

EL PRINCIPIO ESTRELLA EN LA PRÁCTICA MÉDICA. EL USO DE LA VARIACIÓN SUCESIVA EN EL DIAGNÓSTICO Y EN EL TRATAMIENTO DE ENFERMEDADES CARDIACAS

THE STAR PRINCIPLE IN MEDICAL PRACTICE. THE USE OF SUCCESSIVE VARIATION IN THE DIAGNOSIS AND IN THE TREATMENT OF CARDIAC DISEASES

Angélica Moreno–Durazo, Ricardo Cantoral
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados (México)
gamoreno@cinvestav.mx, rcantor@cinvestav.mx

Resumen

Como resultado de nuestra investigación, caracterizamos uno de los principios del pensamiento matemático, el principio estrella está presente cuando en una situación de cambio se transita entre lo desconocido y el establecimiento de prácticas predictivas a través del análisis de la *pequeña variación*. En ello analizamos, desde la Socioepistemología, las prácticas y los argumentos empleados en situaciones de cambio singulares: durante el diagnóstico y en la elección del tratamiento de enfermedades cardíacas; particularmente, nos ocupamos del papel que juega la *variación sucesiva* y el *razonamiento abductivo* en ese tránsito. Los resultados de esta investigación brindan elementos para el rediseño del discurso Matemático Escolar de ideas variacionales.

Palabras clave: pequeña variación, práctica predictiva, socioepistemología

Abstract

We characterize one of the principles of mathematical thinking. The star principle is present when in a situation of change we go through the unknown and establish predictive practices through the analysis of *small variation*. In this study, we analyze, from the Socio-epistemological theory, the practices and the arguments used in specific situations of change: during the diagnosis and in the election of the treatment of heart diseases, we particularly focus on the role of *successive variation* and *abductive reasoning*. The results of this research provide elements for the redesign of the mathematical School discourse involving variational ideas

Key words: small variation, predictive practice, socio-epistemological theory

■ Introducción

La articulación de dos perspectivas sobre la función, la analiticidad y la predicción, analizada por Cantoral (1990) desde la relación simbiótica entre el *Prædicere* y lo analítico, gesta una base de resignificaciones para los conceptos del Análisis Matemático. Un caso particular lo constituye el concepto matemático serie de Taylor, abordado en (Cantoral, 1991), su significación primaria radica en la noción de predicción en los fenómenos de flujo continuo en la naturaleza; conocer el estado inicial del sistema en evolución con datos como $x, f(x), f'(x), \dots$ permite enunciar el estado posterior que asume la función:

$$f(x+h) = f(x) + \frac{f'(x)h}{1!} + \frac{f''(x)h^2}{2!} + \dots$$

El discurso Matemático Escolar enfatiza las relaciones del tipo $f^{(n)} \leftrightarrow f^{(n+1)}$ (*variación consecutiva*), por ejemplo, la derivada de una función en el sentido de Cauchy es entendida como el límite del cociente incremental:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}.$$

Mientras que, por el discurso, no son favorecidas las articulaciones de derivadas en relaciones hacia arriba y hacia abajo:

$$f \rightarrow f' \rightarrow f'' \rightarrow f''' \rightarrow \dots, \text{ o } f''' \rightarrow f'' \rightarrow f' \rightarrow f,$$

referidas en la serie de Taylor. Bajo esta mirada, el significado de los conceptos matemáticos alude a la *variación sucesiva* (articulación de órdenes de variación). De lo anterior, la noción matemática de derivada, que acompaña a la práctica de predecir, tendrá sentido para los estudiantes cuando las derivadas se utilicen como una forma de expresar *variaciones sucesivas* en entornos socioculturales (Cantoral y Farfán, 1998); de manera que, la variación sucesiva sustenta el rediseño del discurso Matemático Escolar para el desarrollo del *pensamiento y lenguaje variacional*.

En nuestra investigación, tomamos a la variación sucesiva como objeto de estudio y así determinamos la existencia de un principio del pensamiento matemático, el *principio estrella* (Moreno, 2018). Este principio del pensamiento, en situaciones de cambio, permite el desarrollo de prácticas predictivas (predecir, estimar, inferir) y se caracteriza por el análisis de la *pequeña variación*, expresado a través del uso de la *variación sucesiva* y del *razonamiento abductivo*.

El principio estrella surge de los esquemas teóricos resultantes de investigaciones sobre el análisis del cambio en situaciones de naturaleza determinista (Cantoral, 1990; 1991; 1995), se caracteriza y se consolida como base del pensamiento matemático al evidenciar su participación en situaciones de otra naturaleza, aquellas que no siguen leyes de cambio. El escenario de nuestra investigación es singular, entre las situaciones de control –aquellas cuya finalidad es provocar un comportamiento deseado–, el caso del tratamiento de las enfermedades es altamente complejo debido a que no solo hay que tratar con los efectos provocados por las modificaciones externas (medicamentos), sino que, se consideran las modificaciones internas, respuestas adaptativas o de reacción a las modificaciones internas.

De esta manera, nuestro objetivo de investigación fue explicar cómo son socialmente construidas las prácticas predictivas de la Cardiología, esto es, para el tratamiento de enfermedades cardíacas no preguntábamos ¿cuál es la organización de las prácticas y de los argumentos en la interpretación de electrocardiogramas?, ¿cuál es el uso de la variación sucesiva en su tratamiento? y ¿cómo se relaciona con los elementos de un rediseño del discurso Matemático Escolar para las matemáticas del cambio?

■ Elementos teóricos

La teoría Socioepistemológica que sustenta esta investigación, en tanto teoría pragmática del conocimiento, asume que el significado no es intrínseco al objeto, sino es un derivado (consecuencia) de su uso. Por tanto, en el aprendizaje de las matemáticas se busca la conformación de redes de significado en contextos variados, cuya interacción coadyuve a la construcción y explicación de la naturaleza dinámica de los conceptos matemáticos. Esto explica la máxima de la teoría: de los objetos a las prácticas (Cantoral, 2013; 2016).

Las formas culturales de apropiación de las nociones matemáticas involucradas en el estudio del cambio y la predicción, donde emerge la variación, son analizadas desde el Pensamiento y Lenguaje Variacional (PyLV). Bajo esta postura, el cambio es observado por los individuos, se considera pues como la manifestación que evidencia la evolución en un fenómeno, pero la observación no es suficiente para explicar los cambios que siguen –predecir. Por ello, en el estudio del cambio con fines predictivos emerge la noción de variación como una construcción del individuo que, mediante la cuantificación de las modificaciones de estado, explique la evolución que seguirá el fenómeno.

Las explicaciones de la evolución de las situaciones o fenómenos de cambio precisan de la articulación de las nociones de *variación*, *variable* y *práctica predictiva*. Esta articulación es explicada por Cantoral (1990) a través de dos aspectos fundamentales en el estudio del cambio: los *niveles de constantificación* y el *carácter estable del cambio*.

- *Los niveles de constantificación logran la articulación –variables, variación–*, en el primer nivel de constantificación se seleccionan las variables que describen con suficiente precisión el fenómeno y en el segundo nivel de constantificación se selecciona el orden de variación que lo afecta significativamente.
- *La identificación de carácter estable del cambio* se sustenta en estos niveles, ya que posibilitan la búsqueda de las leyes que rigen el cambio identificando lo invariante en él. Por ejemplo, en situaciones de cambio la identificación de lo periódico, lo proporcional, lo exponencial, lo logarítmico, lo constante, en general, la regularidad en el cambio (Ferrari, 2001; Covián, 2005; Cantoral, Farfán, Lezama y Martínez, 2006; Buendía, 2006; Buendía y Ordoñez, 2009; Espinoza, 2014; Reyes, 2016). De esta manera, a través de los dos aspectos se logra la articulación –variable, variación y práctica predictiva.

En una lectura focalizada de la noción de *variación sucesiva como emergente del estudio de situaciones de cambio con fines predictivos*, identificamos los primeros rasgos del principio estrella; reconocimos una idea común en los escenarios de naturaleza determinista:

La determinación del carácter estable del cambio (aquello que posibilita la predicción) se sustenta en la pequeña variación, el descubrimiento de que $f(x + h) \approx f(x)$ precisa del análisis sobre los valores que tomará la variable x en estados posteriores $x + h$ (bajo una función f); esto es, el análisis de las variaciones en $f(x)$ ante el tránsito de x a $x + h$.

En nuestros estudios de las prácticas predictivas desarrolladas durante el tratamiento de las enfermedades cardíacas reportamos el uso de la variación sucesiva en el diagnóstico –previo al tratamiento se requiere de reconocer cuál enfermedad tratar– (Moreno–Durazo y Cantoral, 2017; Moreno, 2018; Cantoral, Moreno–Durazo y Caballero–Pérez, 2018); además, mediante evidencia empírica, identificamos el uso del razonamiento abductivo en el diagnóstico. Sin embargo, nuestro foco de interés, la pequeña variación, aparece como fundamental en el tratamiento de las enfermedades cardíacas, mostrado más adelante.

■ Elementos metodológicos

Para alcanzar el objetivo propuesto, realizamos un análisis de corte cualitativo–interpretativo, pues es necesario reconocer mediante triangulaciones, la “visión de la realidad” de los individuos, *desde las estrategias que siguen para atender las problemáticas planteadas*. Además, seguimos este análisis cualitativo mediante un marco etnográfico, a fin de conocer de cerca las problemáticas de la comunidad de cardiólogos, la diversidad de acciones y argumentaciones que se siguen para atender estas problemáticas, el establecimiento de prioridades, etc. Esto es, realizamos una inmersión profunda en la práctica de los cardiólogos en el tratamiento de las enfermedades.

“... el término etnografía se refiere al trabajo, el proceso o la forma de investigación que nos permite realizar un estudio descriptivo y un análisis teóricamente orientado de una cultura o de algunos aspectos concretos de una cultura, y, por otra, al resultado final de este trabajo (la monografía o el texto que contiene la descripción de la cultura en cuestión)” (Serra, 2004, p.165).

El estudio etnográfico lo realizamos en el servicio de cardiología del Hospital Universitario “Manuel Ascunce Domenech” (Camagüey, Cuba) analizando durante dos meses las prácticas e interacciones que los cardiólogos realizaban día con día. Mantuvimos un diálogo constante con las enfermeras del servicio, los residentes (médicos generales que se especializan en Cardiología) y los cardiólogos. Particularmente, seguimos todas las actividades del hospital en la vida de un cardiólogo: desde el cambio de guardia, pasando por la consulta de pacientes con cita regular y la consulta de pacientes en terapia intensiva, así como en la realización de estudios (ecocardiogramas y ecocardiogramas transesofágicos) y en las interconsultas. De este seguimiento, obtuvimos datos acerca de los argumentos y las prácticas de los cardiólogos durante el diagnóstico y el tratamiento de las enfermedades cardiacas (tabla 1).

Tabla 1. Entrevistas realizadas

Entrevistas iniciales	<p><i>Instrumento de identificación de bloqueos auriculoventriculares</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Se configuró con base en un análisis documental sobre las características electrocardiográficas de las enfermedades. - Se dialogó con el cardiólogo 1, el cardiólogo 2 y el cardiólogo 4.
	<p><i>Entrevista de seguimiento a las primeras consultas</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Se configuró con base en la observación participante para abordar aspectos generales del diagnóstico y tratamiento de enfermedades. - Se dialogó con el cardiólogo 1.
Casos clínicos	<p><i>Entrevista de profundización de las consultas regulares</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Se configuró con base en la observación participante en las consultas de pacientes con citas regulares y la selección de aquellas interacciones que aludieron a la variación (siete pacientes). - Se dialogó con el cardiólogo 1
	<p><i>Entrevistas sobre pacientes en terapia intensiva</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Se configuró con base en la selección de pacientes donde su expediente muestra su evolución a través de electrocardiogramas (cuatro pacientes). - La trombosis pulmonar se dialogó con el cardiólogo 1 y el cardiólogo 4. El implante de marcapasos se dialogó con el cardiólogo 4. El infarto anteroseptal se dialogó con el cardiólogo 2. El posible infarto se dialogó con el cardiólogo 3.
Entrevistas finales	<p><i>Entrevista sobre la evolución de las enfermedades cardiacas</i></p> <p><i>Entrevista sobre la combinación de fármacos</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Se configuró con base en la hipótesis del uso de la variación sucesiva en el tratamiento - Se dialogó con el cardiólogo 1

Fuente: Elaboración propia

■ Análisis y resultados

En la tabla 2 se muestra la intervención de las cotas para el controlar el estado del paciente (el estado deseado). En el caso de la coagulación de la sangre, los valores del INR deben ser entre 2 y 3 (adecuados para evitar la formación de trombos). Además, en algunas ocasiones, para mantener al paciente dentro del rango se hace una doble protección sumando al anticoagulante un antiagregante aún bajo el riesgo de provocar complicaciones de desangramiento (pequeñas variaciones).

Tabla 2 Argumentos del cardiólogo 1 sobre el tratamiento de anticoagulante

Cardiólogo: ese INR – el valor que calcula el laboratorio debe estar entre dos y tres. si está por debajo de dos el paciente no está anticoagulado, o sea, el medicamento no está provocando lo que yo quiero. si está por encima de tres – si está en cinco o en diez – el paciente está muy anticoagulado y puede complicarse con sangramiento
Cardiólogo: yo tengo en mi consulta como 5 o 6 pacientes que han hecho trombosis de prótesis - porque fueron indisciplinados y porque dejaron de controlarse o porque tienen problemas genéticos. yo a esos pacientes los protejo también con una aspirina, o sea con antiagregante. hago una doble protección – con anticoagulante y antiagregante plaquetario. pero sabiendo que es mayor el riesgo de complicaciones de desangramiento

Fuente: Extracto [Entrevista de profundización sobre casos clínicos]

Observamos que para alcanzar el estado deseado se analizan las variaciones que sufrirá el cuerpo al reaccionar al cambio en los medicamentos, esto es, los efectos que producirán (pequeñas variaciones).

Otro ejemplo de doble protección es el tratamiento que sigue el paciente 4 (tabla 3), para mantener los niveles de potasio, el paciente toma dos diuréticos (furosemida y espironolactona); la importancia del tratamiento consiste en que el paciente no se descompense y, para ello, se va ajustando la dosis de medicamento (pequeñas variaciones), donde las evidencias del estado deseable se obtienen a través de los niveles de frecuencia cardíaca, INR, edemas, etc.

Tabla 3 Argumentos del cardiólogo sobre el tratamiento

Cardiólogo: la furosemida provoca que el potasio caiga y la espironolactona es un diurético ahorrador - de potasio. o sea, lo que por un lado este está eliminando – este lo compensa
Cardiólogo: tú tienes que tratar de en un paciente que tiene una insuficiencia mitral o que tiene insuficiencia cardíaca – buscar que el paciente esté - en normovolemia. o sea, tiene un problema cardíaco – tú tienes que tratar que el paciente no se descompense. tú vas ajustando la dosis y te vas guiando por la frecuencia cardíaca – por la presión arterial – si tiene edemas en miembros inferiores – o si tiene el hígado crecido o la yugular

Fuente: Extracto [Entrevista de profundización sobre casos clínicos]

A manera de síntesis presentamos el siguiente esquema (figura 1). Mostramos que alcanzar el diagnóstico de enfermedades cardíacas precisa del uso de la variación sucesiva para identificar, basados en el carácter estable del cambio y los niveles de constantificación, los estados de evolución de la salud del paciente, también precisa del razonamiento abductivo para explicar el cambio en las dinámicas de estos estados.

En el diagnóstico es reconocido el estado de salud del paciente (en ese momento) y, es posible estimar la posible evolución del padecimiento (por el conocimiento disciplinar, la evolución natural de las enfermedades). El fin de la práctica médica es la mejora en la condición de salud de los pacientes y, evidenciamos que ese fin se alcanza mediante el análisis de la pequeña variación - *las modificaciones en las variables del fenómeno cuya variación*

provoca momentos conocidos o con cierta regularidad. Este proceso es cíclico, el tránsito al estado saludable no es directo y de una ocasión, sino que se requieren ajustes como reacción a diversas situaciones, complicaciones propias de la enfermedad o reflejo de la presencia de otros padecimientos, circunstancias del entorno de los pacientes o de su reacción a los medicamentos. De manera que, el proceso de tratamiento constantemente involucra el diagnóstico, para ello, se establecen consultas periódicas de seguimiento.

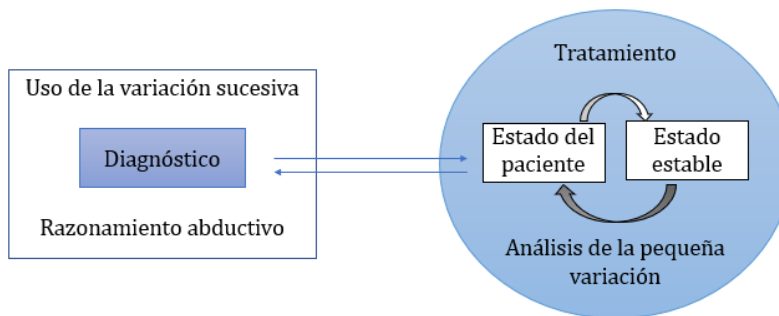


Figura 1. La variación sucesiva, el razonamiento abductivo y la pequeña variación en la práctica médica

Fuente: Elaboración propia

Esto último, evidencia la presencia del principio estrella en el diagnóstico y el tratamiento de enfermedades cardiacas, además, muestra cómo es posible analizarlo a través del uso de la variación sucesiva y del razonamiento abductivo.

■ Conclusiones

Encontramos en la Cardiología una práctica de referencia que permite la resignificación de la variación sucesiva en la determinación de prácticas predictivas. Los argumentos que siguen los cardiólogos para referirse al cambio y al cambio del cambio, tienen una naturaleza similar a aquella en la que el sentido simbólico corresponde a expresiones diferenciales como: dy , d^2y , d^3y , ya que $d^2y = d(dy)$ y $d^3y = d(d^2y) = d(d(dy))$. Es importante reconocer que, bajo este enfoque, la variación sucesiva alude a especificaciones cada vez más refinadas sobre el comportamiento del fenómeno, según el orden de variación utilizado.

Más aún, hasta el momento, las investigaciones bajo el enfoque del PyLV consideraban muy importante, para el rediseño del discurso Matemático Escolar, al uso de la variación sucesiva en escenarios socioculturales para la significación de los objetos matemáticos del Cálculo. Al respecto, la carga significativa de los argumentos de los cardiólogos sobre la naturaleza de comportamientos crecientes o constantes se toma al acompañar la identificación de tal comportamiento con su conocimiento disciplinar, su experiencia y su entorno, pero faltaba algo.

La discusión anterior acerca de la importancia de la variación sucesiva como evidencia del principio estrella, le otorga un estatus mayor que su consideración para la significación de los objetos matemáticos del Cálculo, sino uno como parte fundamental de las expresiones del pensamiento que conlleva a la toma de decisión en situaciones de cambio, particularmente, en situaciones de control con dinámicas no deterministas.

Lo anterior, nos conduce a la reflexión sobre los principios del pensamiento matemático. Analizamos detenidamente el papel que juega la noción de *pequeña variación* en la búsqueda de un carácter estable (situaciones deterministas) o la inducción de momentos de estabilidad (situaciones no deterministas). Los resultados mostraron que, a través de la combinación de la *variación sucesiva* y del *razonamiento abductivo* es que se puede expresar racionalmente

el análisis de la *pequeña variación*. Particularmente, mostramos la existencia y la función del principio estrella en la práctica médica de la Cardiología.

¿Qué relación tienen estos resultados de investigación en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas?, ¿la consideración del principio estrella en los diseños de situaciones de aprendizaje que favorezcan el desarrollo del pensamiento matemático? y ¿cómo sería dicha inclusión? Debemos aclarar que estas reflexiones requieren ser objeto de estudio en futuras investigaciones, es decir, abrimos otro campo de posibilidades hacia la investigación en el Pensamiento y Lenguaje Variacional. En ello se versarían las técnicas de la segunda derivada de una función empleadas, por ejemplo, el cálculo de máximos y mínimos bajo las reglas del signo y la concavidad, con una significación de la derivada en relación a los usos de la variación sucesiva en escenarios socioculturales, un caso: los significados que toma un comportamiento creciente-decreciente en el diagnóstico de enfermedades cardiacas.

Por último, con base en esta investigación, encontramos una manera en la que el razonamiento abductivo, habitualmente no considerado en las clases de matemáticas, participe en los procesos de análisis variacional donde se significa a los objetos matemáticos formales del cambio. De esta manera, la inclusión del estudio de la pequeña variación, apoyada con el estudio sistémico de la variación sucesiva y el razonamiento abductivo en escenarios socioculturales, provee elementos para el rediseño del discurso Matemático Escolar que favorezca el desarrollo del pensamiento matemático entre los estudiantes; por tanto, tratar con situaciones que despierten su interés y les permita poner a prueba sus razonamientos y así, llevar al ámbito escolar los principios del pensamiento matemático.

■ Referencias bibliográficas

- Buendía, G. (2006). Una socioepistemología del aspecto periódico de las funciones. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 9(2), 227–251.
- Buendía, G. y Ordóñez, A. (2009). El comportamiento periódico en la relación de una función y sus derivadas: significados a partir de la variación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 12(1), 7–28
- Cantoral, R. (1990). *Categorías Relativas a la apropiación de una base de significaciones para conceptos y procesos matemáticos de la Teoría Elemental de las Funciones Analíticas. Simbiosis y predación entre las nociones de “el Prædicere” y “lo Analítico”*. Tesis doctoral. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. D.F.: México.
- Cantoral, R. (1991). Proyecto de investigación: Formación de la noción de función analítica. *Mathesis* 7(2), 223–239.
- Cantoral, R. (1995). Acerca de las contribuciones actuales de una didáctica de antaño: El caso de la serie de Taylor. *Mathesis* 11(1), 55–101.
- Cantoral, R. (2013, 2016 2ª ed.). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. Barcelona: Gedisa.
- Cantoral, R. y Farfán, R. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción del análisis. *Épsilon* 42(14,3), 353–369.
- Cantoral, R., Farfán, R., Lezama, J. y Martínez, G. (2006). Socioepistemología y representación: Algunos Ejemplos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Número Especial, 83–102.
- Cantoral, R., Moreno–Durazo, A. y Caballero–Pérez, M. (2018). Socio-epistemological research on mathematical modelling: an empirical approach to teaching and learning. *ZDM Mathematics Education* 50(1), 77–89. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0922-8>
- Covián, O. (2005). *El papel del conocimiento matemático en la construcción de la vivienda tradicional: El caso de la Cultura Maya*. Tesis de maestría. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. D. F.: México.
- Espinoza, L. (2014). *La desescolarización del saber: su construcción social desde el malabarismo y las artes circenses*. Tesis doctoral. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. D. F.: México.

- Ferrari, M. (2001). *Una aproximación socioepistemológica a la matemática educativa. El caso de la función logaritmo*. Tesis de maestría. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. D. F.: México
- Moreno, G. (2018). *Principios del pensamiento matemático: el principio estrella en la práctica médica. El uso de la pequeña variación en el diagnóstico y el tratamiento de enfermedades cardiacas*. Tesis doctoral. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. CDMX: México.
- Moreno–Durazo, A., y Cantoral, R. (2017). El uso de los órdenes superiores de variación en la interpretación clínica del electrocardiograma. En L. A. Serna (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 30, 927–935. CDMX, México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Reyes, D. (2016). *Empoderamiento docente desde una visión socioepistemológica: una alternativa de intervención para la transformación y la mejora educativa*. Tesis doctoral. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. CDMX: México.
- Serra, C. (2004). Etnografía escolar, etnografía de la educación. *Revista de Educación* 334, 165–176.