

MOBILIZAÇÃO DO PENSAMENTO ESTATÍSTICO NO ENSINO EXPLORATÓRIO

MOBILIZATION OF STATISTICAL THINKING IN EXPLORATORY TEACHING

Everton José Goldoni Estevam, Maria Ivete Basniak
Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR. (Brasil)
evertonjgestevam@gmail.com, basniak2000@yahoo.com.br

Resumo

Admitindo o *inquiry*, a reflexão, a comunicação e a colaboração como dimensões fundamentais do Ensino Exploratório de Matemática (EEM), este trabalho tem por objetivo analisar o potencial do EEM para a mobilização do pensamento estatístico (PE) na Educação Básica. Para tanto, um quadro é elaborado, considerando aquelas dimensões e categorias específicas do PE, a partir da análise de gravações em vídeo de uma aula, envolvendo medidas de tendência central (em particular, a média) e realizada com uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental, no Brasil. Este quadro sugere o alinhamento entre as dimensões do EEM e as demandas evidenciadas para a mobilização do PE e pode orientar ações e análises assentes nestas temáticas.

Palavras-chave: educação estatística, média, educação básica

Abstract

Inquiry, reflection, communication, and collaboration are fundamental aspects in Exploratory Mathematics Teaching (EMT). For this reason, in this work we investigate the potential of EMT for the mobilization of statistical thinking (ST) in Basic Education. For this purpose, we organize a framework considering EMT's dimensions and ST's specific categories from the analysis of class video recordings, involving measures of central tendency (particularly mean), performed with an elementary school 9th grade, in Brazil. Such framework suggests the alignment between the aspects of EMT and the demands related to the mobilization of ST, which can guide actions and analyses based on these issues.

Key words: statistics education, mean, basic education

■ Introdução

O Ensino Exploratório de Matemática (EEM) tem ganhado proeminência nas pesquisas porque, em uma perspectiva alargada de *inquiry-based teaching* (Oliveira e Cyrino, 2013), admite como dimensões fundamentais o *inquiry* (cuja tradução gera dubiedades), a reflexão, a comunicação e a colaboração (Chapman e Heater, 2010). Isto porque considera-se que os processos de ensino e de aprendizagem devem ser ancorados na inquirição, construída e cultivada de forma dialógica e situada, integrando a ação com outros e a reflexão sobre o que se aprende (Wells, 2004).

Por outro lado, a mobilização do pensamento estatístico (PE), apesar de essencial ao ensino e à aprendizagem de Estatística, mostra-se desafiadora e complexa (Wild e Pfannkuch, 1999). Neste sentido, o presente trabalho tem por objetivo analisar o potencial do EEM para mobilização do PE na Educação Básica. Com isso, busca articular uma perspectiva promissora de ensino a uma expectativa de aprendizagem exigente, evidenciando modos de se efetivar e articular em sala de aula os apontamentos das pesquisas. Para tanto, o texto apresenta um quadro teórico sobre o EEM e o PE, seguido dos aspectos do contexto e metodológico. Os resultados constituem a seção seguinte e são assentes na análise de gravações em vídeo de uma aula de Estatística realizada com uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental. Por fim, as conclusões apresentam um quadro que articula EEM e PE.

■ Ensino exploratório de matemática e pensamento estatístico

A abordagem exploratória pressupõe que a aprendizagem decorre do trabalho que os alunos realizam a partir do engajamento em tarefas desafiadoras, para as quais não possuem um método imediato de resolução (Canavaro, 2011). Com ações consonantes do professor, os alunos são conduzidos a comunicar suas ideias e (in) compreensões, questionar ideias de outros, refletir sobre a necessidade ou vantagem de determinadas ideias ou estratégias de resolução, em uma dimensão colaborativa de aprendizagem (Chapman e Heater, 2010). Deste modo, faz sentido admitir o *inquiry*, a reflexão, a comunicação e a colaboração como dimensões fundamentais do EEM.

Entendido como conceito pedagógico, o *inquiry* tem origem nos trabalhos de Dewey (1938), para quem compreende o processo que permite reconhecer e abordar uma situação desconhecida, considerada desafiadora ou intrigante, a partir daquilo que já é conhecido. Trata-se, portanto, de um ensino orientado para a utilização de experiências e conhecimentos anteriores para abordar e construir novos. A interação entre conhecimentos e desconhecimentos sugere, assim, hipóteses e inferências sobre a questão investigada e, deste modo, fomenta e cultiva atitude inquiridora no processo de aprendizagem.

A *reflexão* significa a chave para ir além da distinção entre o conhecer e o fazer (Dewey, 1938). A inquirição reflexiva salienta a premissa de que a ação não é suficiente para a aprendizagem, enquanto avanços cognitivos significativos são percebidos, quando as ações são admitidas como objetos de (re) pensamento (Wheatley, 1992). Enquanto o *inquiry* permite a abordagem inicial do problema ou da situação, para a(o) qual não se dispõe de uma estratégia imediata de resolução, gerando hipóteses e conjecturas, a *reflexão* permite questionar essas ideias iniciais a partir do (re)pensar constante sobre sua validade e adequabilidade, em processos de interação e negociação de significados.

O EEM é alicerçado em um processo em que os alunos interagem entre si e com o professor para construir e compartilhar significados, ressaltando outras duas dimensões: a *comunicação* e a *colaboração*. Guerreiro, Ferreira, Menezes e Martinho (2015, p. 286) sublinham a importância de se compreender a “comunicação assente na interação social”. As diferentes interações sociais entre alunos e professor refletem *comunicações* de natureza diversa, sendo quatro as ações que o professor deve desenvolver em aula na perspectiva exploratória: explicar, questionar, ouvir e responder. Normas sociais e sociomatemáticas regem ações semelhantes, as quais buscam

promover a interação entre os alunos, estabelecendo conexões e contrapontos sobre ideias e pensamentos emergentes no grupo. Trata-se, portanto, de considerar a inquirição dialógica como orientação do processo pedagógico, a qual está situada na atividade e no discurso que os participantes produzem juntos. Nesse sentido, a *colaboração* articula-se às demais dimensões para evidenciar o caráter interdependente das atividades e compreensões matemáticas. Ao mesmo tempo em que as atividades matemáticas individuais podem ser limitadas pela participação na constituição interativa de uma base compartilhada, essa base é interativamente constituída, à medida que se tenta coordenar a atividade matemática de cada um com a dos outros (Cobb, Yackel, e Wood, 1992). Admite-se, portanto, a sala de aula como um ambiente de interação entre os alunos, entre o professor e os alunos, e entre estes e o conhecimento matemático, na busca de um entendimento comum a partir de seus conhecimentos e experiências prévias. Por conseguinte, o significado do conhecimento matemático é partilhado e assumido pelos intervenientes quando estes concordam com a validade dos referentes, dos exemplos, das analogias e das conexões apresentadas pelos interlocutores (Bishop e Goffree, 1986).

Para tanto, propõe-se a dinâmica de aulas em fases, as quais são associadas às práticas componentes da ação do professor, destacadas por Stein, Engle, Smith e Hughes (2008), nomeadamente: i) proposição e apresentação da tarefa (AT), apoiada na prática de propor a tarefa aos alunos; ii) desenvolvimento da tarefa (DT), associada à prática de monitorar a resolução dos alunos, apoiá-los e identificar resoluções interessantes para discussão com toda a turma; iii) discussão coletiva da tarefa (DC), relacionada à apresentação das resoluções selecionadas, contraposição de diferentes ideias e estratégias, bem como discussão de suas potencialidades e limitações; e iv) sistematização das aprendizagens (SA), com a formalização das ideias discutidas no decorrer da aula, aproximando-as daquelas prescritas nos currículos. Stein et al. (2008), assim como Canavarro (2011), salientam ainda que a efetivação dessas práticas exige, necessariamente, um planejamento, o qual envolve a prática de *antecipar* as ações de professor e alunos no desenvolver das atividades previstas para a aula.

No que se refere ao pensamento estatístico (PE), Wild e Pfannkuch (1999) propõem uma estrutura que se relaciona com a forma como uma pessoa atua e o que pensa durante o curso de uma investigação estatística. Ela pressupõe o envolvimento em um processo investigativo que perpassa por quatro dimensões: ciclo investigativo, tipos de pensamento, ciclo interrogativo e dispositivos. O ciclo investigativo remete à ideia de o ensino de Estatística aproximar-se do modelo científico investigativo pautado no esquema Plano, Problema, Dados, Análise e Conclusões - PPDAC. Quanto aos pensamentos envolvidos nesse modelo, os autores citam categorias que vão dos pensamentos gerais - estratégico, explicativo, modelar e procedimental - aos específicos, particularmente relevantes para este trabalho: reconhecimento da necessidade dos dados, transnumeração, onipresença da variação, modelos estatísticos, conhecimentos estatísticos, do contexto e de síntese.

O reconhecimento da necessidade dos dados permite compreender que apenas as experiências vivenciadas não são suficientes para a tomada de decisão e revela, deste modo, a importância da coleta e da análise adequada dos dados. A transnumeração possibilita às pessoas raciocinar sobre representações de dados, compreendendo-os e interpretando-os.

Destarte, alude a condições para determinar, dentre representações diversas, a mais adequada aos dados e ao contexto que circunda a situação. A percepção da variabilidade envolve a capacidade de buscar e descrever padrões na variação, interpretando-os em contextos determinados, com vistas ao estabelecimento de estratégias para a investigação. O raciocínio com modelos considera que todo pensamento gera modelos, de representações e procedimentos, que não seguem um padrão pré-determinado, mas são definidos pelo estudante. Por fim, o conhecimento do contexto e o conhecimento estatístico admitem que os dados devem ser observados considerando os conceitos estatísticos, porém, com consciência de que pertencem a um contexto, o qual permite sua significação.

As duas últimas dimensões, a do ciclo interrogativo e os dispositivos, retratam as ações necessárias à análise de dados, visando à formação de uma postura crítica em meio ao processo de uma investigação estatística. Envolvem,

portanto, a definição de hipóteses para possíveis causas, as origens delas, a interpretação compatível e, por fim, o confronto dos resultados.

■ Aspectos metodológicos e de contexto

O trabalho consiste na análise de gravações em vídeo de uma aula (que consistiu em duas aulas conjugadas, de cinquenta minutos cada) realizada com uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental, composta por 32 alunos com idades entre 13 e 17 anos, de uma escola pública, no Brasil. Para tanto, foi utilizada uma tarefa envolvendo as medidas de tendência central, em particular a média aritmética, a partir da distribuição de brigadeiros entre um grupo de colegas (Figura 1). Em síntese, considerando que em aulas anteriores os alunos haviam estudado as medidas de tendência central (média, moda e mediana), seus significados e processos de cálculo, a aula provocou os alunos a aprofundarem o significado procedimental da média, bem como compreendê-la como medida que torna a distribuição equitativa. Os itens b e c envolviam propriedades particulares associadas a influência do valor nulo no cálculo da média, bem como o fato de a média estar compreendida necessariamente entre os limites superior e inferior da distribuição de dados. A aula foi iniciada com a leitura da tarefa por uma das alunas, seguida de sua resolução em grupos compostos de três ou quatro alunos. Três destes grupos foram selecionados para a fase de DC, cujas apresentações foram sequenciadas considerando: i) uma resolução que não explicitava o conceito de média e utilizava cálculo no item c; ii) uma que articulava o conceito de média aos cálculos e utilizava o item b para responder o item c; e iii) que explicitava a ideia de distribuição equitativa relacionada à média. Na SA o professor elaborou um pictograma na lousa para auxiliar na sistematização dos seus significados e das duas propriedades da média, referidos anteriormente (ver Estevam, 2016).

Cinco colegas de turma combinaram de levar brigadeiros para o recreio do dia seguinte. Paulo levou 3, Aline levou 6, André levou 8, Juliana 3 e Jonas não levou brigadeiros.

- Como repartir os brigadeiros de maneira que cada um dos colegas receba a mesma quantidade?
- Se Jonas fosse excluído do grupo por não ter levado nenhum brigadeiro, haveria alteração na quantidade de brigadeiros recebida por cada colega do grupo? Explique a sua resposta utilizando cálculos e desenhos.
- Em outro dia eles resolveram levar brigadeiros novamente. Paulo levou 3, Aline levou 4, André levou 1, Juliana 3 e Jonas levou 4. Alguém afirmou que a quantidade média de brigadeiros recebida no grupo era maior que 4. Sem realizar o cálculo da Média, explique se isso é possível.

Figura 1. Tarefa “Brigadeiros”, explorada na aula analisada

O material analisado abarca as produções escritas dos alunos na resolução, as transcrições de videogravações das aulas e anotações do caderno de campo do professor, o qual acumulou a função de pesquisador (primeiro autor).

A busca por elementos que apontassem as contribuições do EEM para a mobilização do PE consistiu em assistir aos vídeos das aulas, fracionados em episódios, identificando elementos relacionados às quatro dimensões fundamentais do EEM. De posse deste quadro, cada elemento que o compunha foi analisado, com o intuito de identificar evidências de relações com as componentes do pensamento específico de estatística (Wild e Pfannkuch, 1999). Dessa forma, a seção de resultados e análises aponta os aspectos relacionados a cada uma das quatro dimensões do EEM em relação aos componentes específicos do PE, a partir da análise qualitativa e interpretativa dos elementos e episódios identificados inicialmente.

■ Resultados e análises

O *inquiry*, compreendido como processo que permite lidar com o desconhecido a partir de experiências e conhecimentos anteriores, fomenta atitude investigativa dos alunos, que se evidenciou em diversos momentos na

aula analisada. Considerar o *inquiry* como orientador da prática pedagógica promoveu que os alunos questionassem, a si próprios e uns aos outros, por exemplo, sobre os dados existentes na situação (brigadeiros e colegas) em relação às questões a serem respondidas, pensando as diferentes representações (e mudanças nessas representações) que poderiam auxiliar na resolução da tarefa. Um exemplo desta atitude se evidenciou quando, na fase de DC, um dos grupos selecionados resolveu o item *c* da tarefa a partir do cálculo da média, desencadeando o questionamento por outro aluno da turma, conforme episódio a seguir:

<i>Professor:</i>	Porque, pelo que entendi, você está dizendo que a média é três, não é isso?
<i>Alumno 1:</i>	Isso!
<i>Professor:</i>	E como é que vocês chegaram nesta três aí?
<i>Professor:</i>	Vai lá... Explica para gente... Aluno 1, explica pra gente!
<i>Alumno 2:</i>	(Interpõe-se) Aluno 1, você pegou todos os brigadeiros...
<i>Professor:</i>	Pessoal, vamos ouvir.
<i>Aluno 2:</i>	E dividiu pela quantidade de pessoas... Daí deu três para cada um. Não é isso?
<i>Professor:</i>	Então, qual era o problema disso, Aluno 2?
<i>Alumno 2:</i>	Como assim problema?
<i>Professor:</i>	Você está falando... Teve um problema na resolução deles. A situação pedia para explicar sem fazer o cálculo da média... Daí vocês (o grupo que apresentou a resolução) explicaram, mas fizeram o cálculo da média.
<i>Alumno 2:</i>	Está errado.
<i>Professor:</i>	Não está errado, só está resolvido diferente daquilo que foi pedido.

Ao mesmo tempo em que evidencia uma preocupação em atender ao que foi solicitado na tarefa, o episódio problematiza a identificação da natureza dos erros cometidos, os quais nem sempre são conceituais. O grupo (assim como outros grupos da sala) utilizou uma estratégia que feria as condições (intencionais) estabelecidas na tarefa. A identificação por outro colega evidencia a atenção da turma às apresentações dos grupos, já que para além de apresentar diferentes resoluções, o foco deste momento de aula consiste em contrapô-las, diferenciá-las, relacioná-las e discutir seu potencial, limitações e possíveis equívocos. Neste sentido, o *inquiry* promove a busca por fundamentos e explicações para as resoluções durante todas as fases da aula, bem como favorece a colaboração, a reflexão e a comunicação. Outros aspectos relacionados ao *inquiry* e a dimensões do PE, emergentes na aula, estão sintetizados no Quadro 1:

Necessidade dos dados	Transnumeração	Variação	Raciocínio com modelos	Estatística e contexto
<i>Professor salienta aos alunos os dados existentes na situação e as questões a serem respondidas (AT)</i>	<i>Professor destaca que a estratégia de resolução do item c não deve recorrer a cálculos (AT) Alunos discutem e articulam diferentes representações para as ideias relacionadas à média e suas propriedades (DT)</i>	<i>Alunos identificam nas situações presentes na tarefa o que varia: quantidade de brigadeiros ou de pessoas, e as influências dessas variações na média (DT)</i>	<i>Alunos pensam e fundamental a medida de tendência central mais apropriada para lidar com a situação (DT)</i>	<i>Alunos relacionam procedimentos de cálculos das medidas de tendência central ao contexto da situação (DT e DC)</i>

Quadro 1. Aspectos relacionados ao *inquiry* emergentes na aula associados ao PE

Aspectos *reflexivos* foram evidenciados em diversos momentos da aula, sobressaindo a fase de DT e DC. Um exemplo da fase de DT está expresso no episódio a seguir, que mostra a interação entre professor e alunos de um grupo, na busca por estabelecer relações entre os registros utilizados e as compreensões diversas dos alunos do grupo:

<i>Professor:</i>	Explica, para mim, como é que você está pensando?
<i>Aluno 3:</i>	Isso aqui são as pessoas (desenhos de bonecos), cinco, daí cada um tem quatro brigadeiros. Aí o Jonas saiu, e cada um ficou com cinco, sobrou quatro.
<i>Professor:</i>	Cada um ficou com cinco. E por que cada um ficou com cinco?
<i>Aluno 3:</i>	Porque o Jonas saiu!
<i>Professor:</i>	Mas você consegue explicar, como é que o quatro “virou cinco”?
<i>Aluno 3:</i>	Sim, porque se vinte dividido por cinco...
<i>Aluno 4:</i>	O Jonas saiu e ele tinha quatro, daí deu um para cada um.
<i>Aluno 5:</i>	Você adiciona cada um desse quatro para cada um do grupo.
<i>Aluno 3:</i>	Tem vinte brigadeiros, daí tinha cinco pessoas, você divide por 5 é quatro.... Aí inverteu. Vinte por quatro dá cinco.
<i>Professor:</i>	Mas olha, ouve o que os meninos estão falando... Repete?
<i>Aluno 4:</i>	O Jonas tinha quatro, como cada um do grupo. Se o Jonas fosse excluído, esse quatro seria distribuído, um para cada um!
<i>Aluno 3:</i>	É isso que eu te falei velho!
<i>Aluno 4:</i>	E aí eles ficariam com cinco.
<i>Aluno 3:</i>	É a mesma coisa, mas diferente. Eu só estou pensando na divisão, né. Vocês estão distribuindo os brigadeiros do Jonas. Entendi.

O episódio mostra que a dimensão *reflexiva* permite articular diferentes ideias, questionando inclusive as soluções corretas, na busca por compreender e articular processos resolutivos. Embora o Aluno 3 tivesse apresentado resultados coerentes para o item *b* da tarefa, sua solução pautava-se apenas no quociente envolvido nas situações representadas nos itens *a* e *b* da tarefa, e as representações pictóricas era essencialmente ilustrativas. Os Alunos 4 e 5, por sua vez, apresentavam sua estratégia assente na (re)distribuição dos brigadeiros que sobravam com a saída de Jonas aos demais colegas da turma, evidenciando o princípio equitativo. Suas explicações auxiliam o Aluno 3 a repensar e ressignificar sua resolução. Outras evidências relacionando processos reflexivos emergente na aula estão sintetizadas no Quadro 2.

Necessidade dos dados	Transnumeração	Variação	Raciocínio com modelos	Estatística e contexto
<i>Alunos questionam resolução do item c com cálculos, diferente do que foi solicitado. Alunos limitam a ideia à situação ao invés de buscar também outras situações semelhantes (DC)</i>	<i>Alunos explicam, articulando diferentes representações (desenhos, aritmética, gráficos, álgebra, etc.) como a média 4 do item a se altera para 5, no item b (DT)</i>	<i>Professor questionar se as ideias e representações apresentadas são válidas para outras situações semelhantes (DC)</i>	<i>Alunos relacionam as três medidas de tendência central, contrapondo e repensando seus significados. Diferenciam modelos procedimentais de significados (DT e DC)</i>	<i>Professor questiona o significado do valor 4 (média) encontrado no item a da tarefa e os alunos buscam elementos da situação para explicar que cada colega receberia 4 brigadeiros (DT)</i>

Quadro 2. Aspectos relacionados à reflexão emergentes na aula associados ao PE

Estes aspectos sobressaíram quando os alunos buscavam relacionar suas representações, estratégias e modelos aos conceitos e procedimentos, com vistas a significar, por exemplo, o procedimento de cálculo da média e suas propriedades, considerando inclusive a variabilidade e, suspendendo, por algum momento, suas crenças e (des)conhecimentos prévios. Assim, provocações que intentem evidenciar outras situações semelhantes, com níveis mais complexos, podem favorecer a contraposição a estes conhecimentos e experiências e, articuladas às demais dimensões do EEM, favorecer o desenvolvimento do PE.

A *comunicação* mostra-se particularmente relevante para o ensino de Estatística, especialmente quando advogamos que os conceitos e procedimentos estatísticos envolvem representações e constructos matemáticos sem, contudo, serem limitados a eles. Para tanto, torna-se fundamental a inquirição dialógica na busca por relacionar diferentes representações ou interpor outras com vistas à compreensão das ideias em questão. O pictograma da Figura 1 significa uma dessas representações interpostas pelo professor, na fase de SA, para elucidar a média como medida que torna a distribuição equitativa.

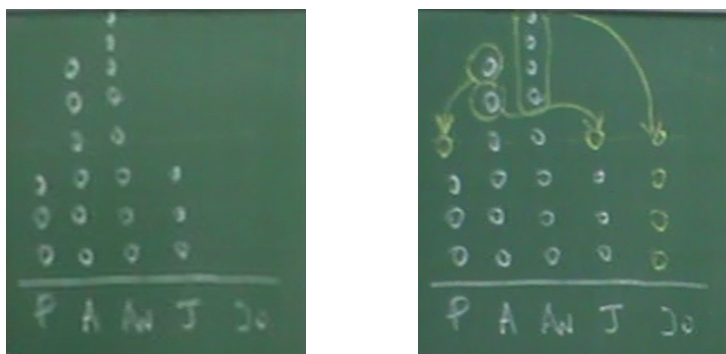


Figura 2. Pictograma da distribuição de brigadeiros, interposto pelo professor na SA

A representação permitiu estabelecer uma discussão com os alunos para entender a média para além de seus algoritmos de cálculo, articulando representações diversas e o contexto da situação. Isto possibilitou, inclusive, a problematização de outras situações semelhantes, a partir de interposições como: *E se fossem 30 brigadeiros?... E se fossem 100?... E 1000? Ou, e se fossem 10 colegas?... ou 50? Ou 300?* O Quadro 3 sintetiza os aspectos comunicativos emergentes na aula em relação às componentes do PE.

Necessidade dos dados	Transnumeração	Variação	Raciocínio com modelos	Estatística e contexto
<i>Alunos negociam no grupo possibilidades para abordar os itens da tarefa (DT)</i>	<i>Professor elabora um pictograma para representar a ideia de média como equidade e o relaciona às representações dos alunos (SA)</i>	<i>Professor e alunos buscam identificar a diferença entre reconhecer o 4 como limite superior da distribuição (variável) ou considerar o 5 como valor superior ao da média (determinismo). (DC)</i>	<i>Professor e alunos negociam a compreensão do fundamento para utilizar o 5 como valor para limitar a média. O professor pensando como o limite superior da distribuição, e a aluna pensando no valor maior do que 4, a média indicada na tarefa (DC)</i>	<i>Alunos explicam e argumentam uns com os outros sobre as compreensões e justificativas que sustentam suas resoluções (DC) Professor questiona o significado de representações e procedimentos em relação à situação. Alunos negociam esclarecimentos (DT)</i>

Quadro 3. Aspectos relacionados à comunicação emergentes na aula associados ao PE

Inquirir e identificar a relação entre os dados e a situação, bem como relacionar diferentes representações e interpor representações não emergentes nas resoluções dos alunos, mas com potencial para a compreensão da ideia em questão, são aspectos fundamentais para que a ação pedagógica tenha como foco o aluno e a aprendizagem, em detrimento do ensino. Dessa forma, a comunicação é fundamental para a negociação de significados, elaboração de conjecturas, explicações, e fundamentos para as estratégias empregadas, questionando e complementando ideias uns dos outros e as relacionando ao contexto da situação.

Por fim, todas as ações aqui identificadas portam, implícita ou explicitamente, a dimensão colaborativa. A síntese dos aspectos emergentes no decurso da aula, complementares aos já discutidos, constitui o Quadro 4.

Necessidade dos dados	Transnumeração	Varição	Raciocínio com modelos	Estatística e contexto
<i>Alunos questionam o que é para ser feito e o professor retoma a tarefa chamando a atenção para os elementos nela presentes e o que é solicitado em cada item (DT)</i>	<i>Professor questiona o que há de semelhante e de diferente nas resoluções dos três grupos que apresentaram suas resoluções, e conjuntamente com os alunos, busca articulá-las e diferenciá-las (DC)</i>	<i>Alunos discordam de abordagens e buscam negociar a estratégia a ser utilizada. Professor provoca-lhes a pensar outras situações, considerando a variação dos dados (DT e DC)</i>	<i>Alunos apresentam explicações diferentes para uma mesma representação. Professor provoca interação para que entendam as ideias uns dos outros e verifiquem como resolver a questão (DT)</i>	<i>Professor questiona o significado dos valores e das representações utilizadas em relação à situação. Alunos negociam “o que refere o que” e elaboram ajustes e esclarecimentos (DT)</i>

Quadro 4. Aspectos relacionados à colaboração emergentes na aula associados ao PE

Articulando estas diferentes dimensões, podemos sintetizar que, com relação à *necessidade dos dados*, o *inquiry* provoca os alunos a pensar sobre os dados presentes na situação, cuja dimensão reflexiva possibilita identificar e problematizar crenças relacionadas a isso. A comunicação se evidencia em discussões e argumentações sobre o processo de obtenção dos dados e sobre termos presentes na situação, os quais são coletivamente negociados. A *transnumeração* é favorecida quando os alunos são provocados a pensar sobre as (mudanças nas) representações que auxiliam na resolução da tarefa e, por meio de processos reflexivos, fundamentam ou justificam suas estratégias e procedimentos. Especialmente na fase de discussão coletiva, discutem e contrapõem essas representações diversas, cuja negociação permite evidenciar potenciais e limitações e as necessidades de complementações ou ajustes. No que se refere à *variação*, a atitude inquiridora e reflexiva promove o reconhecimento da variabilidade como onipresente em processos estatísticos (em detrimento de restringi-la à situação em análise), cuja compreensão das diferenças entre situações determinísticas e incertas promovem o desenvolvimento de linguagem e argumentação estatísticas coerentes.

Para tanto, é fundamental o papel do professor e dos colegas de questionar e de apontar as implicações desta (des) consideração. O *raciocínio com modelos* é fomentado pela busca por compreender o que deve ser realizado e os modelos que podem auxiliar nisso, a partir dos dados e da situação apresentada, relacionando o que é solicitado a outros conhecimentos prévios. As ações comunicativas de explicar, fundamentar, argumentar e clarificar modelos mostram-se fundamentais, cuja contestação, complementação ou corroboração do outro – seja ele aluno ou professor – permitem compreensões significativas. Por fim, a *integração da estatística ao contexto* se revela na busca por compreender e explicar as influências da situação para o processo de resolução e, igualmente, a plausibilidade das soluções para o contexto da situação. Nesse sentido, revelam-se e negociam-se normas sociais e sociomatemáticas que relacionam o ensino de estatística e a situação, as quais são fundamentais para validação dos significados e conclusões negociados coletivamente.

A análise transversal destes resultados ofereceu elementos para estruturar um quadro ampliado de referência para aulas assentes no EEM e que visem à mobilização do PE, o qual se esteia nas dimensões fundamentais do primeiro e categorias específicas de pensamento que alicerçam o segundo. Este quadro é, portanto, apresentado na seção de conclusões que a seguir.

■ Conclusões

O quadro elaborado sugere contribuições proeminentes do EEM ao PE, porque as dimensões fundamentais do EEM - o *inquiry*, a reflexão, a comunicação e a colaboração – mostram-se igualmente fundamentais e alinhadas às demandas para mobilização dos pensamentos específicos relacionados ao desenvolvimento do PE, particularmente na Educação Básica. Essas ideias são sistematizadas no Quadro 5 que, com base na experiência analisada, busca apresentar aspectos gerais que relacionam as dimensões do EEM às categorias específicas do PE.

		<i>Categorias do Pensamento Estatístico</i>				
		<i>Necessidade dos dados</i>	<i>Transnumeração</i>	<i>Varição</i>	<i>Raciocínio com modelos</i>	<i>Estatística e contexto</i>
Dimensões do Ensino Exploratório de Matemática	Inquiry	Promove a compreensão acerca dos dados presentes na situação e das questões a serem respondidas	Salienta a possibilidade de diferentes representações e seus fundamentos	Favorece a compreensão da variação entre as grandezas envolvidas e ao abordar a situação de forma determinística	Permite lembrar modelos já conhecidos, bem como seus fundamentos	Motiva relações entre procedimentos e conceitos já conhecidos e a situação em questão, na busca por evidenciar possibilidades e equívocos
	Reflexão	Desperta relações entre estratégias, dados e questões envolvidas na situação e outras mais amplas, com vista a conferir-lhes consistência ou provocar a identificação de limitações e equívocos	Favorece relações entre cálculos e procedimentos matemáticos e diferentes representações, buscando sublinhar as relações e diferenças entre representações e significados	Provoca a transcendência de ideias determinísticas para outras que consideram a variabilidade e a incerteza	Permite contrapor, relacionar e (re)pensar modelos procedimentais e significados de conceitos e ideias estatísticas	Significa valores e procedimentos em relação ao contexto da situação e busca generalizar a ideia para outras situações semelhantes e/ou mais amplas
	Comunicação	Incentiva a inquirir e identificar relações entre os dados e a situação presente na tarefa	Possibilita relacionar diferentes representações e interpor representações não emergentes, com potencial para a compreensão da ideia em questão	Estimula a negociação de significados para termos desconhecidos ou incomuns e a busca por compreender se e como as resoluções contemplam a variabilidade	Promove explicações sobre os fundamentos para o modelo utilizado, questionando e complementando ideias uns dos outros	Contribui para relacionar ideias e termos do contexto da situação com ideias, procedimentos e termos formais da Estatística
	Colaboração	Estimula a contraposição e o estabelecimento de relações entre diferentes interpretações e abordagens dos dados	Favorece a contraposição e o estabelecimento de relações entre diferentes representações	Contrapõe e relaciona abordagens que consideram e que desconsideram a variabilidade	Favorece a negociação de explicações para algoritmos e representações utilizadas	Promove discussões sobre diferentes resoluções e o contexto e os condicionantes da situação

Quadro 5. Mobilização do Pensamento Estatístico em práticas assentes no EEM

Neste sentido, ao mesmo tempo em que sugere o EEM como perspectiva promissora ao ensino de Estatística, o Quadro 5 pode orientar práticas que busquem articular estas duas perspectivas, bem como orientar investigações no campo dessa temática. A continuidade dos estudos orientados por estes elementos, e envolvendo outras experiências e contextos diversos, pode validar esta tese e, portanto, justifica nossa intenção de trabalhos futuros.

■ Agradecimento

Agradecemos à Fundação Araucária e à Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação da UNESPAR pelo financiamento para realização da pesquisa.

■ Referências

- Bishop, A., e Gofree, F. (1986). Classroom organization and dynamics. In B. Christiansen, A. Howson, e M. Otte (Eds.), *Perspectives on Mathematics Education* (pp. 309-365). Dordrecht: D. Reidel
- Canavaro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, 115, 11-17.
- Chapman, O., e Heater, B. (2010). Understanding change through a high school mathematics teacher's journey to inquiry-based teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(6), 445-458.
- Cobb, P., Yackel, E.; Wood, T. (1992). Interaction and learning in mathematics classroom situations. *Educational Studies in Mathematics*, 23(1), 99-122.
- Dewey, J. (1938). *Logic: The theory of inquiry*. New York: Henry Holt and Company.
- Estevam, E. J. G. (2016). Desafios e possibilidades em uma aula de Estatística na perspectiva do Ensino Exploratório. In M. C. C. T. Cyrino (Ed.), *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas* (pp. 173-202). Londrina, Brasil: EDUEL.
- Guerreiro, A., Ferreira, R. A. T., Menezes, L., e Martinho, M. H. (2015). Comunicação na sala de aula: a perspectiva do ensino exploratório de matemática. *Zetetiké*, 23(2), 279-295.
- Oliveira, H., e Cyrino, M. (2013). Developing knowledge of inquiry-based teaching by analysing a multimedia case: one study with prospective mathematics teachers. *SISYPHUS – Journal of Education*, 1(3), 214-245.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., e Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313-340.
- Wells, G. (2004). *Dialogic inquiry: Towards a sociocultural practice and theory of education*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Wheatley, G. H. (1992). *The role of reflection in mathematics learning*. *Educational Studies in Mathematics*, v. 23, p. 529-541.
- Wild, C., e Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.