

PRESENCIA DEL FENÓMENO “CONTRATO DIDÁCTICO” EN EL DESEMPEÑO DE LOS ESTUDIANTES EN LA RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA MATEMÁTICO EN DOS DIFERENTES CONTEXTOS

PRESENCE OF THE PHENOMENON "DIDACTIC CONTRACT" IN THE PERFORMANCE OF THE STUDENTS IN THE RESOLUTION OF A MATHEMATICAL PROBLEM IN TWO DIFFERENT CONTEXTS

Brisa Mónica Izamar Rodríguez Jiménez, Josip Slisko Ignjatov, Lidia Aurora Hernández
Rebollar

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (México)

b_miza@hotmail.com, josipslisko47@gmail.com; lidiahr06@hotmail.com

Resumen

Esta investigación busca identificar la presencia y las formas del “contrato didáctico” en el desempeño de los estudiantes, así como la influencia del contexto para que se presente este fenómeno. Se analiza el desempeño de estudiantes de bachillerato en una actividad en la que se les pidió una representación visual de un problema matemático redactado en dos contextos diferentes. La investigación es cualitativa y de tipo exploratorio. Inicialmente se ha detectado que el “contrato didáctico” apareció más en la actividad que incluía al problema con un contexto poco familiar para los estudiantes. Las formas en que aparece este fenómeno incluyen operaciones arbitrarias para resolver el problema y la representación aleatoria de los elementos contenidos en el texto.

Palabras clave: contrato didáctico, influencia del contexto, representación visual

Abstract

This research seeks to identify the presence and the forms of the "didactic contract" in students' performances, as well as the influence of the context so that it can present this phenomenon. The performance of high school students is analyzed an activity in which they were asked a visual representation a mathematical problem written in two different contexts. The research is qualitative and exploratory. Initially it was detected that the "didactic contract" appeared more in the activity that included the problem with an unfamiliar context for the students. The ways in which this phenomenon appears include arbitrary operations to solve the problem and the random representation of the elements contained in the text.

Key words: didactic contract, context influence, visual representation

■ Introducción

Los problemas matemáticos se presentan día a día en el salón de clases como parte de actividades para el aprendizaje de las matemáticas. El propósito de la siguiente investigación pretende identificar la presencia y las formas en que aparece el “contrato didáctico” en el desempeño de estudiantes al realizar una representación visual de un problema.

La primera pregunta de investigación fue: ¿En qué formas se manifiesta el “contrato didáctico” al realizar una representación visual de un problema sin solicitar la solución? Existen problemas en los libros de texto donde el contexto utilizado es desconocido para el alumno. A partir de aquí, surge la segunda pregunta de investigación: ¿El fenómeno del contrato didáctico se presenta más con un contexto cotidiano o alejado del estudiante?

■ Marco teórico

Los alumnos suelen estar “acostumbrados” a la situación: si el profesor les da un problema, siempre deben dar una respuesta numérica, sin importar lo que las instrucciones soliciten. Brousseau define “contrato didáctico” como:

En una situación de enseñanza, preparada y realizada por un docente, el estudiante tiene, generalmente como tarea, resolver un problema (matemático), que le es presentado; pero el acceso a esta tarea se realiza a través de una interpretación de las preguntas hechas, de las informaciones proporcionadas, de las obligaciones impuestas, que son las constantes de la forma de enseñar del docente. Estos hábitos (específicos) del docente esperados por el estudiante y los comportamientos del estudiante esperados por el docente constituyen el contrato didáctico (citado en D'Amore, Fandiño, Marazzani, y Sbaragl, 2010, p.153)

El contrato didáctico tiene distintas cláusulas. En la que nosotros nos enfocaremos es en la cláusula de delegación formal, que dice: “se trata de interpretar aritméticamente el texto, pasando de su formulación en lengua natural a la expresión aritmética que lleva de los datos al resultado” (D'Amore y Martini, 1997). Una vez que el estudiante pasa por esta cláusula, suele olvidarse del resto del texto o enunciado y solo ubica los datos numéricos para poder “resolver” dicho problema, sin tomar en cuenta lo que solicita dicho texto. De aquí surge dicha investigación, donde el estudiante deja de razonar o controlar las instrucciones del problema y se vuelve un compromiso para el estudiante dar un resultado cuando no se solicita.

“Los conocimientos sobre el mundo del sujeto contribuyen a que el alumno represente los problemas matemáticos” (Vicente y Orrantia, 2007). El alumno puede relacionar los conocimientos de su vida cotidiana con lo enunciado en los problemas, enfrentándose a una dificultad muy grande cuando no conoce los elementos a los que se refiere el contexto del problema. Van Dijk (2001) menciona que “La estructura de los modelos mentales se define con un esquema que consiste de algunas categorías muy generales, como Escenario (Tiempo, Lugar), Participantes (y sus varios roles), y un Evento o Acción”. Es decir, el alumno puede relacionar los conocimientos de su vida cotidiana con lo enunciado en los problemas, enfrentándose a una dificultad muy grande cuando no conoce los elementos a los que se refiere el contexto del problema.

Rellensmann, Schukajlow y Leopold (2016), examinaron la interacción entre los estudiantes, el conocimiento estratégico sobre el dibujo, la precisión de los dibujos creados y el rendimiento en los modelos matemáticos. A partir de esta investigación se utilizarán los conceptos de *dibujo situacional* y *dibujo matemático* para la representación del modelo situacional, lo cuales describen de la siguiente manera:

Describen al dibujo situacional como la representación exteriorizada del modelo de situación que representa gráficamente los objetos descritos en la situación del problema de acuerdo con su apariencia visual, siendo menos

abstracta. Al dibujo matemático lo describen como un dibujo abstracto porque proporciona una representación externa del modelo matemático, mencionando que un dibujo matemático muestra solo los objetos relevantes para la solución de la situación del problema, y estos se reducen a sus características matemáticas relevantes.

■ Metodología

La investigación es cualitativa y de tipo exploratorio. Se aplicó un problema matemático en dos contextos diferentes, pero manteniendo la misma formulación. El problema es extraído de un libro de texto que maneja un contexto con la tripulación de un barco, un acantilado y un alpinista. A dicho problema, se le modificó el contexto (tripulación → bombero; acantilado → edificio; alpinista → limpiador de vidrios), pero se mantiene la estructura lingüística y matemática. Se pidió a los alumnos que realizaran una representación visual de ambos problemas, pero NO se solicitó la solución de los mismos. Las formulaciones de los problemas utilizados fueron:

1. Problema original: “Los tripulantes de un barco situado a 500 m del pie de un acantilado, observan la cima de éste con un ángulo de 35° , cuando descubren a un alpinista en el ángulo de 30° . ¿Cuánto le falta al alpinista para llegar a la cumbre del acantilado?” (Almaguer, 2008, p. 133)

2. Problema con nuevo contexto: Un bombero, situado 200 m de un edificio, observa el techo de éste con un ángulo de 20° cuando descubre a un limpiador de ventanas en el ángulo de 15° . ¿Cuánto le falta al limpiador para llegar al techo del edificio?

Los participantes en la investigación fueron 100 alumnos entre 15 y 16 años de edad, de nivel medio superior de un bachillerato público del Estado de Puebla en México, en una zona completamente urbana.

■ Análisis de resultados

El análisis de las respuestas a la primera pregunta de investigación se realizó de manera general por problema. Posteriormente, las respuestas a la segunda pregunta se analizaron de forma individual para ambos problemas.

Se inicia con la categorización utilizada para el análisis de las respuestas a la primera pregunta de investigación:

¿En qué formas se manifiesta el “contrato didáctico” al realizar una representación visual de un problema sin solicitar la solución?

Se detectaron dos formas de manifestación. La primera, consiste en el uso arbitrario de todos los datos numéricos del texto en la representación visual o colocados de manera arbitraria sin operar dichas cantidades, es decir, en la hoja del problema plasman los datos numéricos del problema sin orden y sin congruencia con lo que dice el problema; como se muestra en la imagen 1:

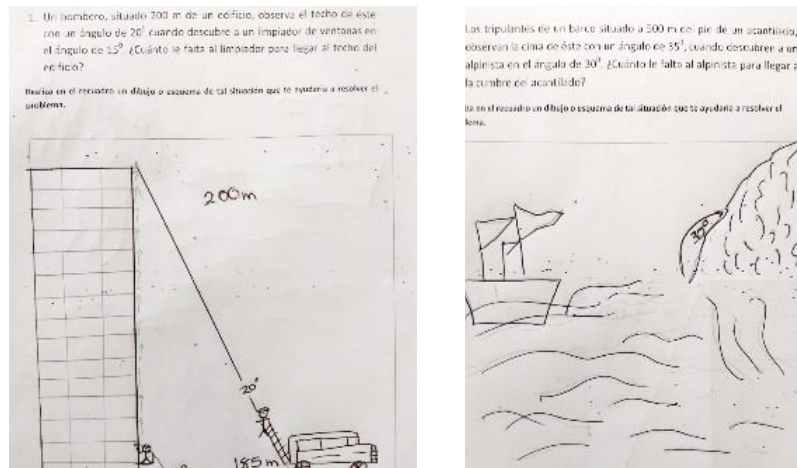


Imagen 1. Alumno #48. Presencia de la primera forma de contrato didáctico

En su representación visual del problema del limpiador el alumno coloca los 200 metros del enunciado en una parte de la hoja sin formar parte del dibujo, al igual que los 15° y 20° , no opera las cantidades, pero las coloca de forma arbitraria en el dibujo. En el problema del alpinista únicamente representa el barco mencionado en el enunciado, así como una idea de lo que es un “acantilado” y únicamente utiliza la cantidad de 30° colocándolo de manera arbitraria en el dibujo.

En la segunda forma, los alumnos operan las cantidades del texto para obtener la solución al problema (a pesar de que no se solicitó la solución), utilizando alguna operación aritmética como sumas, restas, multiplicación y división en distintas combinaciones, se presenta un ejemplo de esta segunda forma:

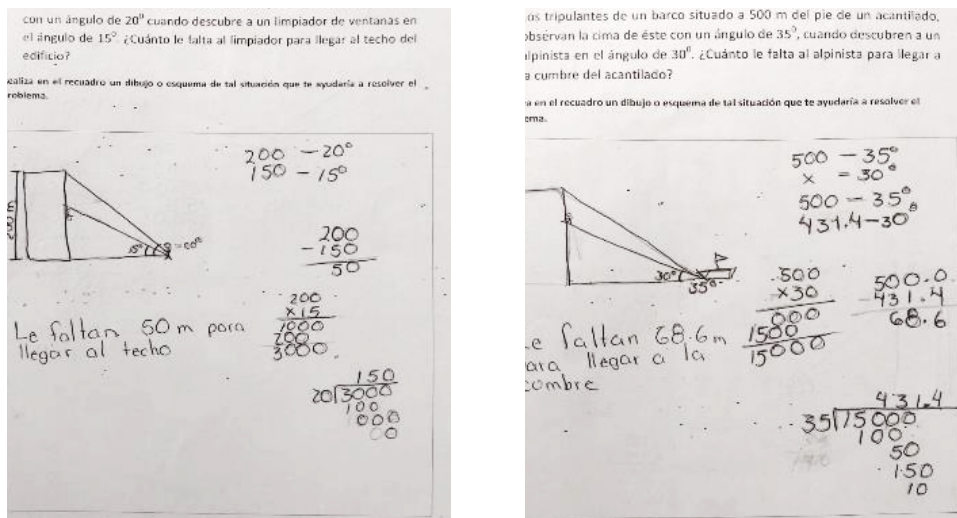


Imagen 2. Alumno #38 presenta contrato didáctico en la segunda forma

El alumno utiliza las cantidades para intentar resolver los problemas con una regla de tres, operando los metros con los ángulos, realiza el mismo proceso en ambos problemas.

A continuación, se presenta la frecuencia de representaciones realizadas en cada problema a nivel general.

Tabla 1. Representaciones realizadas en problema de contexto original	
Problema del alpinista (contexto original)	
Representación realizada	Frecuencia de alumnos
Representación visual idónea	13
Contrato didáctico	73
Dejaron en blanco	14

Tabla 2. Representaciones realizadas en problema de nuevo contexto	
Problema del Limpiador (nuevo contexto)	
Representación realizada	Frecuencia de alumnos
Representación visual idónea	47
Contrato didáctico	53
Dejaron en blanco	0

Cabe mencionar que esta investigación se centra en identificar primordialmente las formas en que se presenta el contrato didáctico. Sin embargo, se mencionarán brevemente los resultados de las representaciones visuales (dibujo situacional o dibujo matemático) realizadas en cada problema. En el problema del Limpiador existe una mejor representación visual, siendo 47 alumnos los que representaron el problema con un dibujo de la situación adecuado, sin presencia de contrato didáctico.

En el problema del Alpinista fueron solamente 13 representaciones idóneas a la situación planteada. En la detección de contrato didáctico se encontraron 73 alumnos en el problema del alpinista y 53 en el problema del limpiador, algunos realizaban un dibujo, pero con presencia del contrato didáctico, las cuales se desglosarán más adelante y 14 alumnos dejaron en blanco el problema del alpinista.

En la tabla 3 se muestra la frecuencia de las formas del contrato didáctico:

Tabla 3. Frecuencia de las formas de contrato didáctico

	Problema Alpinista (contexto original)	Problema Limpiador (nuevo contexto)
Forma 1 Uso arbitrario de todos los datos numéricos del texto sin operar dichas cantidades.	48	32
Forma 2 Operan las cantidades del texto para obtener la solución al problema	25	21

La primera forma de contrato didáctico se encontró con mayor frecuencia cuando los alumnos realizan la representación visual, porque los datos del problema no los colocan en la forma correcta, lo que hacen es “cumplir” poniéndolos en alguna parte de la hoja; los alumnos que tienen esta presencia de contrato didáctico sin representación visual, son debido a que colocaron ángulos y cantidades sin realizar algún tipo de operación o representación de los personajes, como se muestra en las imágenes 3 y 4.

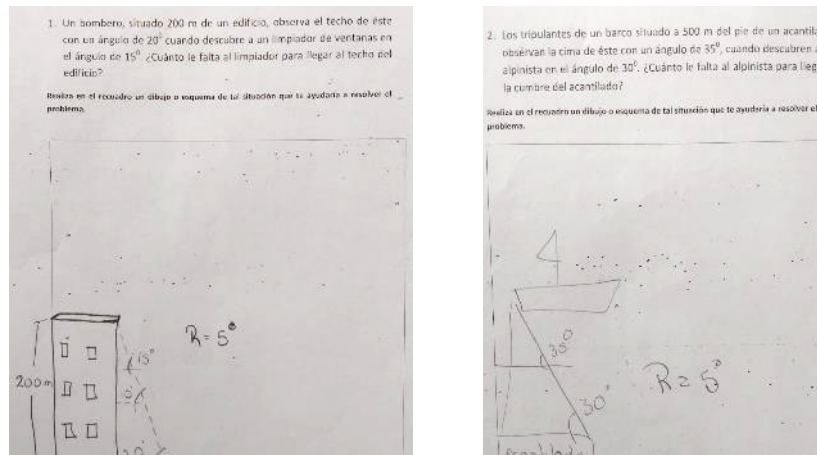


Imagen 3. El Alumno #42 coloca medida de ángulos arbitrariamente en ambos problemas.

Se puede observar en la imagen 3 las representaciones realizadas por un mismo alumno en ambos problemas: dibuja algunos personajes del contexto, coloca los datos numéricos que proporcionan, en la representación del problema del limpiador marca las cantidades en distintas partes del dibujo; en la representación del problema del alpinista dibuja el barco e intenta dibujar un acantilado colocando su nombre para identificar que ese es el acantilado.

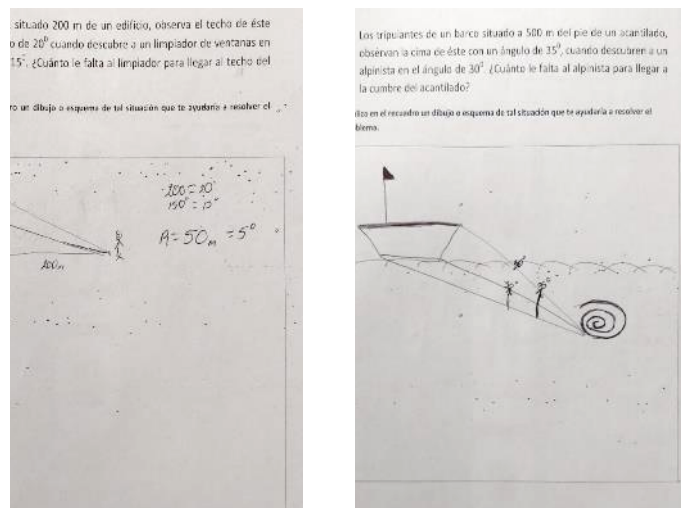


Imagen 4. Alumno #11 Realiza una representación idónea con el problema del limpiador.

El alumno de la imagen 4 colocó elementos del texto correctamente en su representación, da un resultado, pero no muestra operaciones utilizadas y en el problema del alpinista coloca los elementos del texto arbitrariamente.

En la segunda forma de contrato didáctico, los alumnos operan los datos numéricos mencionados en los problemas, utilizan sumas, restas, multiplicaciones, reglas de tres, teorema de Pitágoras e incluso algunos hacen mención de

las funciones trigonométricas, pero de manera errónea, en la tabla 4 se presenta la frecuencia en que operan las cantidades:

Tabla 4. Presencia de contrato didáctico Forma 2 (operan los datos numéricos)	Frecuencia Alpinista (contexto original)	Frecuencia Limpiador (nuevo contexto)
1) utilizan regla de tres	7	6
2) Hacen mención o utiliza el teorema de Pitágoras	1	2
3) realizan sumas, restas, multiplicación o división con esas cantidades.	11	9
4) hacen mención o utilizan funciones trigonométricas.	6	4

En los problemas NO se solicita la resolución, sin embargo, tres alumnos los resolvieron correctamente con el uso de las funciones trigonométricas, dos de ellos resolvieron ambos problemas, pero uno solo resolvió el problema del limpiador dejando en blanco el problema del alpinista; estos tres alumnos están contabilizados en la tabla 4, ya que la indicación fue realizar una representación visual y no la solución al problema.

A continuación, se muestran ejemplos de la segunda forma de presencia de contrato didáctico en las imágenes 5 y 6.

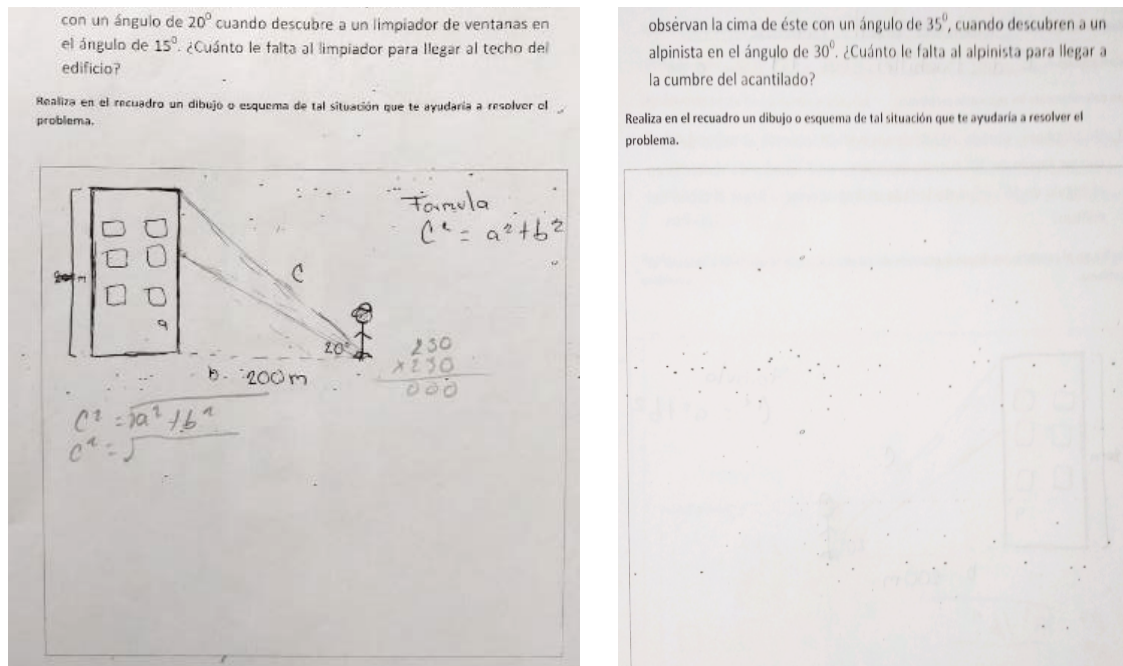


Imagen 5. Alumno #79 utiliza teorema de Pitágoras en el problema del bombeo, pero deja en blanco el problema del alpinista.

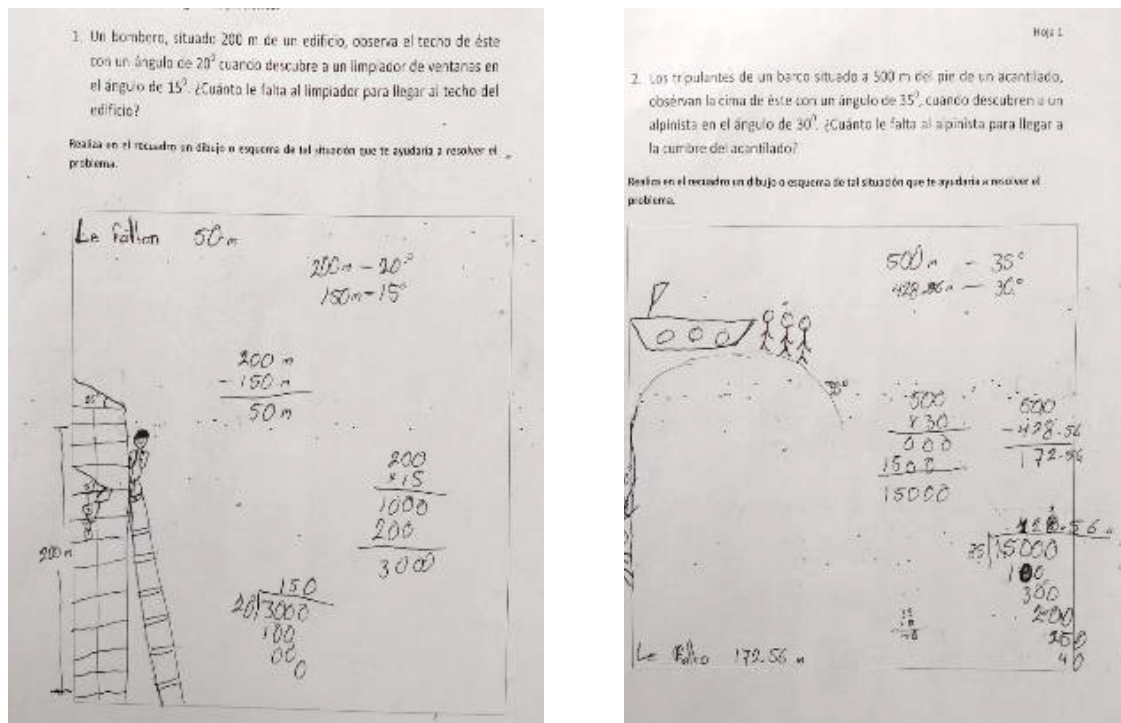


Imagen 6. Alumno #36 realiza representaciones en ambos problemas.

En la imagen 6 las representaciones que realiza el alumno son no idóneas a la situación mencionada en los problemas, junto con sus representaciones el alumno opera las cantidades utilizando regla de tres en ambos problemas.

En relación con la segunda pregunta de investigación (¿El fenómeno del contrato didáctico se presenta más con un contexto cotidiano o alejado del estudiante?), se detectó que el contrato didáctico, en alguna de las dos formas, se presentó con mayor frecuencia en el problema de el alpinista, a diferencia del problema del limpiador de ventanas, donde es menor el número de alumnos con dicha situación. Sin embargo, el contrato didáctico está presente en ambos contextos, pero la visualización de la situación en el contexto del limpiador es mejor.

En el 7% de los alumnos se detectó el contrato didáctico replicando las operaciones o datos numéricos contenidos en los enunciados de ambos problemas. A continuación, se presenta la tabla 5 que hace referencia a tales casos de lo anterior.

Tabla 5. Representaciones por cada alumno en ambos problemas	Frecuencia
Contrato didáctico en ambos problemas	7
En limpiador: Representación visual idónea	76
En alpinista: contrato didáctico/ deajo en blanco	17
en limpiador: contrato didáctico	
en alpinista: representación visual idónea	
Total de instrumentos	100

Se puede apreciar en la tabla 5 que existe un mejor desempeño en la representación del problema del limpiador y con poco contrato didáctico, a diferencia del problema del alpinista en donde es mayor el número de alumnos que presentan contrato didáctico en este problema y una representación no idónea del problema. La imagen 7 muestra lo anteriormente mencionado.

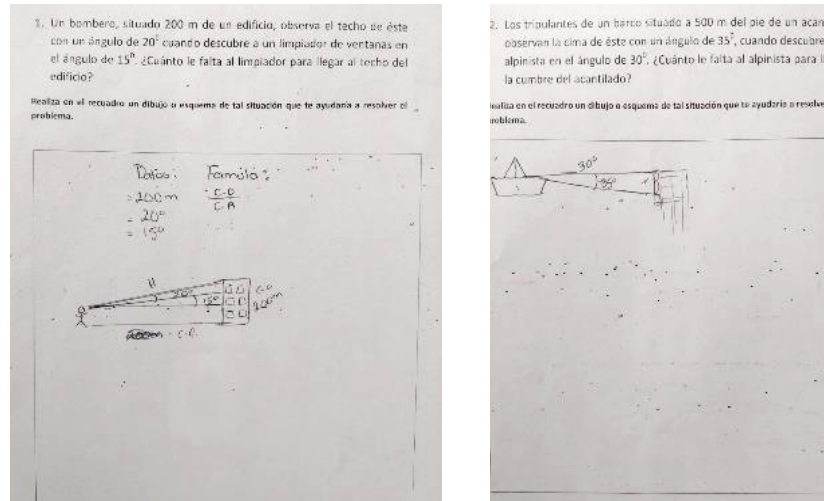


Imagen 7. Alumno #85, se puede observar que el alumno realiza una representación idónea con el problema del limpiador, pero en el problema del alpinista su representación cambia.

Se han encontrado 13 casos en donde el fenómeno del contrato didáctico se hace presente con el problema del alpinista y no en el problema del limpiador realizando únicamente la representación visual solicitada. Dentro de estos 13 alumnos son 4 los que dejaron en blanco el problema del alpinista, pero realizaron una representación visual idónea con la situación del limpiador.

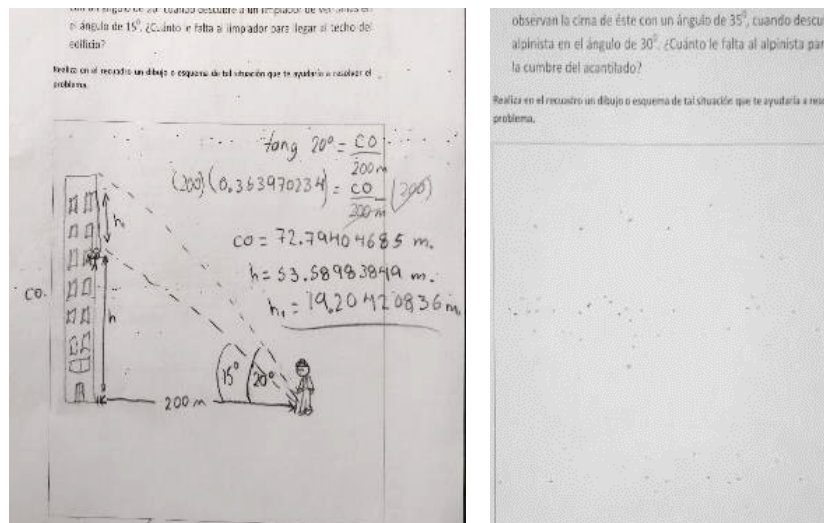


Imagen 8. Alumno #84, realiza representación visual idónea y resuelve el problema del limpiador utilizando y desarrollando correctamente las funciones trigonométricas; sin embargo, deja en blanco el problema del alpinista.

■ Conclusiones

A pesar de que el instrumento solicita una representación visual y no la solución al problema, un número considerable de alumnos decide dar un resultado numérico, operando o registrando los datos que se mencionan en los enunciados, dibujando los ángulos arbitrariamente, revelando así la presencia del fenómeno “contrato didáctico”.

Realizando el análisis por alumno en sus dos problemas, se observa que tienen una mejor representación con el problema del limpiador de ventanas; a diferencia del problema del alpinista en el que se presenta mayor número de formas del contrato didáctico, siendo así, que están más familiarizados con el primer contexto y realizan una representación más adecuada de él. A pesar de que hubo casos donde el dibujo situacional del limpiador fue satisfactorio, en el problema del alpinista no se logró un puntaje similar, al contrario, existen deficiencias en la representación de este problema, y algunos simplemente decidieron no realizarlo.

De tal manera, esta investigación inicial parece mostrar que el contexto del problema sí influye en la representación visual del problema y en la presencia del contrato didáctico.

Ese resultado está en resonancia con los resultados reportados en otras investigaciones que afirman que los alumnos jóvenes resuelven mejor los problemas aritméticos formulados con referencias a situaciones familiares (Vlahović-Štetić, Rován & Mendek, 2004).

■ Referencias bibliográficas

- Almaguer, G., Rodríguez Arizpe, L., Cantú, F., Rodríguez, R. (2008) *Matemáticas 3*. México: Limusa, p. 133.
- D'Amore, B., Fandiño, M. Marazzani, I. y Sbaragl, S. (2010). *La didáctica y la dificultad en matemática. Análisis de situaciones con falta de aprendizaje*. Bogotá: Editorial Magisterio.
- D'Amore, B. y Martini, B. (1997). Contrato didáctico, modelos mentales y modelos intuitivos en la resolución de problemas escolares típicos. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*. 32, 26-42.
- Rellensmann, J., Schukajlow, S. y Leopold, C. (2016). Make a drawing. Effects of strategic knowledge, drawing accuracy, and type of drawing on students' mathematical modelling performance. *Educational Studies in Mathematics*. 95, 53-78.
- Van Dijk, T. (2001). Algunos principios de una teoría del contexto. *Revista latinoamericana de estudios del discurso*, 1 (1), 69-81.
- Vicente, S. y Orrantía, J. (2007). Resolución de problemas y comprensión situacional. *Cultura y Educación*, 19(1), 61-85.
- Vlahović-Štetić, V., Rován, D., & Mendek, Ž (2004). Solving mathematical word problems. *Review of Psychology*, 11(1-2), 25-33.