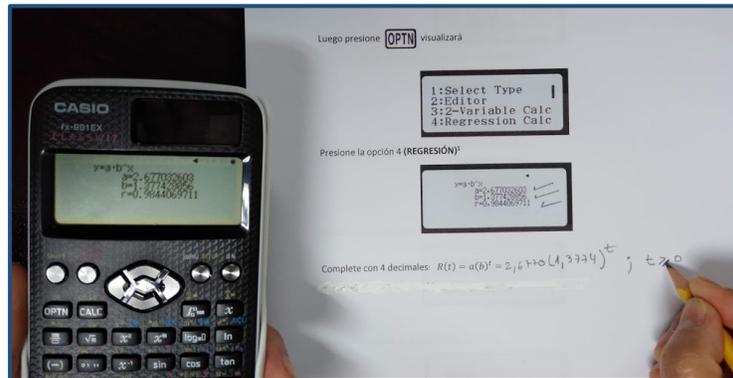


Figura 6: Respuesta de la tarea propuesta.

Por otro lado, el uso de la calculadora para el desarrollo de la tarea fue exitoso ya que todos los estudiantes tienen una gran facilidad para operar con aparatos tecnológicos, no mostraron dificultad alguna en el procedimiento, por lo contrario, podemos manifestar cuando realizan las cuentas con lápiz y papel continuamente presentan errores de operaciones y cálculos tanto aritméticos como algebraicos.

Una eficaz coordinación de los diferentes registros de representación de la función exponencial, en este caso registro en lengua natural cuando realiza el ingreso de los datos en la calculadora y el reconocimiento adecuado de los parámetros les permite determinar la regla de correspondencia para la función exponencial.

■ Algunas consideraciones finales

Como consecuencia del desarrollo de la tarea propuesta sobre la función exponencial, notamos que los estudiantes coordinaron el registro natural, tabular y algebraico. Además, los estudiantes lograron determinar la regla de correspondencia de la función exponencial haciendo uso de la interfaz ESTADÍSTICA (Statistics) de la calculadora.

Por otro lado, mediante tareas apropiadas es posible reconocer las diferentes reglas de correspondencia de la una función exponencial a partir de su representación natural. Por lo general, la enseñanza de funciones está, en la mayoría de los casos, enfocada con predominancia del registro algebraico dejándose de lado la representación en los registros natural y tabular. Es por ello que, se afirma que el hecho de presentar objetos matemáticos por medio de sus diferentes representaciones y coordinarlas entre sí permite atender a ciertas particularidades de aprendizaje de estudiantes, en función de sus estilos cognitivos.

El presentar la representación natural de la función R permitió que por medio de la secuencia presentada sea posible identificar los parámetros a y b para luego ser empleados en la representación algebraica, es decir en la regla de correspondencia de la función exponencial. Por otro lado, se puede evidenciar que la calculadora es un medio que permite movilizar conocimientos mediante la coordinación de diferentes registros de representación semiótica de la función exponencial. Por ejemplo, como la calculadora permite generar una tabla de datos (registro tabular) y luego con la opción REGRESIÓN permite realizar la conversión al registro algebraico.

Se piensa que al incorporar de manera progresiva el uso de la calculadora ClassWiz fx 991 se puede explorar las distintas funciones de sus interfaces, que son ideales para la enseñanza de diferentes contenidos matemáticos, ya que admite realizar la conversión entre los diferentes registros. Es por ello, que esta experiencia sirve de evidencia

de la pertinencia del uso de la tecnología digital en tareas que favorezcan la exploración, indagación y conjetura de propiedades de los objetos matemáticos que se pueden representar con este medio tecnológico.

■ Agradecimientos

Agradecemos al Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas a la Pontificia Universidad Católica del Perú (IREM-PUCP), específicamente a la línea investigación Tecnologías y Visualización en Educación Matemática – TecVEM por el apoyo brindado (actividad PO0068-001-1802-07). También agradecemos el apoyo brindado por el Sr. César Lau, quien lidera el equipo académico de *Casio Latinoamérica*, por sus aportes en las actividades con calculadoras científicas Casio del modelo *fx-991*.

■ Referencias

- Borba, M. (2004). A pesquisa qualitativa em Educação Matemática. *CD nos Anais da 27ª reunião anual da Anped, Caxambu, MG.*
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels.* Berne: Peter Lang.
- Duval, R. (2012). *Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento.* (M. Thadeu, Trad.) Florianópolis, Brasil.
- Taylor, S. y Bogdan, R. (2000). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación.* Barcelona: Paidós. Recuperado de: <https://asodea.files.wordpress.com/2009/09/taylor-s-j-bogdan-r-metodologia-cualitativa.pdf>
- Trouche, L. (2005). Calculators in Mathematics Education: A rapid evolution of tools, with differential effects. En D. Guin, K. Ruthven y L. Trouche (Eds), *The Didactical Challenge of Symbolic Calculators.* New York, USA: Springer