

## O PROCESSO DE CONSTRUÇÃO DE SIGNIFICADO DE CONCEITOS TRIGONOMÉTRICOS EM UM ENTORNO TECNOLÓGICO

## THE PROCESS OF CONSTRUCTION OF MEANING OF TRIGONOMETRIC CONCEPTS IN A TECHNOLOGICAL ENVIRONMENT

Nielce Meneguelo Lobo da Costa, Sonner Arfux de Figueiredo, Salvador Cisar Llinares, Julia Valls González

Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul-UEMS, Universidade Anhanguera de São Paulo-UNIAN, Universidad de Alicante-UA, Universidad de Alicante – UA (Brasil, España)  
sarfux@uems.br, nielce.lobog@gmail.com, sllinares@ua.es, juliavalls@ua.es

### Resumen

Neste artigo se discute, num experimento de ensino, como futuros professores constroem e consolidam conceitos trigonométricos em ambientes com tecnologia. O estudo se desenvolveu em um Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, no Brasil. O aporte teórico desse recorte da pesquisa maior veio dos estudos sobre abstração reflexiva de Piaget particularmente como indicada por Simon e Tzur. A metodologia da pesquisa foi qualitativa com características do *Design-Based Research*, e a análise foi interpretativa. Uma trajetória hipotética de aprendizagem (*Hypothetical Learning Trajectory-HLT*), segundo Simon *et al*, foi desenvolvida e nela utilizada uma abordagem exploratória-investigativa de ensino. Os sujeitos foram dezesseis iniciantes do Curso. Os resultados indicaram desenvolvimento da competência matemática dos futuros professores e uma compreensão significativa sobre o aprender a construir e interpretar representações, de forma a melhor entender o pensamento dos alunos e seu processo de construção de conceitos trigonométricos.

**Palavras-chave:** ensino de trigonometria com tecnologia, níveis cognitivos de aprendizagem

### Abstract

This article discusses, in a teaching experiment, how future teachers construct and consolidate trigonometric concepts in a technological environment. The study was developed in a Pre-service Mathematics Teacher Education course from the Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, Brazil. The theoretical foundation of this part of the broader research came from the studies on Piaget's reflexive abstraction particularly as indicated by Simon and Tzur. The research methodology was qualitative with characteristics of *Design-Based Research*, by Cobb *et al*, and the analysis was interpretive. A hypothetical learning trajectory (HLT), according to Simon *et al*, was developed and an exploratory-investigative approach to teaching was used in it. The subjects were sixteen beginners of the Course. The results indicated the development of the mathematical competence of the future teachers and a significant understanding about the learning to construct and interpret representations, in order to better understand students' thinking and their process of constructing trigonometric concepts.

**Key words:** teaching of trigonometry with technology, cognitive levels of learning

## ■ Introdução

O impacto das tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) na sociedade em geral levam ao desenvolvimento de programas com o objetivo central de promover a integração educativa das TDIC. É possível encontrar, em diversas das políticas públicas implementadas características, tais como: 1) o aparelhamento das escolas com equipamentos e, 2) a formação dos professores na área das TDIC. Entretanto, mesmo com os esforços feitos nas últimas décadas por meio de diversos projetos que envolviam tanto a formação de professores quanto o aparelhamento tecnológico para as escolas, ainda é um desafio integrar as TDIC na educação, principalmente no ensino de matemática. Muitas vezes o que tem ocorrido é a inserção da tecnologia para ensinar sem, contudo, haver alteração significativa na metodologia do ensino.

No contexto atual, de constante mudança, é imprescindível estarmos atentos aos impactos da globalização, assim diversos autores, tais como, Kenski (2007) salientam os novos papéis que deve assumir o professor no contexto da sociedade do conhecimento e da aprendizagem em que hoje vivemos. Dependendo da situação didática o professor assume o papel de gestor da informação, de mediador das aprendizagens, de guia das cognições, de facilitador, de planejador, ou de orquestrador do processo educativo.

Um campo de pesquisa que vem se desenvolvendo nos últimos vinte anos está ligado ao tipo de conhecimento que um professor capaz de inovar com as TDIC na sala de aula precisa ter e as competências ser capaz de demonstrar. Conhecer e operacionalizar tais conhecimentos reveste-se de grande importância num momento em que se pretende organizar e/ou desenhar um modelo de formação em TDIC que se revele capaz de desenvolver no professor atitudes positivas e competências de utilização da TDIC como ferramentas cognitivas no processo didático, como enfatiza (Coutinho, 2009).

Neste artigo discutimos, num experimento de ensino, como professores em formação inicial constroem e consolidam conceitos trigonométricos em ambientes com tecnologia. O estudo foi desenvolvido em um Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, UEMS, Brasil. A pesquisa se enquadra nas investigações que se preocupam em compreender como o acadêmico constrói os significados em uma situação de aprendizagem em uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem (*Hypothetical Learning Trajectory-HLT*), contemplando uma abordagem exploratória-investigativa em um estudo exploratório dos conceitos de trigonometria no ciclo trigonométrico.

## ■ Marco teórico

O processo de construção de conhecimentos profissionais se inicia na formação inicial com os conhecimentos necessários para ensinar matemática, segundo Shulman (1986), visto como um processo pelo qual os estudantes para professor (acadêmicos) dotam de sentido e ideias procedentes a da didática da matemática em situações de ensino. A partir da perspectiva do desenvolvimento da competência matemática, ou seja, de aprender a construir e interpretar representações, de forma a conjecturar e validar os conceitos estudados no processo de apropriação do pensamento matemático, no qual a visualização em torno de um recurso tecnológico, representa um componente do processo de representação, processo pelo qual as representações mentais podem ser criadas. Essa competência está ligada à intuição e compreensão, surge como um processo de formar imagens e utilizá-las eficazmente na descoberta e construção dos conceitos matemáticos.

A perspectiva teórica adotada procede a uma particularização da ideia de abstração reflexiva elaborada a partir das ideias de Piaget (1977) e utilizada por Simon e Tzur (2004). Estes autores apontam que as ações dos estudantes produzem diferentes efeitos que podem ser considerados por ele no desenvolvimento de seus processos de abstração.

O enfoque proposto por Simon (1995) e por Simon e Tzur, (2004), para a aprendizagem profissional propõe um modelo de análise da prática do professor que permite, com posterioridade, incorporar resultados aos programas de formação de professores. Explicam os autores ainda que, enquanto os alunos se concentram nas atividades seguindo sua meta eles criam registros mentais, a experiência é gravada no intelecto e desenvolve uma interação que produz um efeito. Para tanto, o mecanismo baseia-se na descrição de Piaget (1977), sobre dois aspectos: o da reflexão e da abstração. O primeiro aspecto é uma projeção, onde as ações em um nível tornam-se objetos (entrada) de ações na próxima. O segundo aspecto é um reflexo, onde uma reorganização entre ações ocorre.

Os autores distinguem dois tipos de reflexão realizados pelos estudantes em seus registros da experiência e assumem que os processos mentais dos estudantes são elementos constituintes da compreensão de um objeto que envolve duas fases: a fase participativa, onde o estudante desenvolve diferentes atividades guiadas por um objetivo de resolver uma tarefa matemática; a fase antecipatória, em que antes de uma determinada tarefa cuja resolução envolve o uso de um conceito matemático pelo aluno, ele seleciona e considera pertinente o uso do referido conceito para a resolução dessa tarefa. Neste caso, o aluno pode usar o conceito de forma adequada, independentemente do contexto ou da tarefa. Para isto os autores propõem um mecanismo sobre a atividade durante as tarefas na HLT, que denominam de *Mecanismo de reflexão sobre a relação atividade-efeito na HLT*.

O Mecanismo de reflexão sobre a atividade-efeito em uma trajetória hipotética de aprendizagem (HLT - hypothetical learning trajectory) proposta por Simon, Tzur, Heinz, Kinzel (2004), elaborada a partir das ideias de Piaget sobre abstração reflexiva. Esse mecanismo identifica as fases de elaboração de um novo conceito - a participação no processo no qual o aluno abstrai uma regularidade na relação entre a atividade realizada e o efeito produzido enquanto antecipadamente se refere ao uso da regularidade abstraída em situações distintas da que levou a cabo da abstração.

Para alcançar seu objetivo, o estudante realiza uma determinada tarefa (atividade dirigida por um objetivo) proporcionando a possibilidade de prestar atenção nos efeitos da atividade realizada (efeito das atividades), neste processo de observação dos efeitos na atividade o estudante cria registros mentais (registro da relação atividade-efeitos). Assim para entender o desenvolvimento das estruturas mentais dos estudantes, é necessário estabelecer explicitamente as relações entre o caminho desenhado na HLT para os estudantes e características das sequências de ensino (identificar os objetivos de aprendizagem, definir fluxos de trabalho e contribuir uma avaliação detalhada dos entendimentos de matemática do estudante. Simon y Tzur (2004) identificaram três tipos de tarefas com potencial para auxiliar os alunos na construção de um novo conceito para a compreensão, na perspectiva da reflexão sobre a relação atividade-efeito.

Para os autores as tarefas matemáticas proporcionam as ferramentas para promover a aprendizagem dos conceitos matemáticos específicos e, portanto, são elementos chave no processo de ensino. Dada a natureza hipotética inerente ao processo, o professor se verá obrigado a modificar constantemente cada aspecto da HLT, quando ela se torna uma trajetória real de ensino.

Os autores denominam de *tarefas iniciais* as que podem ser realizadas por estudantes que usam seu conhecimento prévio, já as tarefas que permitem que os alunos reflitam sobre ela própria relacionando-a com tarefas já desenvolvidas, de modo a gerar abstração de regularidades na relação atividade-efeito, são denominam por eles de *tarefas de reflexão* e, um terceiro tipo que eles caracterizam são as nomeadas de *tarefas de antecipação*, as quais são realizadas durante uma HLT e para realização requerem que o aluno produza uma abstração de regularidade na relação atividade-efeito.

As *tarefas iniciais* são usadas para a criação e o reconhecimento de certas experiências; as *tarefas reflexivas* são para direcionar a atenção dos alunos para a relação atividade-efeito e as *tarefas de antecipação* têm o intuito de levar os estudantes a identificar e analisar regularidades. Segundo Simon e Tzur (2004), as metas de aprendizagem que os alunos podem alcançar estão relacionadas com suas concepções correntes e com as tarefas que lhes são

disponibilizadas. Assim sendo, para o professor, entra em cena o mecanismo de reflexão sobre a relação atividade-efeito quando consideramos sua necessidade de selecionar, entre as atividades disponíveis, tarefas que possam impulsionar o processo de aprendizagem dos alunos.

Nesta perspectiva, torna-se necessário que o licenciando saiba utilizar pedagogicamente os recursos tecnológicos compreendendo o seu potencial como mais uma forma de representação do conhecimento a ser explorado, como ensina Duval (1988).

Sob o enfoque de se fazer uso integrado das TDIC ao currículo pesquisas, tais como as de Almeida e Valente (2011), Lobo da Costa e Prado (2015), apontam que os recursos tecnológicos potencializam tanto uma nova estrutura comunicacional como imprimem uma nova maneira de as pessoas se relacionarem, de se comunicarem e de aprenderem.

### ■ Desenho da pesquisa

A metodologia da pesquisa foi o *Design Based Research*, segundo Coob, P., Confrey, J., Disessa, A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003) e os sujeitos de pesquisa foram dezesseis acadêmicos de uma turma ingressante de um curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, Brasil.

O experimento teve duração de 12 seções de 50 minutos divididos em quatro módulos, sendo que os módulos I e III foram com duas seções cada e os módulos II e IV com quatro sessões cada. No experimento de ensino elaboramos uma HLT para o estudo dos conceitos trigonométricos e nela utilizamos tarefas matemáticas envolvendo recursos tecnológicos, na concepção de formação inicial de professores para uso da informática integrada à prática pedagógica.

As tarefas propostas se dividiram em três momentos distintos: (1) estudo dos conceitos trigonométricos para o triângulo retângulo e para o triângulo qualquer com o Software GeoGebra; (2) Resolução de tarefas matemáticas envolvendo os conceitos abordados com o GeoGebra; (3) Exploração, validação e sistematização dos conceitos trigonométricos em um entorno tecnológico com o uso do Software GeoGebra. Cabe destacar que neste artigo trazemos a discussão em torno do conceito das razões trigonométricas: seno, cosseno e tangente.

Procuramos desenvolver a proposta para levar os licenciando à compreensão dos conceitos trigonométricos no intuito de favorecer a integração de conteúdos e a aprendizagem por meio das transformações e interações que as tecnologias digitais de informação e da comunicação podem trazer para a educação matemática. Mesmo em momentos distintos do experimento a análise interpretativa considerou todo o processo ao promover o uso de novas tecnologias de informação para favorecer a construção/consolidação do significado dos conceitos trigonométricos pelos futuros professores. Na investigação sobre a formação inicial destacamos, quanto à abordagem exploratória-investigativa e o modo de interagir as TDIC na resolução das tarefas matemáticas, a importância de discutir com os futuros professores: como iniciar as propostas e atividades em sala de aula, como auxiliar os seus alunos vindouros a construir os conceitos trigonométricos e a partilhar com a classe suas conjecturas e descobertas.

### ■ O experimento de ensino

O que discutimos é como processa a aprendizagem em um entorno tecnológico dos conceitos trigonométricos para o seno, cosseno e tangente, e resultados indicativos de interações dinâmicas. Com o uso da tecnologia (*Software GeoGebra*) em um HLT trazemos momentos de discussão ao qual favorecem a generalização necessária nos

processos de construção de conceitos trigonométricos para o estudo do seno, do cosseno e da tangente em triângulos retângulos e em triângulos quaisquer.

Na perspectiva de aprender a construir e interpretar representações, a fim de conjecturar e validar os conceitos estudados no processo de apropriação do pensamento matemático, em que a visualização em torno de um recurso tecnológico, representa um componente do processo de representação, processo pelo qual você pode criar representações mentais.

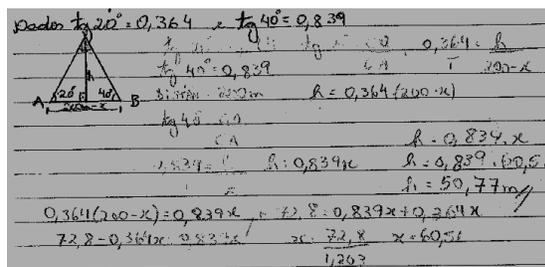
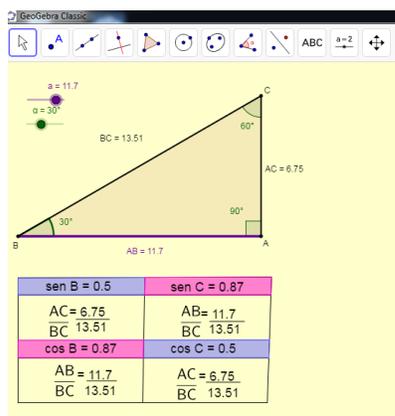


Figura 1: As Razões trigonométricas no triângulo, B resolução de atividades em um entorno tecnológico  
Fonte: Figueiredo, 2015

A partir do software GeoGebra a resolução da atividade, destacamos a retomada das definições das razões trigonométricas para o triângulo retângulo, bem como as deduções geométricas de uma tabela de valores notáveis serviu de sustentação para o desenvolvimento de diversos conceitos e relações abordadas no decorrer das tarefas. Cabe destacar que o licenciando pode manipular o valor de “a” para o tamanho do segmento AB da figura 1-A e o parâmetro para o ângulo em B, e estes projetavam o coeficiente angular também para o ângulo em C abordando, assim, a complementaridade dos ângulos no triângulo retângulo movimentando tanto o ângulo como a medida do segmento AB.

No processo de construção do conhecimento matemático, do ponto de vista “neopiagetiano” (González, 1991), assumimos que a aprendizagem está constituída por “saltos qualitativos” (salto de nível), onde se permite que os indivíduos vejam o conhecimento desde perspectivas diferentes como a constante de proporcionalidade do seno ao ampliar o tamanho do triângulo ou o arco correspondente ao ângulo do triângulo. Assim as condições que o professor cria em aula pode-se dar ou não estes “saltos qualitativos” no processo de construção do conhecimento do conceito matemático.

Em seu texto, Simon (1995) destaca os domínios do conhecimento do professor necessários para o desenvolvimento de atividades de aprendizagem: conhecimento do ensino a respeito do conceito a ser desenvolvido (provido de pesquisas, livros ou da própria experiência docente); conhecimento de materiais e recursos disponíveis para o desenvolvimento do tema e conhecimento de variadas atividades que permitem melhor compreensão do assunto.

Estas condições previstas nos recursos didáticos com a finalidade de favorecer os mecanismos cognitivos dos licenciandos – neste caso a interiorização nas ações dos licenciandos vinculadas na ideia de seno, cosseno e tangente generalizada no triângulo se manifestam na ênfase de poder visualizar a constante gerada pelas razões dos seguimentos AB, BC, e AC do triângulo retângulo.

Na resposta para a tarefa na figura 1-B acima, observamos um elemento geométrico, - esboço do desenho do enunciado da tarefa - que foi utilizado pelo licenciando no sentido de fixar as informações do enunciado, em seguida, o cálculo algébrico para a sua solução. Para isto foi necessário a reflexão sobre as tarefas realizadas em momentos anterior, estabelecendo o uso do conceito de tangente corretamente, aplicando a ideia da situação anterior e estendendo ao novo problema utilizando duas variáveis, em uma relação de dependência entre elas.

Estas atividades caracterizam o processo de construção do significado do conceito de razões trigonométricas no triângulo retângulo, onde os licenciandos, através da reflexão sobre um conjunto de tentativas que lhe rendem resultados positivos, abstraíram de uma relação entre a atividade e seu efeito, sendo que o efeito é um pensamento, uma atividade mental com base na sua concepção de unidades compostas, por exemplo, na atividade 1 “o licenciando identifica a ação e aplica a fórmula”, e através de uma série de tarefas na atividade 3, “ele distingue uma regularidade” como chegar à altura do balão em função da tangente do ângulo dado.

Em nossa análise observamos as ações dos licenciandos com relação a dois pontos: a de generalização e a de generalização e reflexão (Simon *et al*, 2004). Na primeira observamos a atividade mental dos licenciandos a qual infere a partir de suas ações sobre os objetos e seu discurso captados durante a realização das atividades, assim consideramos as ações de relacionar, buscar e estender.

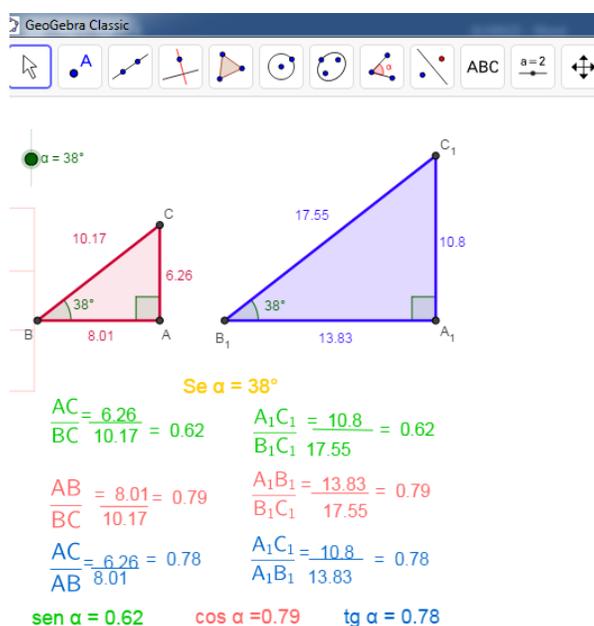


Figura 2: Applet sobre triângulos semelhantes e razões trigonométricas  
Fonte: Figueiredo, 2015

Estas condições previstas nos recursos didáticos com a finalidade de favorecer os mecanismos cognitivos dos licenciandos – neste caso a interiorização nas ações dos licenciandos vinculadas na ideia de seno, cosseno e tangente, generalizada no triângulo retângulo se manifestam na ênfase de poder visualizar a constante gerada pelas razões dos segmentos AB, BC, e AC do triângulo retângulo e respectivamente aos segmentos  $A_1B_1$ ,  $B_1C_1$ , e  $A_1C_1$  para o triângulo retângulo semelhante no applet.

Na atividade apresentamos uma situação hipotética cuja uma pessoa teria que atravessar um rio. Com uma ilustração da margem do rio, o objetivo foi fazer com que o licenciando refletisse na ação proposta a ser tomada na tarefa e

sob diferentes representações tomasse a decisão correta na resolução, por exemplo: na atividade ele tem que esboçar o desenho geométrico para que faça a resolução.

Em um dos relatos durante a resolução da atividade verificamos os licenciandos relacionando o que acontece no *applet* no GeoGebra com os conceitos já estudados e definidos anteriormente e generalizando os conceitos discutidos em momentos anteriores.

- Licenciando A: medida que aumentamos o ângulo a relação do seguimento AC para BC vai alterando, olha!
- Licenciando B: Sim na figura aumentando o ângulo do triângulo e a medida de AC vai aumentando e diminuindo.
- Licenciando A: Isto, mas por que não altera a medida dos outros lados dos triângulos.
- Licenciando B: Por que quando mexe no ângulo só a medida do outro lado dele é que mexe os outros são fixos.
- Licenciando A: Bom, então vamos trabalhar com o ponto B e B<sub>1</sub> respectivamente, o que acontece?
- Agora vou movimentar o ponto A e A<sub>1</sub>, respectivamente o que acontece. Olha a relação matemática entre estas medidas “aqui” e “aqui” (se referindo a medida dos seguimentos AC e AB) é uma razão.
- Licenciando B: Sim ai é um razão não é professor?
- Professor: Sim uma razão entre estes seguimentos, todos estão conseguindo observar as razões destes seguimentos aqui <se referindo as razões para o seno, cosseno e tangente>.

Na discussão acima relacionada a figura 2, relatamos algumas interações; fica evidente as interações dinâmicas com o uso do *applet* de modo a evoluir sua compreensão do conceito já visto, e também a fase de participação de Tzur et al (2004) em uma THA.

O objetivo destas tarefas é que o licenciando associem as relações trigonométricas expressa em uma representação gráfica de forma analítica gerando um conjunto diferente de representações sobre a relação entre a atividade de modificar os parâmetros no *applet* e os efeitos que produz na representação gráfica das relações trigonométricas, sendo assim, como forma de entender o desenvolvimento do conceito de aprendizagem por parte do licenciando e verificar a transição da fase participativa para a fase de antecipação, em que uma determinada tarefa cuja resolução invoca no licenciando um conceito matemático na resolução das atividades.

Propomos a atividade abaixo. Na resolução da tarefa proposta, em um dos trechos o licenciando aponta para a definição no caderno relacionando o que está projetado para a tangente na resolução da tarefa que trazemos e verifica os valores.

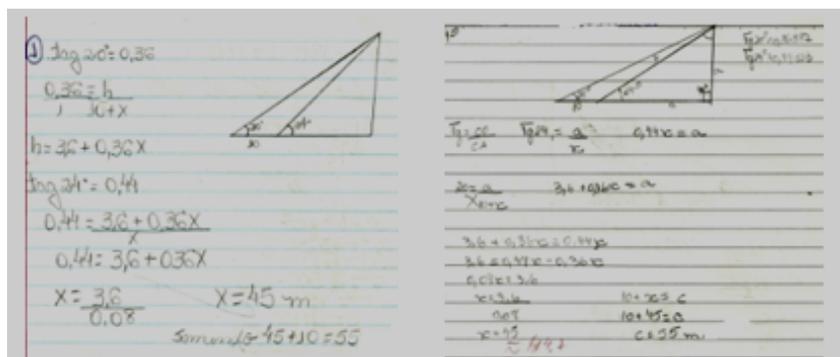


Figura 3: Resolução da tarefa proposta  
Fonte: Figueiredo, 2015

Juntamente com do *applet* da figura 2 sobre as razões trigonométricas para triângulos semelhantes, apresentamos uma situação hipotética cuja pessoa teria que atravessar um rio. Com uma ilustração da margem do rio, O licenciando representou no esboço as informações e realizou; observamos que, para realizar a resolução da atividade o licenciando, desenvolveu três fases, a primeira foi fazer uma leitura e retirar as informações, vamos chamar de imersão no problema; em seguida, o licenciando teve que associar a este problema diferentes representações, o geométrico e o algébrico, assim constroem conexões influenciados por sua experiência própria procedendo uma organização entre os diferentes mecanismos de reflexão. E na terceira que vamos denominar de resolução da atividade, ou sistematização da atividade, há uma generalização do mecanismo de construção do conhecimento, como a coordenação entre os modos de representação.

Consideramos que o processo de construção dos conceitos trigonométricos no triângulo retângulo no processo de aprendizagem em um entorno tecnológico dos conceitos trigonométricos para o seno, cosseno e tangente, continha na HLT até então, nos permitiu refletir que as ações assumidas e as análises dos dados nos mostra que os licenciandos faziam o uso do conceito ao responder corretamente os problemas.

### ■ Considerações finais

Com o Software GeoGebra na HLT foi possível evidenciar entre as múltiplas representações de forma que se assume que as várias representações do mesmo conceito devem complementar-se e eventualmente devem mesmo integrar-se numa única representação. No *applet*, convidamos os licenciandos para manusear interagindo com a tecnologia de forma a observar o movimento dos lados do triângulo no *applet* e verificar se as relações trigonométricas existentes entre os lados do triângulo estão de acordo com as definições das razões trigonométrica para o seno, cosseno e tangente. Em entendemos que os acadêmicos foram consolidando os conceitos trigonométricos na tarefa matemática em um entorno tecnológico na HLT, houve formulação de conjectura, validação de resposta e desenvolvimento do significado do conceito trigonométricos, seja no momento que o acadêmico de licenciatura pode validar suas ideias pertinentes para a resolução que em momentos estavam só disponível para o contexto da tarefa ou nos momentos que abstraia regularidades com relação abordagem exploratória-investigativa no GeoGebra. Durante a investigação evidenciamos a habilidade dos participantes da pesquisa em identificar e usar uma generalização a partir de uma tarefa anterior, pois durante o processo de investigação observamos que o participante aplica uma ideia de uma situação, no caso na tarefa e aplica na resolução de novo problema tarefa seguinte.

A diferença entre estas situações está nas inferências de suas ações, ou seja, quando o licenciando faz uma afirmação acerca de uma generalização em sua resolução, sendo possível reconstruir seu raciocínio prévio até chegar à ação que deram origem a sua observação. Esta análise é uma parte importante do entendimento do conceito de seno, cosseno e tangente do triângulo retângulo em relação à trigonometria, pois estas ideias serão generalizadas e extendidas no estudo da trigonometria para triângulos quaisquer e principalmente no estudo da trigonometria para o ciclo trigonométrico. Ressaltamos aqui que o processo descrito não é indutivo, mas construtivo, uma distinção feita por Piaget (1977) e outros, a distinção de ser entre a abstração empírica e reflexiva). Aprendizagem não é um resultado de reflexão sobre um padrão nos resultados, ou seja, um tamanho único é encontrado. Pelo contrário, é uma reflexão sobre um padrão na relação atividade - efeito que leva à nova concepção do conceito matemático, (Simon *et al*, 2004).

Os resultados indicaram ganhos progressivos do nível abstração, bem como na abstração e complexidade na sistematização do conceito e equação proporcionando uma aprendizagem significativa no estudo como se processa o aprendizado em um entorno tecnológico de conceitos trigonométricos, e resultados indicativos de que as interações dinâmicas com o sistema tecnológico em uma HLT podem favorecer a generalização necessária nos processos de construção de conceitos trigonométricos para o estudo do seno, do cosseno e da tangente em triângulos retângulos e em triângulos quaisquer e incidem na compreensão das características trigonométricas. Para tal

demanda-se conhecimentos diversos os quais são necessários para que o professor de matemática em formação possa “raciocinar com”, “criar com” e “ensinar com” tecnologia. Ensinar, não apenas inserindo-as na sala de aula, mas integrando-as e explorando adequadamente o que elas potencializam para o ensino e a aprendizagem em Matemática.

## ■ Agradecimentos

A FUNDECT pelo financiamento do Projeto nº59/300.304/2016, CIAFEM 26150, ao qual se refere este artigo.

## ■ Referências bibliográficas

- Almeida, M.E.B.; Valente, J.A. (2011). *Tecnologias e currículo: trajetórias convergentes ou divergentes?* São Paulo: Paulus.
- Coutinho, C. P. (2009). Challenges for Teacher Education in the Learning Society: Case Studies of Promising Practice. In H. H. Yang & S. H. Yuen (eds.), *Handbook of Research and Practices in E-Learning: Issues and Trends*. Chapter 23 (pp. 385-401). Hershey, New York: Information Science Reference - IGI Global.
- Coob, P., Confrey, J., Disessa, A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003.). Design experiments in education research. *Educational Researcher*, v.32(n.1), pp. 9-13.
- Duval, R. (1988). *Geometry from a cognitive point of view*. En C. Mammana and Villani (eds.) *Perspective on the Teaching of the Geometry for the 21<sup>st</sup> Century* (37-51). Dordrecht, Netherland: Kluwer Academic Publishers.
- Figueiredo, S. A., (2015). *Formação inicial de Professores e a Integração da Prática como Componente Curricular*. Tese de Doutorado. Universidade Anhanguera de São Paulo – UNIAN. 285f.: il; 30cm. Brasil.
- González, R. R. (1991). Aportaciones del enfoque evolutivo neopiagetiano al processo enseñanza-aprendizaje. *Aula aberta*, n. 58, p. 3-16.
- Kenski, V. M. (2007) *Educação e tecnologias*. 2 ed. Campinas, SP: Papirus.
- Lobo Da Costa, N.M.; Prado, M.E.B.B. (2015). *A integração das tecnologias digitais ao ensino de matemática: desafio constante no cotidiano escolar do professor*. *Rev. Perspectivas Educ. Matemática*, v.8, n.16, p..99-120.
- Piaget, J. (1977). *Studies in Reflecting Abstraction*. Sussex: Psychology Press.
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*. 26 (2), 114-145.
- Simon, M. A., Tzur, R. (2004). Explicating the Role of Mathematical Tasks in conceptual Learning: An Elaboration of the Hypothetical Learning Trajectory. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 91-104.
- Simon, M. A., Tzur, R, Heinz, K and Kinzel, M. (2004). Explicating a mechanism for conceptual learning: elaborating the construct of reflective Abstraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35(5), 305-329.
- Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educ. Res.*, v.15, n .2, p. 4-14.