

# PROCESOS ARGUMENTATIVOS AL HACER TRANSFORMACIONES DE LAS REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS DE UNA RELACIÓN FUNCIONAL DE VARIACIÓN Y CAMBIO EN ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO

## ARGUMENTATIVE PROCESSES WHEN MAKING TRANSFORMATIONS OF THE SEMIOTIC REPRESENTATIONS OF A FUNCTIONAL RELATION OF VARIATION AND CHANGE IN NINTH-GRADE STUDENTS

Arjuna G. Castellanos-Muñoz, Tulio R. Amaya De Armas, Natalia F. Sgreccia  
Institución Educativa la Milagrosa, (Colombia), Universidad Católica de la Santísima Concepción (Chile), Universidad Nacional de Rosario (Argentina)  
acastellanosm@hotmail.com, tuama1@hotmail.com, nataliasgreccia@gmail.com

### Resumen

Se reportan los hallazgos de una prueba piloto realizada con ocho estudiantes colombianos con edades entre 14 y 16 años. En el trabajo se efectúa un estudio descriptivo de casos aplicando seis cuestionarios que involucran funciones. Se tuvo como objetivo analizar los procesos argumentativos al resolver situaciones problema que comprenden relaciones funcionales de variación y cambio. Los resultados evidencian serias dificultades al argumentar la solución de un problema, quizás por la falta de oportunidades en el trabajo con este tipo de estrategias, predominando procesos algorítmicos, de ensayo error y de visualización inmediata, que conllevan a explicaciones descriptivas sin justificación de sus procedimientos. Esto permite concluir que la forma habitual de trabajo no favorece el surgimiento de argumentos variacionales.

**Palabras clave:** procesos argumentativos, relaciones funcionales, representaciones de una función

### Abstract

The findings of a pilot test conducted with eight Colombian students aged between 14 and 16 years are reported. In the work a descriptive study of cases is done applying six questionnaires that involve functions. The objective was to analyze the argumentative processes when solving problem situations that comprise functional relations of variation and change. The results show serious difficulties in arguing the solution of a problem, perhaps due to the lack of opportunities in the work with this type of strategies, predominating algorithmic processes, essay error and immediate visualization, which lead to descriptive explanations without justification of their procedures. This allows us to conclude that the usual way of working does not favor the emergence of variational arguments.

**Key words:** argumentative processes, functional relationships, representation of a function

## ■ Introducción

En los últimos años la educación matemática ha venido indagando en la vida escolar de los estudiantes y los procesos de enseñanza y de aprendizaje que en ellos se suscitan. En Colombia algunas de estas inquietudes se han plasmado en los estándares de matemática que guían el currículo nacional y explicitan lo que significa ser matemáticamente competente (Ministerio de Educación Nacional, 2006). Utilizar diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas y usar la argumentación, la prueba y la refutación, el ejemplo y el contraejemplo, como medios para validar y rechazar conjeturas, son algunas de las actividades que se plantean para alcanzar tales competencias. En el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos es posible estudiar estas actividades desde la educación básica, en el tema de las funciones lineales y las distintas congruencias que se pueden establecer entre sus elementos.

De esta manera, la argumentación en la escuela limitada al área del lenguaje donde se enseña a dar razones de peso para justificar una tesis y saber explicarla para convencer a su interlocutor, ha llamado la atención como un medio para obtener procesos (lingüísticos, lógicos, dialógicos, psicológicos, etc.) que pueden sostener o provocar el razonamiento y el aprendizaje. Ha comenzado a constituirse en una dimensión importante de las actividades que se realizan, está jugando un papel especial en las democracias y está en el centro del razonamiento filosófico y de la investigación científica (Muller y Perret-Clermont, 2009). Como puede apreciarse, la argumentación tiene una estrecha relación con la validación, el razonamiento, la comprensión y es explorada en numerosas áreas del conocimiento.

Es así como la argumentación en matemática de acuerdo a León y Calderón (2003), permite el desarrollo de habilidades comunicativas y proporciona estrategias de validación al conocimiento matemático, lo que admite en el estudiante comprender cuando se es capaz de producir, representar, actuar y dar un punto de vista. Por tanto, cuando se soluciona un problema, se apropia y se explica con claridad, es porque se ha alcanzado una cierta habilidad en los procesos de comprensión del estudiante y se está en capacidad de comunicar y persuadir al interlocutor.

Además, Vrancken, Engler, Giampieri y Müller (2015) plantean que si no se desarrollan procesos argumentativos que abonen a la producción de razones para justificar las afirmaciones generadas durante una discusión, van a existir problemas para identificar las variables intervinientes en una situación, enunciar fenómenos o situaciones que involucren una relación funcional entre variables, interpretar el comportamiento de la gráfica de una función, obtener la gráfica de una función que modele un fenómeno; todos ellos elementos fundamentales que facilitan el acceso al cálculo indispensable en el desarrollo de carreras profesionales que tienen un alto grado de matemática.

Por otro lado, Vasco (2007) considera que de continuar con prácticas donde se presenten los distintos registros semióticos de manera tradicional, acabada, sin ningún tipo de transformación, no se podría incluso llegar a que se produzca algún tipo de aprendizaje.

En este orden de ideas, Dolores (2010) evidencia que, de subsistir dificultades en la comprensión de los conceptos de variación y cambio, hace que persistan concepciones equivocadas y estrategias de solución no adecuadas a problemas variacionales, lo que motiva a profundizar estos conceptos en las funciones lineales que se enseñan en noveno grado, en distintos contextos y situaciones problema.

Así Aldana (2014) manifiesta que los jóvenes, en su gran mayoría, no presentan una competencia comunicativa para argumentar sus posturas académicas y son poco expresivos en la forma en que justifican la resolución de las tareas matemáticas. Se quedan en lo operativo, en las respuestas cerradas, lo que dificulta elaborar estructuras que expliquen y den razones de un proceso matemático, esto es, saber por qué proceden de una forma dada.

Castellanos (2011), quien estudió los procesos de argumentación en la solución de problemas algebraicos de noveno grado, afirma que una de las dificultades por las que los estudiantes no argumentan está relacionada con la comprensión del problema, específicamente con la identificación y uso del lenguaje algebraico implícito en él, con

la identificación de la variable, con el análisis de los datos, con su interpretación, en la que muchas veces no se valen de ningún tipo de ayuda gráfica o algebraica para plantearlo y con la modelación e identificación del proceso utilizado en la solución del mismo, que llevan al educando a utilizar esquemas fácticos y procedimientos aritméticos de ensayo y error. Esto deja muchas dudas sobre los conocimientos aritméticos y algebraicos que han consolidado los estudiantes, cómo se les han estado presentando los contenidos y qué análisis hacen ellos de estos problemas cuando deben solucionarlos.

Barros (2013) manifiesta que estas dificultades de argumentación en las clases se deben muy seguramente a que los estudiantes no están acostumbrados a realizar actividades diferentes a las habituales en el aula, donde generalmente son presentadas de la misma manera sin tareas que lleven a explicar y justificar un proceso.

Por otro lado Crespo, Farfán y Lezama (2010) invitan a comprender que en diferentes escenarios, las argumentaciones utilizadas poseen características distintas de las que posee la argumentación deductiva, lo que permite estudiar la argumentación en diversos pensamientos matemáticos y ramas de la matemática. Lo anterior posibilita enriquecer la orientación a la argumentación, ya que en matemática se ha perfilado principalmente en geometría (Durango, 2017) debido a la relación que presenta con la validación de enunciados expresados en teoremas y corolarios. Una demostración privilegia la deducción y la formalización; sin embargo, en otras ramas de la matemática como la aritmética y el álgebra recién comienza su indagación. En estas la argumentación permite enmarcar la demostración o la actividad demostrativa, como afirma Durango (2017), no tanto a la validación de enunciados, sino a procesos comunicativos que ocurren en el aula, tales como el diálogo y persuasión, que solo se dan mientras se está en la interacción de solucionar problemas y comprender un procedimiento.

Por su parte Vasco (2007) manifiesta que las dificultades introducidas por la sintaxis, la semántica y la pragmática del lenguaje aritmético-algebraico no aparecen solo con la introducción del álgebra elemental en los grados 8° y 9°, sino que están presentes desde el inicio de la aritmética escolar y en los primeros grados de primaria.

Todo ello indica que la argumentación parece ser una dificultad epistemológica en el aprendizaje de la matemática, para lo que se desea estudiar: ¿Cómo son los procesos argumentativos utilizados por los estudiantes de noveno grado al hacer transformaciones semióticas de una relación funcional de variación y cambio?

La pertinencia de este tipo de investigación está relacionada con las dificultades que presentan los estudiantes de noveno grado al hacer transformaciones tipo conversión y tipo tratamiento con los elementos de una relación funcional en condiciones de variación y cambio y la elaboración de argumentos que utilizan para intentar comunicar su respuesta a la solución dada a una situación problema.

## ■ Fundamento teórico

### Sobre la argumentación

La argumentación presente en los procesos de comunicación y el dialogo cuando se pide explicar, justificar o defender un punto de vista, busca persuadir a su interlocutor por medio de razonamientos que, enlazados uno tras otro, configuran una estructura llamada proceso argumentativo. Durante este proceso se busca asentar una posición, la cual se defiende y trata de convencer a su orador. Al respecto León y Calderón (2003) afirman: “los procesos argumentativos son el posicionamiento discursivo de los interlocutores que surgen de una interacción argumentativa” (p.25). De este modo, cuando se argumenta, se debe tener una buena claridad y conocimiento del tema; solo así podrán fluir los argumentos con sentido y establecer una comunicación con un discurso coherente que busca adherir a su interlocutor.

Durante este proceso argumentativo, del que hablan León y Calderón (2003), debe estar presente un medio, donde pueda darse el diálogo y confrontación de saberes, y exige del estudiante, tener un reconocimiento del tema de estudio, reconocer una situación argumentativa y la disposición de defenderse en todo momento para persuadir al otro. Brousseau (1995), atendiendo a los relatos y construcción de textos narrativos, ha definido el discurso argumentativo en sinonimia con el proceso argumentativo como:

El intento que lleva a cabo un argumentador para modificar o reforzar a través del lenguaje las representaciones, creencias y valores de un individuo o de un grupo (el argumentado) esperando que a continuación las reacciones observables en el argumentado se ajusten a estas creencias nuevas o reforzadas.

Según Brousseau (1995), el discurso argumentativo se orienta a intervenir en las opiniones, actitudes o comportamientos del interlocutor haciendo creíble o aceptable un enunciado (conclusión) apoyado en los distintos argumentos (datos o razones). Pizarro (1996) aclara la diferencia entre discurso argumentativo y argumento -con similitud a lo indicado por León y Calderón (2003) en el contexto matemático-.

El discurso argumentativo es aquel que expone razones a favor o en contra de algo. Un elemento fundamental del discurso argumentativo es el argumento. Un argumento no es más que un razonamiento. Una persona proporciona un razonamiento cuando apoya cierta afirmación (o cierta negación) que hace de determinados datos o puntos de partida

En este sentido, para que el proceso argumentativo pueda darse, de acuerdo a Molina (2015), deben intervenir dos aspectos que condicionan la configuración de quien argumenta: Un hablante y el oyente, y unos acuerdos básicos de intercambio y consenso simbólico. Es decir, en una acción argumentativa el hablante dirige un discurso a un oyente (presente o no) quien lo escucha, analiza y decide sobre las ideas presentadas y luego se intercambian los roles en cualquier momento para seguir en discusión; los acuerdos implícitos en la comunicación son los valores y conceptos de verdad que rodean el diálogo.

Perelman (1997) considera que en este proceso argumentativo también debe estar presente “el enunciado de la tesis de la que uno se propone hacer la defensa y los medios de probarla” (p.193); esto es, un esquema de hipótesis y tesis, donde se busca demostrar con razonamientos válidos la tesis con miras a persuadir y lograr la adhesión del auditorio.

Es así como la argumentación es definida en matemática por Planas y Morera (2012), donde las razones que fundamentan el paso de la premisa a la conclusión se apoyan en elementos del conocimiento matemático, tales como definiciones, lemas, proposiciones y teoremas que permiten avanzar en los razonamientos mediante la regla de implicación. Para argumentar se emplea por tanto un lenguaje de signos y relaciones no solo de naturaleza semántica sino deductiva que, al darles una secuencia ordenada y lógica, permite comprender su estructura. Para finalizar, una clase en matemática es argumentada cuando al menos en la solución de un problema se expone una explicación y una razón de conocimiento matemático.

#### Sobre los registros semióticos de representación

En Duval (1999) se define el registro semiótico o registro de representación semiótica como un aparato mental de producción, procesamiento e interpretación de un cierto tipo de representaciones materializadas con sus reglas de producción, interpretación y transformación.

De esta manera para Duval (1999) un sistema semiótico de representación es un registro de representación si permite las siguientes actividades cognitivas relacionadas con la semiosis:

- La presencia de una representación identificable.

- El tratamiento de una representación que es la transformación dentro del mismo registro donde ha sido formada.
- La conversión de una representación que es la transformación de la representación en otra representación de otro registro en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial.

En las representaciones semióticas hay dos tipos de transformaciones: el tratamiento y la conversión. El tratamiento es una transformación estrictamente interna a un registro. Una conversión es una transformación de la representación de un objeto de un registro P a un registro L (Duval, 2004); es decir, es decodificar los elementos de una representación de un registro P y recodificarlos en un registro L.

Al plantear una situación problema, es necesario que en el registro de partida estén presentes los elementos que plantea Duval (2004): a) El objeto representado, b) El contenido de la representación, es decir, lo que una representación particular representa del objeto que nunca es completa en cada representación y c) La forma de la representación, es decir, su modalidad o su registro.

Es así como Villa-Ochoa (2015) expresa que si se estudia solamente una representación de un objeto, quien aprende termina confundiendo la representación con el objeto representado, cuando en realidad hay que estudiarlas en conjunto porque ninguna de ellas representa en su totalidad al objeto estudiado, dichas representaciones se complementan.

En este sentido, Vasco (2007) manifiesta la posibilidad de trabajar los registros semióticos en el álgebra y establece la diferencia entre un registro semiótico cualquiera y uno que se puede llamar “algebraico” en esa operatividad que presenta dentro del sistema variacional. De allí que los sistemas semióticos se puedan trabajar desde las relaciones funcionales y establecer tratamientos y conversiones en las distintas representaciones de un registro.

#### Sobre las funciones

Amaya, Pino-Fan y Medina (2016) plantean el concepto de función como una relación entre variables, que son elementos de dos conjuntos -uno de partida y otro de llegada- en donde cada elemento del conjunto de partida está relacionado con un único elemento del conjunto de llegada. Según estos autores algunas de las definiciones que se encuentran en la literatura para el concepto de función son las siguientes:

- Relación de correspondencia entre variables: a cada valor en la variable de entrada le corresponde uno y solo un valor de la variable de salida.
- Correspondencia entre elementos de dos conjuntos: cada elemento del conjunto de partida debe estar relacionado con un único elemento del conjunto de llegada.
- Dependencia entre dos variables: por cada valor que se le asigne a la variable independiente, existe un único valor de la variable dependiente.
- Conjunto de pares ordenados: con la condición de que la primera componente no se repita en ningún par del conjunto.
- Relación entre dominio e imagen: a cada número perteneciente al dominio le asocia un único resultado numérico de entre las imágenes.
- Criterio de la recta vertical: si se traza una recta vertical por cualquier parte del plano, si esta corta la gráfica, lo hace en una sola parte.

Con estas acepciones de las funciones, Amaya y Medina (2016) manifiestan que se pueden establecer distintos registros de representación, que se pueden relacionar entre sí y establecer congruencias. Entre ellos están: materno o coloquial, analítico algebraico, analítico numérico, gráfico, figural, tabular, cartesiano, sagital y fenomenológico.

Una relación funcional es una función identificada en un contexto sociocultural donde tengan lugar procesos de enseñanza y aprendizaje (Amaya y Mesa, 2017); es decir, se trata de una función identificable en un contexto social de la que se puede hacer uso para diseñar una situación problema. De esta manera una relación funcional genera aprendizajes cuando en ella se hacen transformaciones semióticas tipo conversión o tipo tratamiento.

En las funciones, de acuerdo a Dolores (2010), se define el cambio como la comparación de un estado final con otro inicial: la variación es la cuantificación de ese cambio. Lo anterior permite introducir la noción de función resaltando su aspecto fundamental, el de variación, que prepara al estudiante para el análisis de funciones.

## ■ Metodología

En el presente trabajo de corte cualitativo se realiza un estudio de caso múltiple, en el cual se puede analizar profundamente una unidad holística (Hernández-Sampieri, Fernández y Baptista, 2014) con la intención de estudiar el fenómeno que exhiben esos casos (Martínez, 2006); concretamente aquí los estudiantes de noveno grado con los que se estudia la forma de comunicar sus argumentos cuando realizan transformaciones tipo conversión o tipo tratamiento en las representaciones de una función.

Se trata de un estudio de tipo interpretativo en el que se consideran variables cualitativas como las configuraciones cognitivas que emergen de los estudiantes al intentar comunicar sus respuestas de las distintas transformaciones semióticas que realizan y el nivel de solución a través de la argumentación.

Para la recolección de la información se aplican seis cuestionarios abiertos de manera presencial e individual. Los cuestionarios son comparables entre sí y en ellos se utilizara una situación problema que comprende un registro de partida diferente. En estos cuestionarios se les solicita encontrar los elementos de una función y que realicen transformaciones tipo conversión y tipo tratamiento, luego que relacionen los elementos equivalentes en cada una de las representaciones en las que sea posible identificarlos y que describan los procesos realizados al intentar dar respuestas a las cuestiones por las que se indaga. Además, posteriormente se prevé realizar observaciones participantes y entrevistas abiertas, que permitan dar claridad a algunos aspectos de la solución de problemas.

La observación participante pretende dar cuenta de las acciones realizadas por los estudiantes mientras se recoge la información y las entrevistas abiertas se realizan después de haber aplicado cada cuestionario, de manera individual y los entrevistados son intencionalmente seleccionados según criterio de interés específico para los investigadores.

La muestra definitiva estará constituida por 59 estudiantes con edades entre 14 y 16 años provenientes de una institución pública colombiana de estratos socioeconómico 1 y 2. El estrato socioeconómico se refiere a una clasificación establecida por el gobierno relacionada con la calidad de los servicios públicos del sector de la ciudad donde habitan; en particular, los estratos 1 y 2 son los de mayor grado de vulnerabilidad.

El diseño metodológico para sistematizar esta experiencia está enmarcado en siete fases:

*Primera fase. Fundamentación de la investigación*, se efectúa la búsqueda de bibliografía especializada para dar soporte teórico-metodológico al estudio. También, se selecciona la situación problema a emplear:

Juan trabaja de moto-taxista, por cada carrera que haga recibe \$700. La moto no es de su propiedad y le tiene que entregar al dueño una tarifa diaria de \$12.000.

*Segunda fase. Delimitación de categorías de análisis de interés y diseño del cuestionario* acorde con preguntas específicas en correspondencia con las categorías de análisis, como se aprecia en la Tabla 1.



**Tabla 1.** Categorías de análisis y modelo del tipo de preguntas planteadas a los estudiantes en cada situación

Nº	Categoría de análisis	Cuestión planteada
1	Identificación de los elementos de una relación funcional	¿Qué cantidades intervienen en la situación? ¿A cuánto ascienden los costos que debe liquidar diariamente? ¿Cuáles son los costos, los ingresos y la ganancia por realizar x cantidad de carreras?
2	Clasificación de los elementos de una relación funcional	De las cantidades que intervienen en la situación, ¿cuáles varían y cuáles están fijas? ¿En cuánto varía el salario diario por cada carrera que haga?
3	Establecimiento de relaciones de dependencia entre los elementos de una relación funcional	¿Qué relación de dependencia hay entre las cantidades que intervienen en la situación?
4	Utilización del concepto de ecuación para encontrar una incógnita	Si el costo total de producir x carreras es k, ¿qué dinero le queda después de liquidar al dueño de la moto-taxi?
5	Establecimiento de congruencias entre los elementos equivalentes de diferentes representaciones de un objeto	Encuentra los elementos equivalentes en cada una de las representaciones de una misma relación funcional
6	Modelación matemática de una relación funcional	Encuentra un patrón de la situación Haz una gráfica que represente la situación planteada Encuentra una expresión algebraica que modele la situación Realiza una tabla que modele la situación

Se promueve que los estudiantes den sus argumentos y evoquen distintas representaciones semióticas de las funciones involucradas. Se procura que cada cuestionario tenga no más de 10 preguntas.

*Tercera fase. Validación del cuestionario*, se valida ante expertos del área de didáctica de la matemática, para que revisen su pertinencia y sugieran eventuales mejoras. Asimismo se aplica una prueba piloto por cada cuestionario a ocho estudiantes (con características similares a los de la muestra de participantes) con el propósito de calibrar los instrumentos. La situación problema enunciada anteriormente corresponde al cuestionario de una prueba piloto ya ajustada parcialmente y justamente los hallazgos de ella son los que se comparten en este reporte. Las consignas planteadas acerca de este cuestionario están dadas en la Tabla 1 de acuerdo a sus categorías de análisis.

Fases por venir:

*Cuarta fase. Aplicación del cuestionario*, los estudiantes resolverán de manera individual cada cuestionario durante una hora de clase (55 minutos) en el aula donde habitualmente trabajan, con el fin de recoger los argumentos que dan sobre las transformaciones semióticas. En el cuestionario se evalúa la capacidad de interpretar una situación particular que contenga inicialmente un registro semiótico y los argumentos empleados para hacer transformaciones en las funciones.

*Quinta fase. Observación de clase*, las realizará el docente investigador en dos momentos distintos: cuando están resolviendo el cuestionario y cuando se está socializando. Están enfocadas a hacer evidente el grado de participación, aportes, comentarios, intercambios de ideas entre pares, que se sugieren en la realización de cada situación problema, se puede tardar dos horas más de clase, incluida la aplicación del cuestionario.

*Sexta fase. Entrevista abierta*, a partir de la solución del cuestionario y la observación participante mientras se socializa la situación problema, el investigador interviene con preguntas a los estudiantes de la forma en que conciben los problemas, ayudando a clarificar procesos y métodos de solución.

La entrevista se hace de manera individual teniendo en cuenta criterios de participación, agilidad o dificultad al resolver situaciones de variación y cambio. El tiempo de duración depende de las preguntas y profundidad con que se hagan, además que pueden variar debido a las explicaciones y razones que el estudiante emplee en la solución al problema.

*Séptima fase. Análisis del cuestionario*, la información será tratada mediante la técnica de análisis de contenido. De acuerdo con lo planteado por Bernárdez (1995), se harán segmentaciones y agrupamientos sobre la base de las categorías definidas (Tabla 1), identificando distintas modalidades. Posteriormente se describirán cualitativamente las características de los procesos argumentativos.

## ■ Resultados esperados

La presente investigación en curso hace parte de una tesis doctoral en la Universidad Nacional de Rosario (Argentina) en la que todavía no se tienen resultados completos del proceso investigativo. Sin embargo, se proyecta analizar los procesos argumentativos de los estudiantes de noveno grado, al hacer transformaciones semióticas en relación funcional.

De los estudiantes que hagan transformaciones tipo conversión y tipo tratamiento al intentar responder los cuestionarios, y que argumenten al comunicar sus respuestas, se espera que expliquen y justifiquen o den razones de su actuar al hacer transformaciones de las representaciones de una función. Básicamente se prevé fundamentar el análisis en la calidad de las transformaciones y en las congruencias que los estudiantes logren hacer en los elementos de las representaciones de las relaciones funcionales puestas en juego.

Sin embargo algunos resultados preliminares, producto de la observación a los estudiantes de la muestra, evidencian serias dificultades en la comprensión y aplicación de los conceptos de variación y cambio, ya que no hacen transformaciones adecuadas de las representaciones semióticas que logran producir y, al describir los procesos realizados, solo dan explicaciones de estos sin razones de su actuar. De este modo es posible reconocer que los estudiantes participantes no han tenido suficientes experiencias de argumentación en las clases de matemática. Asimismo, el tenor de las dificultades permite inferir que es un problema tanto en la matemática como en la escuela. También, de las implementaciones áulicas diarias y las precipitaciones de los docentes: muchas veces son ellos mismos los que argumentan, en lugar de habilitar a los alumnos (Castellanos, 2011). De la prueba piloto se puede inferir que los estudiantes deducen las cantidades que intervienen en el problema y de allí pueden hallar el valor mínimo y el máximo.

Asimismo, al analizar la estructura de los argumentos se deduce que el estudiante 3 (Fig. 1) da la explicación y razón, pero explica algo incorrecto. El estudiante 4 (Fig. 2) brinda las explicaciones, pero no las razona y el estudiante 6 (Fig. 3) ofrece una explicación y razón de manera adecuada. En particular, los hallazgos encontrados en la prueba piloto indican una falta de oportunidad en el discurso argumentado de los estudiantes para solucionar problemas, ya que predominan procesos algorítmicos, de ensayo error y de visualización, que conllevan a



explicaciones descriptivas sin justificación de sus procedimientos (observado prioritariamente en seis de los ocho estudiantes).

2 El valor mínimo es de  $-3600$  Dijo  $-3600$  porque al momento de ver los resultados anteriores el que es menor sería  $-3600$  que el cual fue en el que Juan le queda de vuelta al momento.

El valor máximo es de  $9,700$

Se escoge el valor máximo que se refiere al mayor número y el menor número es  $9,700$  en la operación anterior.

2) El valor máximo de las carreras de Juan son  $2140$  pesos pero se le descuenta los  $12,000$  de la moto que ahora el valor máximo es  $9,700$ .

3) El valor mínimo de las carreras de Juan son  $8,400$  pesos pero se le descuenta los  $12,000$  de la moto que ahora el debe pagar la tarifa de la moto y el queda debiendo  $3,600$ .

Figura 1. Manuscrito de la solución de estudiante 3      Figura 2. Manuscrito de la solución de estudiante 4

Argumento

El valor mínimo de Juan en sus días de trabajo es de  $-1200$  ya que no gana nada y queda debiendo dicha cantidad por la tarifa de la moto.

El valor máximo de Juan en sus días de trabajo varía dependiendo la cantidad de carreras que haga.

Figura 3. Manuscrito de la solución de estudiante 6

Acorde a lo reportado por Aldana (2014), estos problemas de la argumentación se deben seguramente a que esta no ha sido puesta al servicio del proceso de aprendizaje con los estudiantes, en cuya mejora sugieren que ellos los expongan con más claridad en las clases. La pertinencia de los resultados en este trabajo está delimitada por el interés de la comunidad académica, orientada a conocer cómo el conocimiento matemático se construye, mientras se resuelve una situación que simula una actividad cotidiana del contexto donde se desenvuelven los estudiantes (Dolores, 2010) y, por otra parte, a caracterizar la elaboración de los argumentos que utilizan al intentar comunicar sus respuestas cuando solucionan estas situaciones. Al resolver y analizar cada situación, se pretende que el estudiante consolide y valide su conocimiento, a partir de argumentos razonados que den cuenta de su actuar, en tanto que la construcción de sus argumentos develan el nivel de comprensión de las distintas representaciones semióticas de una función, de ahí la importancia de analizarlos.

## ■ A modo de cierre

Las observaciones preliminares hechas a los estudiantes de la muestra permiten concluir que a estos, al parecer, no se los suele convocar a explicar los procesos realizados y justificarlos o a que valoren las actividades propuestas para las que necesitan de un trabajo más colaborativo que genere discusiones de los participantes en un marco donde cada uno pueda defender su idea. Además, se espera que con la implementación de las actividades se lleve a los estudiantes a obtener soluciones que les permitan mostrar un tipo de estrategias y producir diversas representaciones semióticas de una función, así como coordinar sus elementos y comunicar de la mejor manera los resultados de sus soluciones argumentando los procesos realizados, es decir, el ejercicio argumentativo es posible en general en cualquier circunstancia, siempre que se genere el ambiente apropiado (Barros, 2013).

## ■ Referencias bibliográficas

- Aldana, B. (2014). La argumentación como estrategia de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Revista Científica: Universidad Distrital Francisco José de Caldas*, 3(20), 37-45.
- Amaya, T. & Mesa, F. (2017). Conflictos epistémicos al hacer transformaciones con las representaciones de una función. En V. Meriño, (Ed.), *Gestión del conocimiento* (pp.267-293). Santa Ana de Caro: Unión global.
- Amaya, T., Pino-Fan, L. & Medina, A. (2016). Evaluación del conocimiento de futuros profesores de matemáticas sobre las transformaciones de las representaciones de una función. *Revista Educación Matemática*, 28(3), 111-144.
- Barros, J. (2013). La interacción en el aula y el discurso argumentativo en un proceso de aprendizaje de las ciencias. *XII Jornadas del maestro investigador*. Medellín: Universidad Pontificia Bolivariana.
- Bernárdez, E. (1995). *El papel del léxico en la organización textual*. Madrid: Universidad Complutense de Madrid.
- Brousseau, G. (1995). Elementos para una didáctica de la argumentación en la escuela primaria. *Revista comunicación, lenguaje y educación*, 26, 41-50.
- Castellanos, A. (2011). *Procesos de argumentación en la resolución de problemas con ecuaciones de álgebra de noveno de la Institución Educativa la Milagrosa*. Tesis de Maestría no publicada. Bogotá: Universidad Santo Tomás.
- Crespo, C., Farfán, R. & Lezama, J. (2010). Argumentaciones y demostraciones: una visión de la influencia de los escenarios socioculturales. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13(3), 283-306.
- Dolores, C. (2010). El lenguaje variacional en el discurso de la información. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13(4-II), 241-254.
- Durango, J. (2017). *Argumentación en geometría por maestros en formación inicial en práctica pedagógica: un estudio de caso*. Tesis de Doctorado no publicada. Medellín: Universidad de Antioquia.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. (Vega, M. Trad). Cali: Universidad del Valle. (Trabajo original publicado en 1995).
- Duval, R. (2004). *Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores del desarrollo cognitivo*. (Vega, M. Trad). Cali: Universidad del Valle. (Trabajo original publicado en 1999).
- Hernández-Sampieri, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. México: McGraw-Hill.
- León, O. & Calderón, D. (2003). *Argumentar y validar en matemáticas: ¿una relación necesaria?, hacia una comprensión del desarrollo de competencias argumentativas en matemáticas*. Cali: Universidad del Valle.
- Martínez, P. (2006). El método de estudio de caso: estrategia metodológica de la investigación científica. *Revista científica Pensamiento y Gestión*, 20, 165-193.
- Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá: Magisterio.

- Molina, N. (2015). Sujeto argumentativo, desprecio y reconocimiento: el caso del profesor universitario afrodescendiente. En D. Calderón (Coord.). *Lenguaje, cultura e investigación: problemas emergentes en educación* (pp.11-44). Bogotá: Universidad Distrital Francisco José De Caldas.
- Muller, N. & Perret-Clermont, A. (2009). *Argumentation and Education. Theoretical Foundations and Practices*. Berlín: Springer.
- Perelman, C. (1997). *El imperio retorico: retórica y argumentación*. (Gómez, A.L. Trad.). Bogotá: Norma. (Trabajo original publicado en 1977).
- Pizarro, F. (1996). *Aprender a razonar*. México: Alhambra.
- Planas, N. & Morera, L. (2012). La argumentación en la matemática escolar: dos ejemplos para la formación del profesorado. En E. Badillo, L. García, A. Marbà y M. Briceño (Coord.). *El desarrollo de competencias en las clases de ciencias y matemáticas* (pp.275-300). Mérida: Universidad de los Andes.
- Vasco, C. (2007). Análisis semiótico del álgebra elemental. En A. Gómez. *Argumentación y semiosis en la didáctica del lenguaje y las matemáticas* (pp.107-136). Bogotá: Universidad Distrital Francisco José De Caldas.
- Villa-Ochoa, J.A. (2015). Modelación matemática a partir de problemas de enunciados verbales: un estudio de caso con profesores de matemáticas. *Magis, Revista Internacional de Investigación en Educación*, 8(16), 133-148.
- Vrancken, S., Engler, A., Giampieri, M. & Müller, D. (2015). Estudio de las funciones en situaciones variacionales. Resultados de la implementación en una secuencia de actividades. *Revista digital Matemática, Educación e Internet*, 15(1), 1-20.