

FUNCIÓN POR TRAMOS: UNA EXPERIENCIA MEDIADA POR TECNOLOGÍA DIGITAL CON ESTUDIANTES DE CARRERAS DE HUMANIDADES

A DIGITAL TECHNOLOGY-MEDIATED EXPERIENCE WITH STUDENTS OF HUMANITIES

Edwin Cristian Julian Trujillo, Flor Carrillo Lara, Jesús Flores Salazar
Pontificia Universidad Católica del Perú, Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las
Matemáticas IREM-PUCP (Perú)
ecjuliant@pucp.pe, f.carrillo@pucp.edu.pe, jvflores@pucp.pe

Resumen

En el artículo se presenta una tarea que permite movilizar la noción de función por tramos en un curso de matemáticas con diez estudiantes de primer ciclo de carreras de humanidades de una universidad de Lima-Perú. El trabajo es de corte cualitativo y considera aspectos de la Teoría de Registros de Representación Semiótica como referencial teórico. Se utiliza como medio la calculadora Casio *fx-991 ClassWiz*. Se analiza, en las producciones de los estudiantes, la coordinación de diferentes registros de la función por tramos. También, los resultados revelan que los estudiantes coordinan los registros de lengua natural, algebraico y gráfico. Asimismo, muestran la pertinencia de la tecnología digital utilizada.

Palabras clave: función por tramos, representaciones, calculadora

Abstract

This paper shows a sequence of tasks that allows mobilizing the notion of function by sections in a course of mathematics with first-year students of Humanities degree courses at a university of Lima-Peru. It is a qualitative research where the Theory of Records of Semiotic Representation constitutes the theoretical framework. The Casio *fx-991 ClassWiz* calculator is used as a teaching aid. It is possible to analyze how the students coordinate different registers of semiotic representation of the function by sections, in their tasks. In addition, the results reveal that they coordinate natural language, algebraic and graphic registers. They also show the relevance of the digital technology they used.

Key words: function by sections, theory of registers of semiotic representation, technology

■ Introducción

El trabajo que se presenta muestra una tarea de las dos elaboradas en una secuencia didáctica que permite movilizar la noción de función por tramos en un primer curso de matemáticas con estudiantes de primer ciclo de carreras de humanidades de una universidad particular de Lima-Perú. La tarea fue elaborada tomando como base aspectos de la Teoría de Registros de Representación Semiótica de Duval (1995) y en la que se utiliza como medio la calculadora científica Casio *fx-991 ClassWiz*. En cuanto a la metodología empleada es de corte cualitativo porque estamos interesados en analizar los procesos que realizan los estudiantes cuando trabajan con diferentes representaciones de la función por tramos. Además, ya que se utiliza como medio una calculadora científica, es necesario señalar la pertinencia de la tecnología digital como parte del proceso de enseñanza y de aprendizaje. Después se consideran aspectos importantes de la Teoría de Registros de Representación Semiótica para analizar las producciones de los estudiantes y finalmente se presentan algunos de los resultados obtenidos.

■ La calculadora científica como medio

En este artículo se explora el uso de la calculadora *Casio fx-991 ClassWiz*, ya que favorece la movilización del concepto función por tramos. Para esta tarea consideramos tramos de dos tipos de funciones: lineal afín y cuadrática.

Nos interesa incorporar progresivamente el uso de esta calculadora debido a que es una potente interfaz ideal para la enseñanza, ya que permite, por ejemplo, interactuar con otras herramientas tecnológicas (celular e internet) mediante el uso de código QR, es decir las representaciones gráficas y otros elementos se pueden “visualizar” en las pantallas de los celulares, tabletas, etc.

Esta interacción apoya la idea de que la tecnología simplifica procesos algorítmicos y enfoca la atención a la exploración, manipulación e interpretación de resultados más que resultados de simples cálculo y con ello, permite concentrarse en la comprensión de las tareas y en el análisis de la solución de estas, pues favorece la construcción de un nuevo ambiente de aprendizaje.

En ese sentido, Trouche (2005) afirma que es necesario que los docentes construyan tareas en las que se utilicen calculadoras u otras tecnologías de manera que potencien en sus estudiantes actitudes favorables para una mejor relación con el conocimiento matemático. Además, el autor acota que la tecnología no simplifica el trabajo del docente ni del estudiante, sino que requiere la construcción de una enseñanza compleja y un ambiente de aprendizaje adecuado.

A continuación, se presentan aspectos teóricos y metodológicos, utilizados en desarrollo y análisis de la tarea presentada.

■ Aspectos de la teoría de registros de representación semiótica

Se toma como base aspectos de la Teoría de Registros de Representación Semiótica de Duval (1995) porque de acuerdo con el investigador, aprender matemáticas involucra actividades cognitivas como la conceptualización, el razonamiento y la resolución de problemas; además, afirma que en la actividad matemática se deberían coordinar diferentes registros de representación semiótica como el registro de lengua natural, el registro algebraico, el registro figural y el registro gráfico.

En relación a la coordinación de registros, el investigador afirma que “la coordinación de muchos registros de representación semiótica es fundamental para una aprehensión conceptual de objetos, es preciso que un objeto no

sea confundido con sus representaciones y que sea reconocido en cada una sus representaciones posibles” (Duval, 2012, p. 5). También afirma que las transformaciones de las representaciones, tratamientos y conversiones, que son internas es decir en un mismo registro u externas, entre registros respectivamente favorecen el proceso de apropiación de conceptos matemáticos.

Para ilustrar lo explicitado anteriormente, en la figura 1 se muestra las conversiones y tratamientos de las diferentes representaciones de la función por tramos.

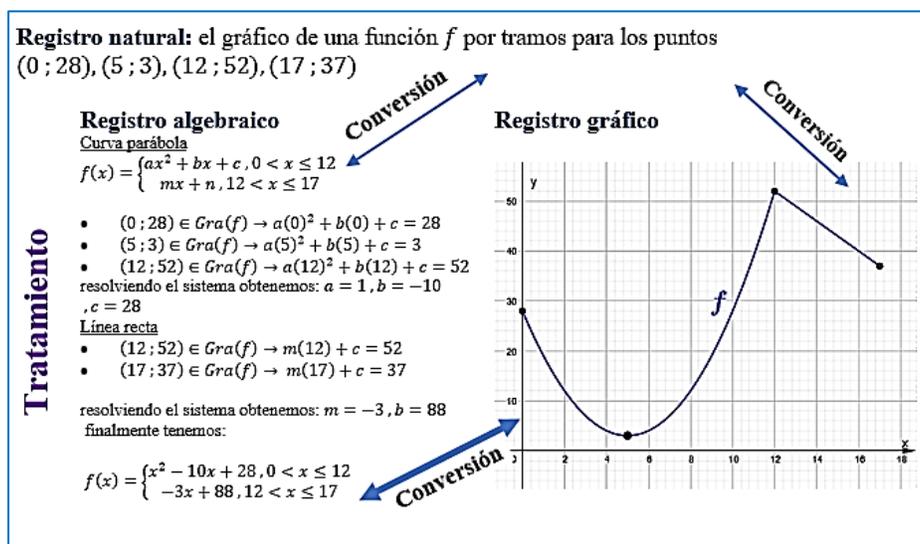


Figura 1. Tratamientos y conversiones en las representaciones de la función por tramos

Fuente: Adaptado de Duval, 2006, p.146

Como muestra la figura 1 se proporciona información sobre tres puntos de paso de la representación de la función por tramos f (representación en lenguaje natural) que permite plantear una expresión matemática que describe a esa función. También se observa la conversión del registro de lengua natural al algebraico, en la que por medio de los relaciones y operaciones algebraicas se determinan los parámetros a, b, c, m y n lo que configura tratamientos en el registro algebraico. En cuanto a la representación gráfica de f , esta se puede realizar por medio de un software como el GeoGebra, calculadora o lápiz y papel.

En la representación gráfica es posible identificar los puntos de paso, esto significa una coordinación entre el registro gráfico y de lengua natural. Como ese proceso es cíclico, es posible que se realice en forma inversa. Es en ese sentido, en el presente trabajo nos centraremos a analizar la coordinación de los registros lengua natural, algebraico y gráfico.

Antes de presentar la tarea, es necesario señalar que la metodología que se emplea en el presente trabajo es de corte cualitativo (Borba, 2004), ya que se priorizan los procedimientos, la descripción y el análisis pues conocimiento explícitamente admite una interferencia subjetiva.

■ La tarea: función por tramos

Se ha elaborado y aplicado una tarea sobre función por tramos. Cabe señalar que antes de esta tarea se ha realizado una breve inducción a los diez estudiantes de carreras de humanidades de una universidad privada de Lima-Perú, cuyas edades van desde los 16 a 18 años sobre el uso de la calculadora científica.

Por otro lado, en la presente tarea los estudiantes trabajan en duplas ya que se desea promover el trabajo colaborativo.

Además, la tarea que se presenta ha sido trabajada en dos sesiones de clase de 50 minutos cada una, en el primer ítem de la tarea se explora la función afín y cuadrática haciendo uso de la calculadora científica y en el segundo ítem que corresponde a la segunda sesión, se trabaja con la función por tramos (afín y cuadrática). A continuación, se presenta la tarea dada a los estudiantes:

La cadena radial Radio Programas del Perú (RPP) cuenta con el siguiente gráfico, que relaciona la variación en puntos porcentuales de denuncias telefónicas $D(t)$ en función de las (t) horas del día de ayer. De acuerdo a la ello, determine la regla de correspondencia de la función por tramos f

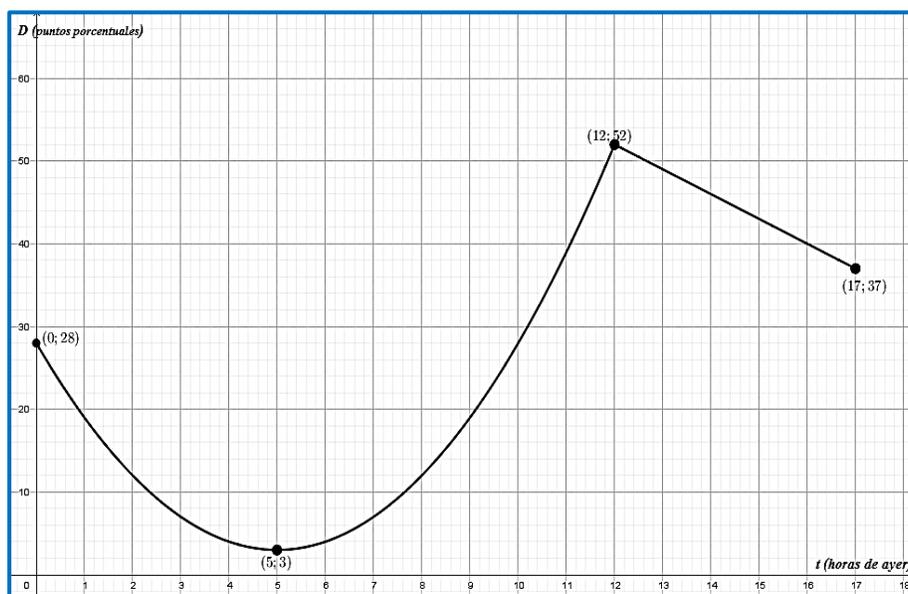


Figura 2. Representación gráfica de la tarea.

Se presenta (ver figura 2) la representación gráfica de la función por tramos en la que, por medio de la percepción de la representación gráfica de la función, es posible identificar que la función dada tiene un tramo lineal y otro cuadrático. Además, como en la representación gráfica de la función se observan los puntos de paso, también es posible realizar la conversión al registro algebraico, en el que por medio de las herramientas de la calculadora científica se obtiene la representación algebraica en la forma general. Es decir, es posible realizar conversiones.

El propósito de esta tarea es que los estudiantes coordinen el registro gráfico, algebraico y de lengua natural y, a partir de la representación gráfica dada sobre los elementos y propiedades de la función por tramos, además que empleen las diferentes maneras de expresar la regla de correspondencia de una función f .

Cabe destacar que en la tarea se utiliza la calculadora científica Casio *fx-991 ClassWiz*. En la figura 2 se muestra cómo se puede extraer puntos que pertenecen a los dos tramos de la tarea, así para los puntos del tramo cuadrático se identifican los puntos $(0 ; 28)$, $(5 ; 3)$, $(12 ; 52)$ y para el tramo lineal $(12 ; 52)$, $(17 ; 37)$.

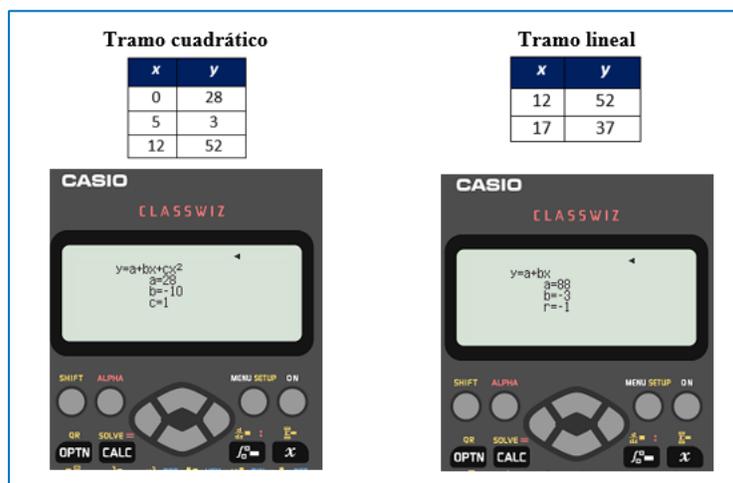


Figura 3. Uso de la interfaz ESTADÍSTICA.

Por otro lado, en la figura 3, se muestra que al utilizar la calculadora Casio *fx-991 ClassWiz*, se puede ingresar al menú (ESTADÍSTICA) opción 6. Para el tramo cuadrático, se presiona la opción 3, la cual tiene la forma ($y = a + bx + cx^2$) se completan con los puntos (0 ; 28), (5 ; 3), (12 ; 52) luego se utiliza regresión y se obtienen los valores numéricos de los parámetros a, b y c esto es 28, -10 y 1 respetivamente es decir $y = x^2 - 10x + 28$.

Se realiza el mismo procedimiento para el tramo lineal y se obtiene la regla de correspondencia de la función f tal como se ve en la figura (ver figura 3-derecha). Finalmente, se obtiene la regla de correspondencia (registro algebraico).

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 10x + 28; & 0 < x \leq 12 \\ -3x + 88; & 12 < x \leq 17 \end{cases}$$

En la que se evidencia la conversión del registro gráfico al algebraico.

■ Análisis de la producción de los estudiantes

Para el desarrollo de la tarea (ver figura 2), se pidió a los diez estudiantes que trabajen en duplas. Las duplas de estudiantes debían leer el enunciado, y responder a la pregunta dada en la misma. Cabe señalar que previamente se realizó una inducción del uso de la calculadora científica Casio *fx-991 ClassWiz*, haciendo énfasis en la interfaz *ESTADÍSTICA*. La tarea solicitaba que en base a la representación gráfica, determinen la regla de correspondencia de la función por tramos f .

En el primer tramo cuadrático se observa que los estudiantes no establecen una relación específica entre las expresiones: $f(x) = ax^2 + bx + c$ y $f(x) = a(x - h)^2 + k$, en la cual $(h; k)$ determinan el vértice de la parábola, debido a ello con el uso de la calculadora Casio *fx-991 ClassWiz* y la interfaz *ESTADÍSTICA* los estudiantes seleccionan la expresión a trabajar $y = a + bx + cx^2$ para luego construir una tabla de valores con los puntos $(x; y)$, todo esto lo hacían empleando un análisis de variable independiente y dependiente, a partir de ello identificaron tres puntos como mínimo para poder hallar los parámetros a, b y c de del tramo cuadrático. En el segundo tramo y de acuerdo a las características de una función afín, las duplas optan por la opción 2 esto es hacer uso de la regla $y = a + bx$.

En las producciones de las duplas formadas por los diez estudiantes, se observa que para el tramo 1 a partir de la representación gráfica, las duplas identifican los puntos de paso. Con esta información proporcionada, hacen uso de la calculadora Casio *fx-991 ClassWiz*, y en la interfaz *ESTADISTICA* identifican la regla de correspondencia a usar para luego representar algebraicamente la función f .

Debido a ello notamos la coordinación por parte de las duplas de estudiantes de los diferentes registros de la función por tramos, es decir revelan la coordinación entre los registros de lengua natural, algebraico y gráfico.

Asimismo, muestran la pertinencia de la tecnología digital optimizando el tiempo para el cálculo y centrándose en las características que cada una de las funciones (cuadrática y afín), es decir se simplifica procesos algorítmicos y enfoca la atención a la exploración, manipulación e interpretación de resultados más que resultados de simples cálculo y con ello, permite concentrarse en la comprensión de la tareas y en el análisis de la solución de las mismas con la finalidad de favorecer la movilización del concepto función por tramos.

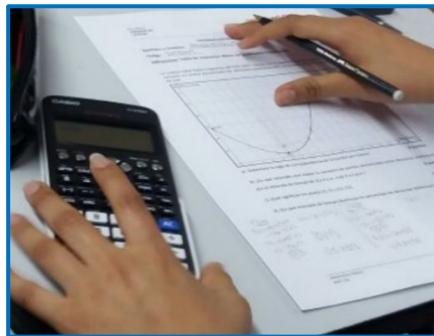


Figura 4. Desarrollo de la tarea presentada por una dupla de los estudiantes.

En la figura 4, se muestra el momento en el que el estudiante ingresa los datos de las tablas en la calculadora es decir hace uso de la interfaz *ESTADISTICA*, a partir de ahí hallar la regla de correspondencia de la función por tramos f .

■ Consideraciones finales

Luego del desarrollo de la tarea notamos que los estudiantes coordinaron el registro gráfico y algebraico. Además, los estudiantes lograron determinar la regla de correspondencia de la función tramos haciendo uso de la interfaz *ESTADISTICA* de la calculadora Casio *fx-991 ClassWiz*. Por otro lado, mediante tareas apropiadas es posible reconocer las diferentes reglas de correspondencia de una función por tramos a partir de su representación gráfica. Por lo general, la enseñanza de funciones está, en la mayoría de los casos, enfocada con predominancia del registro algebraico dejándose de lado la representación en los registros gráfico y tabular. Es por ello que, se afirma que el hecho de presentar objetos matemáticos por medio de sus diferentes representaciones y coordinarlas entre sí permite atender a ciertas particularidades de aprendizaje de estudiantes, en función de sus estilos cognitivos.

El presentar la representación gráfica de la función f permitió que por medio de la aprehensión perceptiva sea posible identificar puntos de paso que luego pueden ser utilizados en la representación algebraica, es decir en la regla de correspondencia de cada representación gráfica presentada. Por otro lado, se puede evidenciar que la calculadora es un medio que permite movilizar conocimientos mediante la coordinación de diferentes registros de representación semiótica de la función cuadrática.

Se piensa que al incorporar de manera progresiva el uso de la calculadora Casio fx-991 ClassWiz se puede explorar las distintas funciones de sus interfaces, que son ideales para la enseñanza de diferentes contenidos matemáticos, ya que admite realizar la conversión entre los diferentes registros.

Esta experiencia sirve de evidencia de la pertinencia del uso de la tecnología digital en tareas que favorezcan la exploración, indagación y conjetura de propiedades de los objetos matemáticos que se pueden representar con este medio tecnológico.

■ Agradecimientos

Agradecemos al Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas a la Pontificia Universidad Católica del Perú (IREM-PUCP), específicamente a la línea investigación Tecnologías y Visualización en Educación Matemática – TecVEM (actividad PO0068-001-1802-07).

También agradecemos el apoyo del Sr. César Lau, quien lidera el equipo académico de *Casio Latinoamérica*, por sus aportes en el diseño de las actividades con calculadoras científicas Casio del modelo *fx-991*.

■ Referencias

- Borba, M. (2004). A pesquisa qualitativa em Educação Matemática. *CD nos Anais da 27ª reunião anual da Anped, Caxambu, MG.*
- Casio <http://www.casio-intl.com/latin/es/calc/scientific/classwiz/>
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne: Peter Lang.
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9(1), pp. 143-168.
- Duval, R. (2012). *Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento*. (M. Thadeu, Trad.) Florianópolis, Brasil.
- Trouche, L. (2005). Calculators in Mathematics Education: A rapid evolution of tools, with differential effects. En D. Guin, K. Ruthven y L. Trouche (Eds), *The Didactical Challenge of Symbolic Calculators*. New York, USA: Springer