

ANÁLISIS HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICO EN MATEMÁTICA EDUCATIVA: EMPLEO DE ELEMENTOS HISTÓRICOS EN LA FORMACIÓN INICIAL DOCENTE

HISTORICAL-EPISTEMOLOGICAL ANALYSIS IN MATHEMATICS EDUCATION: USE OF HISTORICAL ELEMENTS IN INITIAL TEACHER TRAINING

Gerardo Cruz-Márquez, Fabián W. Romero, Ma. Elena Gavarrete V

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN (México), Universidad de Costa Rica,
Universidad Nacional de Costa Rica (Costa Rica)

gerardo.cruz@cinvestav.mx, fabian.romero@ucr.ac.cr, maria.gavarrete.villaverde@una.cr

Resumen

En esta sesión del Grupo de Discusión nos preocupamos por debatir el uso de elementos de la historia de la matemática en la formación inicial docente, esto con base en dos experiencias, planteadas desde distintas posturas teóricas, planos educativos y regiones de Latinoamérica. En la primera, la historia de la matemática funge como punto de partida para una investigación sobre el ‘diálogo’ de los saberes docentes y el rol que estos juegan al tomar decisiones de diseño, implementación y análisis de actividades de aula. Mientras que, en la segunda, los elementos históricos funcionan como medio para detonar la reflexión de los profesores en formación sobre el abordaje didáctico de nociones matemáticas específicas. Entre los productos de esta sesión ubicamos los cuestionamientos respecto a otros usos de los elementos históricos –en el análisis de libros de textos, por ejemplo– y sobre los nexos y diferencias existentes entre la Historia de la Matemática, la Historia de la Educación Matemática y la Historia de la Matemática Educativa.

Palabras clave: análisis histórico-epistemológico, formación docente

Abstract

In this Discussion Group, we will focus on talking about the use of mathematic history elements in initial teacher training. Based on two experiences, raised from different theoretical positions, educational plans and regions of Latin America. In the first one, the history of mathematics serves as a starting point for research on the ‘dialogue’ of «*saberes docentes*» and the role it plays in making decisions on the design, implementation and analysis of classroom activities. While in the second one, the historical elements work as a means to trigger the reflection of prospective teachers on the didactic treat of specific mathematical notions. Among the products of this session we locate the questions regarding other uses of historical elements –in the analysis of textbooks, for example– and about the links and differences between the History of Mathematics, the History of the Mathematics Teaching and the History of Mathematic Education.

Key words: historical-epistemological analysis, initial training

■ Introducción

Las preocupaciones por la enseñanza de la matemática y por su mejora progresiva “son tan antiguas como la enseñanza misma y ésta tan antigua como la vida en sociedad” (Cantoral y Farfán, 2003, p. 28). Sin embargo, es hasta los años 70, al constatarse la imposibilidad de un enfoque general para explicar y atender los fenómenos particulares de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, que se comienzan a gestar investigaciones que incorporan “elementos de la epistemología genética y de la historia de los conceptos matemáticos a fin de poder identificar las principales dificultades y obstáculos didácticos de la construcción de un determinado concepto” (Rojano, 1994, p. 46).

Actualmente, esta línea de investigación, que se ha denominado tácitamente *análisis histórico-epistemológico*, tiene como objetivo identificar, a la luz de la historia de las ideas, elementos que fundamenten hipótesis que ayuden a resolver los problemas observados en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Gómez, 2003). En este sentido, el Grupo de Discusión de *Análisis Histórico-Epistemológico en Matemática Educativa* pretende –de unos años a la fecha– constituir un espacio de reflexión sobre los fundamentos, métodos, resultados y aplicaciones de los estudios de corte histórico-epistemológico realizados en nuestra disciplina.

En las sesiones de la edición anterior del Grupo de Discusión, llevadas a cabo en el marco de la XXXI Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (Relme 31), reflexionamos sobre los diversos *métodos de análisis de fuentes históricas* (Cruz-Márquez y Romero, 2017). Así, en las sesiones programadas para la Relme 32, nos propusimos comenzar la discusión sobre los usos que damos a los resultados de estos análisis.

Ahora bien, el abanico de aplicaciones de las investigaciones de este corte, al igual que las perspectivas teóricas y las estructuras metodológicas desde las cuales se realizan, es muy amplio, siendo útiles desde fundamento para propuestas de enseñanza hasta para el análisis de libros de texto (Gómez, 2003). Es así como, para esa edición, decidimos enfocarnos en el *empleo de elementos histórico-epistemológicos en la formación inicial docente*.

■ Los análisis histórico-epistemológicos y la formación inicial docente

Diversos estudios en nuestra disciplina coinciden en que la historia de las matemáticas puede constituir un recurso importante en la formación inicial docente en matemáticas, con distintos propósitos y a diversos niveles. Larios (2001), por ejemplo, considera que la incorporación de la filosofía e historia de la matemática en la formación de los profesores de Matemática “resulta importante, pues proporciona elementos al docente para su práctica didáctica, para la interpretación de la investigación educativa y para su propia concepción de la ciencia matemática” (p. 64). Sin embargo, mucho menos consenso existe respecto a cómo y cuándo incorporar elementos de la historia de la matemática en la formación inicial, a qué historia de la matemática, e incluso a qué matemática nos referimos.

Para comenzar este debate, tuvimos a bien invitar a dos investigadores que, desde distintas posturas teóricas, planos educativos e incluso regiones de Latinoamérica, emplean elementos de la historia de las matemáticas en la investigación y el ejercicio de la formación inicial docente: el Mgtr. Gerardo Cruz-Márquez y la Dra. María Elena Gavarrete, respectivamente.

El Mgtr. Cruz-Márquez nos presentó una propuesta de investigación sobre el ‘diálogo’ de los saberes docentes y el rol que estos juegan al tomar decisiones de diseño, implementación y análisis de actividades de aula, específicamente al trabajar con profesores de matemáticas en formación inicial y partiendo de una problematización de las nociones trigonométricas llevada a cabo en un escenario histórico.

Mientras que la Dra. Gavarrete nos compartió los resultados de una experiencia de formación docente desarrollada en el curso Historia de la Matemática que se imparte en la Universidad Nacional de Costa Rica. Esta incluye un componente de investigación histórica, con el propósito de generar reflexiones críticas en los docentes en formación, acerca de la evolución y cambios del abordaje didáctico-matemático para diversas temáticas, y cómo estas reflexiones pueden incidir en el desarrollo profesional de los docentes.

A continuación, describimos –por separado– ambos aportes.

Problematización de la trigonometría y la formación inicial docente

La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME) sostiene que, en tanto el saber matemático se ha construido socialmente en ámbitos no escolares, su introducción en el sistema educativo –fruto de su valioso papel en la formación ciudadana– obliga a un proceso de transposición didáctica. Esto es, la matemática (en tanto saber humano) se somete a un conjunto progresivo de modificaciones que permiten seleccionar, organizar y estructurar los conocimientos que son incluidos en la Matemática (en tanto espacio escolar) (Reyes-Gasperini, 2016). Al sistema de razón que determina estas modificaciones –y, en consecuencia, la estructura y funcionamiento de la Matemática– es lo que, desde esta teoría, se denomina discurso Matemático Escolar (dME).

Una de las características del dME asociado a la trigonometría, que se manifiesta de forma natural a través de los distintos planos educativos, como el discurso escolar, los planes y programas de estudio, los libros de texto, y las creencias y concepciones de profesores, estudiantes y comunidad académica en general (Montiel y Jácome, 2014), es su enfoque en el dominio aritmético de las nociones trigonométricas y una marcada disociación entre la trigonometría escolar y la geometría –que históricamente le dio origen y la precede de manera general en los programas y planes de estudio–. Consecuencia de este fenómeno, denominado *arritmetización de la trigonometría* (Montiel, 2011), se admite un significado lineal y se promueve un significado aritmético para las nociones trigonométricas, al mismo tiempo que se reduce su uso al de una técnica de cálculo de un valor faltante (Montiel y Jácome, 2014).

Ante esta problemática, y desde la perspectiva que ofrece la TSME, en el estudio De Sirio a Ptolomeo: Una Problematización de las Nociones Trigonométricas (Cruz-Márquez, 2018), nos planteamos un proyecto de investigación cuya hipótesis implícita de partida es que al extender los usos de las nociones trigonométricas y aminorar la brecha existente entre el estudio de la trigonometría y las nociones y procedimientos geométricos, es posible confrontar la aritmetización de la trigonometría y sus fenómenos asociados.

Esta conjetura nos orilló, en primera instancia, a respondernos tres preguntas: ¿qué usos le son propios a las nociones trigonométricas, en especial la razón?, ¿cómo acercar las nociones y procedimientos geométricos a la introducción y evolución de las nociones trigonométricas? y ¿qué nociones y procedimientos geométricos son pertinentes a la introducción de las nociones trigonométricas? Y, en segunda instancia, a confrontar nuestra hipótesis, llevando las respuestas esbozadas para las preguntas anteriores a un ambiente escolar.

Así, dicha investigación constó de dos grandes etapas. La primera –denominada historización– tuvo como objetivo, mediante un análisis sociohistórico-documental, acercarnos a la naturaleza de las nociones trigonométricas y a las circunstancias sociales, culturales e institucionales que propiciaron su emergencia y evolución en el Almagesto de Ptolomeo. Mientras que la segunda –denominada dialectización–, consistió en una visita académica a un centro de formación inicial docente y tuvo la intención de ser un espacio de confrontación de los elementos identificados en la etapa anterior con un escenario didáctico.

Como principales resultados de esta investigación –y atendiendo tres preguntas de partida–, propusimos y dimos evidencia empírica de que la *medición indirecta de distancias en el contexto del círculo* constituye un escenario apropiado para hacer frente al fenómeno de aritmetización de la trigonometría, esto es, confrontar el significado

lineal y aritmético asociado a la razón trigonométrica bajo el dME actual, así como para promover su resignificación mediante el uso. A la vez, nos hizo conscientes de la importancia del *trabajo geométrico* –en tanto sinergia de usos: como herramientas de construcción, como herramientas teóricas y como herramientas aritmético-algebraicas–, sobre nociones geométricas como el *círculo*, el *triángulo rectángulo* y la *proporcionalidad*, para dicho proceso.

Posterior a este estudio, y con el objetivo de enriquecer la información obtenida en la primera aplicación del diseño, realizamos una segunda experiencia de aula. La secuencia se presentó como un taller extra clase, compuesto por dos sesiones de aproximadamente dos horas cada una, y se llevó a cabo con estudiantes que cursaban el espacio de Práctica Profesional, ubicado en el octavo semestre del Plan de Estudios (PE 2004–2), y los estudiantes que cursaban el espacio de Geometría Analítica, ubicado en el sexto semestre del Plan de Estudios (PE 2014–2), de la Licenciatura en Docencia de la Matemática que oferta la Universidad Autónoma de Baja California (UABC), Campus Mexicali, Baja California Norte, México.

Como principal resultado de esta segunda experiencia de aula, advertimos que la situación de medición indirecta de distancias presentada a los estudiantes produjo –en el grupo de octavo semestre–, no solo la confrontación y resignificación matemática que habíamos reportado en la experiencia de aula llevada a cabo anteriormente, sino cierto cuestionamiento respecto a la enseñanza y aprendizaje de la matemática en juego. Por ejemplo, comenzaron a utilizar frases como ‘Porque es lo que nos ha inculcado toda la vida...’ para justificar el uso de una herramienta matemática particular; y respuestas como ‘Porque así es el teorema y ya...’ al cuestionarse sobre qué le dirían a sus futuros estudiantes en caso de que preguntarán por qué funciona dicha herramienta.

En consecuencia, nos planteamos preguntas como: *¿problematizar (confrontar y resignificar) las nociones trigonométricas –mediante el diseño construido– permite o propicia la reflexión y análisis respecto a aspectos asociados a su enseñanza y aprendizaje?*, esto es, *¿problematizar las nociones trigonométricas ‘moviliza’ otros conocimientos docentes no disciplinares?, ¿cómo?*

En consecuencia, y con la intención de dar forma a estas observaciones y cuestiones, comenzamos con la revisión bibliográfica alrededor de la formación inicial docente, general y en matemáticas. Los estudios sobre las formación inicial y continua de los profesores en general, y de matemáticas en particular, se han llevado a cabo por profesionales de diversos ámbitos y desde una gran variedad de campos científicos. Así, es posible encontrar desde estudios de caso que analizan la relación entre las creencias de un profesor y su práctica, como el realizado por Lloyd (2005), hasta proyectos de investigación como The Teacher Education Study in Mathematics (TEDS-M) (Tatto et al., 2012), un estudio comparativo internacional a gran escala sobre la formación de los profesores de matemáticas en el nivel de primaria y de primer ciclo de secundaria, llevado a cabo durante cinco años y tomando en cuenta 17 países.

En los últimos años, las investigaciones de corte social han comenzado a tomar cierto realce en nuestra disciplina y especialmente en la formación inicial docente respecto al conocimiento del futuro docente de matemáticas. De manera general, los investigadores adscritos a esta perspectiva consideran que la “discusión sobre el conocimiento del profesor de matemáticas debería estar moldeada por el contexto en el que el profesor desarrolla su trabajo” (Sánchez, 2011, p. 135, [Traducción nuestra]). En este sentido cobran interés preguntas como: “¿Qué bases de conocimiento (son necesarias) para enseñar a estudiantes cultural y lingüísticamente diversos? ¿Y por enseñar en escuelas urbanas y rurales de escasos recursos?” (Adler, 2000 en Sánchez, 2011, p. 135, [Traducción nuestra]).

Dentro de estas, y desde una óptica más bien etnográfica, destaca la propuesta de los Saberes Docentes de Mercado (1991, 1994, 2002). En ella, la autora plantea a los saberes docentes como saberes cotidianos, en tanto “*conocimiento* [énfasis agregado] sobre la realidad que *utilizamos* [énfasis agregado] de un modo efectivo en la vida cotidiana, del modo más heterogéneo (como guía para las acciones, como temas de conversación, etcétera)” (Heller, 1977 en Mercado, 2002, p. 13).

Bajo esta perspectiva, el docente solo se apropia de los saberes que estima necesarios para su labor. En el transcurso de este proceso de apropiación el docente genera nuevos saberes a la vez que integra o rechaza conocimientos provenientes de distintos ámbitos sociales y momentos históricos. En consecuencia, y como puede ser evidente en este punto, los saberes docentes son considerados –bajo esta perspectiva teórica– de carácter histórico, dialógicos y socialmente construidos (Mercado, 2002).

El carácter histórico de los saberes docentes refiere a que, al tomar una decisión, los docentes ponen en juego ‘voces’ provenientes de distintos momentos históricos, reformas educativas pasadas o vigentes, experiencias de formación inicial o de actualización docente, la experiencia docente en general, por ejemplo. Por otro lado, el carácter dialógico de los saberes docentes, que Mercado retoma de Bajhtin (1989), refiere a que –desde esta perspectiva– las acciones y expresiones de los docentes sobre su enseñanza no pueden verse únicamente desde una perspectiva individual, sino que deben entenderse como “producto de construcciones sociales, históricas, ya que representan huellas provenientes de distintas épocas y ámbitos sociales con las cuales *dialogan* [énfasis agregado] las percepciones individuales” (Mercado, 2002, p. 15).

Con base en los elementos presentados y discutidos anteriormente, en especial los referentes al estudio del conocimiento docente y la postura teórica propuesta por Mercado (1991, 1994, 2002), nos replanteamos las interrogantes propuestas como fruto de nuestra investigación de partida, así como sus objetivos asociados. En consecuencia, en este punto de nuestra investigación, nos preguntamos *¿cómo la problematización de las nociones trigonométricas dialoga con los demás saberes docentes de los futuros profesores de matemáticas?, ¿cuáles son esos ‘otros saberes’? y ¿qué rol –con relación a los demás saberes docentes– juega la problematización de las nociones trigonométricas al momento de tomar decisiones de diseño, implementación y análisis de actividades de aula?*

Historia de las Matemáticas y empoderamiento docente en Costa Rica

El reconocimiento de la Matemática Educativa como una disciplina científica ha impulsado la investigación en este campo. En Costa Rica, al igual que en otras latitudes, los esfuerzos por documentar su evolución o desarrollo llevan pocos años.

En este apartado se describe una experiencia de formación docente llevada a cabo en el marco del curso de Historia de la Matemática que se imparte en la Universidad Nacional de Costa Rica. Esta incluye el componente de investigación histórica desde un enfoque didáctico que favorece la reflexión sobre las conexiones entre historia universal, matemáticas, ciencias, artes y culturas, para favorecer el empoderamiento docente y la contextualización de la matemática desde la visión sociocultural.

En concreto, el trabajo final del curso se titula “El abordaje de la Historia de la Matemática como recurso didáctico” y abarca tres tipos distintos de tareas. En la primera de ellas, los estudiantes realizan una investigación histórica a partir de libros antiguos; la segunda, corresponde a un análisis comparativo de los libros antiguos con respecto a los libros de la actualidad; y la tercera, es una reacción creativa a partir de la reflexión que se suscita en la comparación y que se presenta en un poster científico.

Para realizar el trabajo es requerido revisar, elegir y justificar la elección de un eje temático del Plan de Estudios de Educación Secundaria del Ministerio de Educación Pública (MEP) de Costa Rica e investigar cómo ese contenido fue abordado en épocas pasadas, a través de la investigación de libros antiguos, con el propósito de generar reflexiones críticas en los profesores en formación que participan en el curso sobre cómo ha cambiado (o no) el abordaje didáctico-matemático y cómo la revisión histórica puede incidir en la práctica docente.

La Escuela de Matemática de la Universidad Nacional de Costa Rica cuenta con un acervo de libros antiguos, como fruto del proyecto titulado “Museo Juan Félix Martínez de Historia y Filosofía de las Matemáticas desde una Visión

Sociocultural”. El museo cuenta con más de 150 tomos de libros de matemática, el más antiguo publicado en 1795. Muchas de estas obras provienen de la donación de la familia del profesor Juan Félix Martínez, otros han sido donados por docentes jubilados de la Escuela de Matemática.

Los libros del Museo tienen un valor histórico invaluable y han servido para promover la investigación en la Educación Matemática en Costa Rica, puesto que existen libros que están escritos en inglés o francés, ya que fueron editados e impresos en países extranjeros, traídos a Costa Rica a finales del Siglo XIX para ser usados como recursos para el aprendizaje de la matemática y constituyen los primeros libros utilizados para impartir clases de matemáticas en la Universidad de Santo Tomás, que fue la primera universidad de Costa Rica (Jiménez y Palmer, 1997).

Otra parte de la colección se compone de las primeras publicaciones hechas en nuestro país sobre esta materia, bajo la autoría de los profesores José Joaquín Trejos y Gil Chaverri, por ejemplo. Consisten tanto en adaptaciones de los traídos del extranjero, como en creaciones de los talentos nacionales con que se contaba al momento.

El trabajo con los libros antiguos que fue propuesto a los estudiantes tuvo como propósito *Promover investigaciones en los estudiantes de la Licenciatura en Enseñanza de la Matemática de la Universidad Nacional acerca de la Historia de las Matemáticas en Costa Rica, considerando aspectos socioculturales que favorezcan el empoderamiento como gremio profesional*. Para el cumplimiento de este objetivo, se contemplaron las siguientes fases:

A. Motivación y Contextualización: en esta fase se mostró a los estudiantes la colección de libros antiguos, así como algunos matices sobre la historia de la enseñanza de la matemática en Costa Rica, donde los libros estuvieron involucrados. Por otra parte, se realizó un taller de formación en investigación para explicar la metodología para desarrollar entrevistas semiestructuradas, con la finalidad de poder invitar a la clase docentes de matemática jubilados, que hubieran trabajado, tanto en educación secundaria como universitaria y que pudieran compartir su experiencia.

B. Indagación y Análisis: en esta fase los estudiantes tuvieron acceso a revisar libros antiguos, además realizaron una comparación entre las maneras de plantear el desarrollo de diversos contenidos en el pasado y en la actualidad. Asimismo, en esta fase los estudiantes realizaron entrevistas a docentes jubilados, bajo una actividad que se denominó “Por favor: cuéntenos”, donde incluyeron aspectos tales como anécdotas sobre su formación en la escuela primaria y en la secundaria, así como también respecto a la situación social, política y económica de Costa Rica durante la época en que era estudiante, y sobre las exigencias experimentadas durante la época de formación como docente en la Universidad; sus primeras experiencias como profesor de matemática y sus creencias sobre la vocación y la filosofía de trabajo de un profesor de matemáticas. Por ejemplo, acerca de la Vocación y Filosofía para la enseñanza de la matemática, se consideraron preguntas tales como: ¿Qué es lo más profundo de esta profesión?, ¿qué es lo indispensable para ser un buen profesor de matemáticas?, o bien, ¿qué nos puede aconsejar para mejorar nuestro desarrollo como profesores de matemática desde su experiencia?

En esta sección, cabe destacar que tanto los libros antiguos como los docentes entrevistados, refieren al cambio promovido por la Reforma Matemática que se desarrolló en el país, en la cual se desarrolló una transición en la forma que se enseñaba la matemática en los centros educativos para empezar a enseñar todo lo relacionado con la Teoría de Conjuntos. Tal como lo afirman Alfaro, Alpízar, Morales, Ramírez y Salas (2013), este cambio se desarrolló entre los años 1960 y 1970, y consistió en una reforma educativa nacional inspirada por grandes matemáticos del momento, su ideología de las matemáticas modernas fue en aquel momento adoptada como forma y método para la enseñanza de la Matemática en todos los niveles (primaria, secundaria y universidad), se enfatizaba los aspectos formales, deductivos, axiomáticos y más abstractos.

Durante la experiencia, los estudiantes toman en cuenta que los conocimientos matemáticos son el reflejo de la sociedad y la cultura que permite y guía su desarrollo durante una época (White, 1982). De esta forma, los libros de

texto utilizados como recurso didáctico en la mediación pedagógica de la matemática durante la Educación General Básica (estudiantes de 7 a 15 años) y el Ciclo Diversificado (estudiantes de 16 a 17 años), contienen destellos del acontecer en la historia de la educación matemática de Costa Rica, la realidad sociopolítica y económica del país de edición o de destino como las corrientes de pensamiento presentes en el gobierno, los fines de la educación y las teorías psicopedagógicas del momento.

Para realizar el trabajo, los estudiantes eligen y caracterizan las categorías de análisis que permiten establecer un criterio comparativo entre los libros en diversos aspectos, tales como:

- Programas de estudios de Matemática, donde se visualizan semejanzas y diferencias entre los contenidos y habilidades u objetivos de estudio que se pretenden alcanzar según el programa de estudios vigente en el momento a partir de los libros.
- Formato y diseño de las unidades didácticas, en lo que respecta a la estructura y la organización de estas.
- Nivel de abstracción de los ejercicios propuestos, donde se contempla si son de índole demostrativo, para reforzar o replantea terminologías; o bien si se tratan de propuestas meramente prácticas, que promueven la mecanización de procedimientos.
- Presencia de la historia de la matemática, donde se verifica la inclusión y la forma en que se presenta y el uso que se le da, bien sea como introducción, como recurso didáctico, como medio de contextualización de problemas, entre otros.

C. Reflexión y Reacción Creativa: en esta fase se propone a los estudiantes desarrollar reflexiones sobre la experiencia de investigación, así como plasmar los resultados del trabajo en un ensayo crítico y en un poster científico. Esta actividad conlleva a reflexiones acerca del empoderamiento docente, puesto que favorece en ellos un discurso cautivador, donde la Historia de la Enseñanza de la Matemática y el saber matemático escolar son fundamentales para generar cambios significativos en la educación y la Didáctica de la Matemática.

■ Algunas conclusiones y prospectivas

En suma, durante esta sesión del Grupo de Discusión Análisis Histórico-Epistemológico en Matemática Educativa dialogamos, con base en las experiencias didácticas y de investigación presentadas por nuestros invitados, así como los aportes de los participantes, sobre cómo la historia de las matemáticas representa un elemento importante en la formación de los futuros profesores de matemáticas, no solo en aspectos disciplinares, sino pedagógicos, curriculares, didácticos, etcétera.

Además, dejó algunas problemáticas sobre la mesa, las que podrían constituir futuras temáticas de discusión. La investigación del Mgtr. Cruz-Márquez nos hizo reflexionar respecto a otros campos de aplicación de los elementos histórico-epistemológicos, entre ellos: como herramienta para prever obstáculos que pueden presentar los estudiantes al construir una noción matemática específica, como base para la formulación de propuestas didácticas innovadoras y como instrumento para el análisis de libros de texto. Mientras que la experiencia de aula presentada por la Dra. Gavarrete nos hizo cuestionarnos respecto a las diferencias y relaciones entre la Historia de la Matemática, la Historia de la Enseñanza de la Matemática y la Historia de la Matemática Educativa, así como sus usos en contextos de formación docente.

■ Referencias bibliográficas

Alfaro, A., Alpízar, M., Morales, Y., Ramírez, M. y Salas, O. (2013). La formación inicial y continua de docentes de Matemáticas en Costa Rica. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 131-179.

- Cantoral, R. y Farfán, R. (2003). Matemática Educativa: Una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6 (1), 27-40.
- Cruz-Márquez, G. (2018). *De Sirio a Ptolomeo: Una Problematicación de las Nociones Trigonométricas*. Tesis de Maestría no publicada. Ciudad de México, México: Centro de Investigaciones y de Estudios Avanzados (Cinvestav). doi: 10.13140/RG.2.2.18095.64166
- Cruz-Márquez, G. y Romero, F. [cruzmarquezg]. (2017, 4 de octubre). *Grupo de Discusión: Análisis Histórico-Epistemológico en Matemática Educativa | Relme31* [Archivo de video]. Disponible en <https://goo.gl/gekQZg>
- Gómez, B. (2003). La investigación histórica en Didáctica de la Matemática. En E. Castro (Ed.), *Investigación en Educación Matemática: Séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*, (pp. 79-86). Granada: Universidad de Granada.
- Jiménez, I. M., y Palmer, S. P. (1997). *Historia de Costa Rica: breve, actualizada y con ilustraciones*. Editorial Universidad de Costa Rica.
- Larios, V. (2001). Filosofía e historia de la matemática en la formación docente. *Educación Matemática*, 13(3), 64-74.
- Lloyd, G. M. (2005). Beliefs about the teacher's role in the mathematics classroom: One student teacher's exploration in fiction and in practice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8, 441-467.
- Mercado, R. (1991). Los saberes docentes en el trabajo cotidiano de los maestros. *Infancia y aprendizaje*, 14(55), 59-72.
- Mercado, R. (1994). Saberes and social voices in teaching. *Education as cultural construction*, 61-70.
- Mercado, R. (2002). *Los saberes docentes como construcción social. La enseñanza centrada en los niños*. México: Fondo de Cultural Económica.
- Montiel, G. (2011). *Construcción de conocimiento trigonométrico. Un estudio Socioepistemológico*. México: Ediciones Díaz de Santos.
- Montiel, G. y Jácome, G. (2014). Significados trigonométricos en el profesor. *Boletim de Educação Matemática*, 28(50), 1193-1216.
- Reyes-Gasperini, D. (2016). *Empoderamiento docente desde una visión socioepistemológica: una alternativa de intervención para la transformación y la mejora educativa*. Tesis de Doctorado no publicada. Ciudad de México, México: Centro de Investigaciones y de Estudios Avanzados (Cinvestav).
- Rojano, T. (1994). La matemática escolar como lenguaje: Nuevas perspectivas de investigación y enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, 12(1), 45-56.
- Sánchez, M. (2011). A review of research trends in mathematics teacher education. *PNA*, 5(4), 129-145.
- Tatto, M. T., Peck, R., Schwille, J., Bankov, K., Senk, S. L., Rodriguez, M., Ingvarson, L., Reckase, M., y Rowley, G. (2012). *Policy, practice, and readiness to teach primary and secondary mathematics in 17 countries: Findings from the IEA Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M)*. Amsterdam: International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA).
- White, L. (1982). El locus de la realidad matemática. La ciencia de la cultura: Un estudio sobre el hombre y la civilización. Barcelona: Paidós.