

ANÁLISIS DEL LENGUAJE SOBRE ESTIMACIÓN DE LA MEDIA EN LIBROS DE TEXTO ESPAÑOLES

ANALYSIS OF THE LANGUAGE ON ESTIMATION IN HIGH SCHOOL IN SPANISH TEXTBOOKS

Juan Jesús Ortiz, Veronica Albanese, Nordin Mohamed
Universidad de Granada (España)
jortiz@ugr.es; vealbanese@ugr.es; nmohamed@ugr.es

Resumen

Se presenta un análisis del lenguaje matemático sobre el tema de la estimación de la media en tres libros de textos españoles de Bachillerato publicados en 2016. El objetivo es realizar una comparación del lenguaje empleado en los tres libros. Los resultados muestran una prevalencia del lenguaje formal, así como el empleo de algunas expresiones cotidianas que adquieren un diferente significado matemático. Así mismo se denota una gran variedad en el empleo del lenguaje tabular y gráfico. Algunas diferencias en los libros indican el importante papel del profesor al seleccionar y usar estos libros en la enseñanza.

Palabras clave: imación, media, libros de texto, lenguaje matemático

Abstract

We present an analysis of the mathematical language on the topic of the estimation of the average in three Spanish high school textbooks published in 2016. The objective is to make a comparison of the language used in the three textbooks. The results show a prevalence of formal language as well as the use of some everyday expressions that acquire a different specific mathematical meaning. A wide variety of use of the tabular and graphic language is detected. Some differences in the books indicate the important role of the teacher to select and use these books in teaching.

Key words: estimation, average, textbooks, mathematical language

■ Introducción

Un tema relevante que se trata en el segundo curso de Bachillerato de Ciencias Sociales en España, en la asignatura de *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II*, es la inferencia estadística debido a su presencia en las pruebas de acceso a la universidad (López-Martín Batanero, Gea y Arteaga, 2016) así como a su relevancia para la sociedad actual (Batanero y Borovcnik, 2016). Dentro de la inferencia estadística, el primer tema que se aborda es la estimación de la media, tal como lo indican las directrices curriculares españolas que entraron en vigor en 2016 (MECD, 2015). A raíz de la implementación de esta nueva normativa se han editado nuevos libros de texto que son los que se toman en cuenta en este análisis.

Los libros de texto son una herramienta fundamental para el profesor ya que se suele apoyar en ellos para pasar del currículo pretendido en directrices legislativas al currículo implementado en el salón de aula (Stylianides, 2009). Dentro de los libros de texto, el lenguaje es un elemento importante que determina la complejidad conceptual de un tema, entendiendo como lenguaje, las expresiones verbales, como también el lenguaje simbólico, tabular y gráfico.

El objetivo de este trabajo es analizar el lenguaje (en el sentido amplio anteriormente descrito) en el tema de estimación de la media en tres libros de texto españoles de segundo curso de Bachillerato de Ciencias Sociales publicados según la nueva normativa.

■ Marco teórico y antecedentes

Aprender matemáticas implica, entre otras cosas, manejar lenguajes múltiples. Para referirse a los objetos matemáticos, tratándose de entidades abstractas, es necesario emplear diversas representaciones o lenguajes, tales como lenguaje verbal, tabular, gráfico y representaciones icónicas (Duval, 2006).

Entre las diferentes perspectivas teóricas para analizar libros de texto hemos optado por utilizar el Enfoque Onto-semiótico (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007). En este marco teórico se considera la práctica matemática como cualquier acción o manifestación (lingüística o de otro tipo) llevada a cabo en la resolución de problemas matemáticos y en la comunicación de soluciones a otras personas a fin de validarlas y generalizarlas a otros contextos y problemas. Así mismo se postula que los objetos matemáticos emergen de las prácticas que un sujeto (persona o institución) realiza al resolver problemas, y que estas prácticas están mediadas por el lenguaje. El significado de un objeto matemático, en nuestro caso la estimación de la media sería “el sistema de prácticas que realiza una persona (significado personal), o compartidas en el seno de una institución (significado institucional) para resolver un tipo de problemas en los cuales se necesita estimar la media de una población, con desviación típica conocida”. En este marco teórico es también fundamental la idea de conflicto semiótico, que puede surgir al interpretar el lenguaje matemático, pues se trata de “cualquier disparidad o discordancia entre los significados atribuidos a una expresión por dos sujetos (personas o instituciones)” (Godino, Batanero y Font, 2007, p.133).

Existen algunos antecedentes, si bien bastante escasos, sobre el lenguaje de la probabilidad en libros de textos. Por su relevancia para el posterior análisis que presentamos, mencionamos el estudio de Gómez, Ortiz, Batanero y Contreras (2013) que analiza el lenguaje de la probabilidad en seis series de textos de Educación Primaria de 2008 y 2011. Estos autores destacan que dentro las expresiones verbales predominan las coloquiales respecto al lenguaje formal para permitir la introducción de conceptos básicos de la probabilidad a las niñas y niños, pero encuentran amplio uso de otros tipos de lenguajes, como numérico, tabular y gráfico.

Ortiz, Albanese y Serrano (2016) analizaron el lenguaje de la probabilidad en libros de textos de Educación Secundaria, diferenciando entre el lenguaje referido a la estadística y la probabilidad y el lenguaje referido a los juegos de azar. Los resultados muestran la gran riqueza y diversidad de expresiones verbales y predominio de lenguaje coloquial frente al formal; el lenguaje se asocia a los diferentes significados de la probabilidad (intuitivo,

clásico, frecuencial y formal) (Batanero, 2005). El lenguaje numérico se desarrolla de acuerdo a la introducción de diferentes sistemas numéricos en la enseñanza y se encuentra también amplio uso de representaciones tabulares y gráficas. Algunas diferencias en los libros indican el importante papel del profesor al seleccionar y usar estos libros en la enseñanza.

Respecto a la inferencia, mencionamos el estudio de García y García (2009) quienes analizaron el lenguaje de la inferencia en libros de textos de Bachillerato, centrándose en las expresiones verbales, que clasificaron en varias categorías, según tengan el mismo o distinto significado en los contextos matemático y cotidiano. Concluyen que el contexto de trabajo es determinante en el significado de las expresiones y que, en ocasiones, la definición de estas expresiones que aparece en los libros de texto no corresponde a la propia del contexto matemático, sino más bien a la del contexto cotidiano, lo que puede provocar que el estudiante aprenda este concepto matemático con errores. Su estudio se completa en García (2011), con el análisis de las definiciones sobre términos de inferencia, proporcionadas por 26 estudiantes de segundo curso de Bachillerato, donde se observan las dificultades que tienen para dar una definición adecuada en el contexto matemático, finalizando con una propuesta de enseñanza para superarlas.

■ Metodología

Los tres libros de texto analizados son una muestra intencional, que fueron seleccionados por ser de las editoriales más prestigiosas en España y muy utilizados por el profesorado, que en España son los responsables de elegir los textos que utilizarán sus estudiantes. Los tres textos se indican con unos códigos [T1], [T2] y [T3] incluyendo sus referencias completas en un anexo. Por las características de la muestra no pretendemos extender los resultados, sino proporcionar información específica sobre el tratamiento de la estimación de la media en estos textos.

En cada libro se ha realizado un análisis de contenido del capítulo que trata el tema de estadística inferencial y estimación de la media, estudiando las variables establecidas en Gómez et al. (2013): a) expresiones verbales; b) expresiones numéricas; c) expresiones simbólicas; d) representaciones tabulares y gráficas. Las categorías de cada una de estas variables se determinan mediante sucesivas revisiones de los textos de un modo cíclico e inductivo. Por ejemplo, para la variable “expresiones verbales” se han diferenciado cuatro tipos: expresiones cotidianas, específicas de estadística, específicas de probabilidad y específicas de los juegos de azar. A través de la comparación del contenido de estos textos, se establece la presencia o ausencia de cada una de las categorías en los libros de la muestra. Por último, se seleccionan ejemplos en los textos que ilustren las diferentes categorías y se elaboran unas tablas cuya lectura facilite la obtención de conclusiones sobre el uso del lenguaje en los libros analizados. A continuación, se presentan los resultados, utilizando ejemplos de los textos cuando sea necesario.

■ Resultados

Lenguaje verbal

En la Tabla 1 se muestran las frecuencias de las expresiones verbales según las categorías de análisis mencionadas. Hemos encontrado una gran variedad de expresiones cotidianas, en general palabras que se usan para indicar de forma resumida un procedimiento o hacen alusión a conceptos o propiedades de estadística o probabilidad, o bien a ejemplos de material que se utiliza en los juegos de azar, acciones sobre dicho material y los resultados de estas.

Tabla 1. Frecuencia de expresiones distintas en los libros de texto según categoría

Categoría	Expresiones diferentes	Frecuencia de aparición		
		[T1]	[T2]	[T3]
Expresiones cotidianas	Afirmar, amplitud, aproximar, audiencia, averiguar, calcular, centro, censos, certeza, confianza, construir, control calidad, dar, datos, decidir, determinar, distribución, elegir, encontrar, encuesta, error, estadística, estimar, estudiar, extraer, frecuencia, gráficas, hallar, internet, interpretar, intervalo, justificar, medidas, muestra, nivel, normal, obtener, observar, población, preguntar, radio, registrar, relacionar, resolver, resultados, seleccionar, suma, valores, variación	27	37	26
Específicas de probabilidad	Aleatorio, azar, cálculo (probabilidades), probabilidad, probabilidades puntuales, Distribución continua, distribución discreta (Mirar Israel), Distribución diferencia medias muestrales, Distribución medias muestrales, Distribución normal, Distribuciones probabilidad, ley normal, variable aleatoria,	11	9	20
Específicas de estadística	Amplitud intervalo, desviación típica, distribuciones estadísticas, Error máximo admisible estimación media, Error máximo admisible estimación diferencia medias, Estadística inductiva, estadística inferencial, Estimación, Estimación media, Estimación diferencia, Estimación puntual, Estimación mediante un intervalo, Estimador, estimar, fiable, función, frecuencia absoluta, Frecuencia relativa, inferencia estadística (Inferir-deducir mirar Israel), Intervalo característico, Intervalo de confianza para la media, intervalo de confianza para la diferencia de medias, longitud intervalo, media, media muestral, media población, muestra, muestra aleatoria, muestra aleatoria dirigida (p.310), nivel de confianza, nivel de significación, parámetro, población, promedios (resultados), tabla, tamaño muestra, tamaño mínimo muestra, teorema central límite (distinto enunciado que T1), tipificación (variable), valor crítico, variable, variable continua, variación media, varianza,	33	36	41
Específicas de juegos de azar	Dado, lanzar (dado)moneda,	3	0	3

Entre las específicas de probabilidad, las más utilizadas están relacionadas con el cálculo de probabilidades, variable aleatoria, las distribuciones normal y binomial y las distribuciones muestrales. La distribución de medias muestrales se trata en los tres textos, pero las distribuciones de la suma y la diferencia de medias muestrales aparecen en unos textos y en otros no. El texto [T3], es el único que destaca la idea de incertidumbre como una característica de los estudios sobre poblaciones. Respecto al estudio de Ortiz et al. (2016), con textos de secundaria, el lenguaje cambia bastante ya que aparecen conceptos más complejos.

Los términos específicos de estadística más utilizados están relacionados con los conceptos de población y muestra, estimación de la media, inferencia estadística, intervalos de confianza y el teorema central del límite, que aparecen en los tres textos. El texto [T3] es el único que menciona ejemplos de muestreos no aleatorios, y el texto [T2] introduce el concepto de “muestra aleatoria dirigida” que no hemos encontrado en libros de estadística de referencia, lo que puede provocar dificultades en el alumnado que utiliza este texto. Destacar que en ningún texto se da una definición explícita del concepto de inferencia que es fundamental, y lo que hacen los textos [T1] y [T3] es utilizar

la palabra *inferir* como sinónimo de *deducir* que, según García y García (2009), está más relacionado con el contexto cotidiano, ya que en matemáticas son dos términos opuestos con significados distintos, lo que puede generar en el alumnado un conflicto semiótico, que puede conducirlos a interpretaciones inadecuadas. Las expresiones relacionadas con los juegos de azar son muy escasas, al contrario que en Ortiz et al. (2016).

Al comparar el contenido de los textos con las recomendaciones del currículo, se observa que en los textos se tratan más conceptos que los propuestos en los documentos curriculares, como, por ejemplo, las distribuciones de la suma y diferencia de medias muestrales. El [T3] es el único que analiza los elementos de una ficha técnica en un estudio estadístico, y en el texto [T2] no se hace ninguna referencia a expresiones relacionadas con las tecnologías y la simulación que sí se recomienda en dichos documentos.

Lenguaje simbólico

Hemos encontrado una gran variedad de símbolos, que incluyen las expresiones de igualdad, desigualdad, y operaciones aritméticas, lo que coincide con el trabajo de Ortiz et al. (2016) (Tabla 2). También coincidiendo con dicho trabajo se utilizan símbolos literales y notación funcional, para expresar la relación entre la desviación típica de una distribución y el tamaño de la muestra: “*Desv. típica para n dados = Desv. típica para un dado/ \sqrt{n}* ” (T1, p. 285) o para expresar la fórmula de la media aritmética (T1, p.292). La implicación es utilizada para realizar cálculos encadenados: “*Por tanto: $3 = 2,575.8/\sqrt{n} \rightarrow \sqrt{n} = 2,575.8/3 = 6,87 \rightarrow n = 47,15$. Habrá que tomar una muestra de 48 individuos*” (T1, p. 302) y también la equivalencia que aparece en un solo texto:

$$\left\langle \frac{\sqrt{n}(\bar{X} - \mu)}{\sigma} \sim N(0,1) \right\rangle \iff \bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \text{ (T3, p. 306)}$$

Es frecuente el uso de porcentajes para determinar el intervalo característico correspondiente a una probabilidad θ para expresar el nivel de confianza en la estimación de la media poblacional: “*Determina un intervalo de confianza para la antigüedad media de la flota de vehículos con un nivel de confianza del 97 %*” (T2, p. 305).

En general se utiliza un lenguaje formal, donde el símbolo $\Phi(a)$, representa la función de distribución o probabilidad de que la variable z sea menor o igual que un determinado valor en una distribución $N(0,1)$: “*La función que acumula la probabilidad hasta el valor $Z=a$, se denomina función de distribución y se escribe $\Phi(a) = P[z \leq a]$* ” (T3, p.281). Son así mismo formales, la expresión utilizada para representar el proceso de tipificación de la variable: “*Si x es $N(\mu, \sigma)$, entonces $z = x - \mu/\sigma$ es $N(0,1)$* ” (T1, p.290), o la expresión que indica la distribución normal de la diferencia de medias muestrales, $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$, de las muestras aleatorias de tamaños n_1 y n_2 que se pueden extraer de dos poblaciones de medias μ_1 y μ_2 y desviaciones típicas σ_1 y σ_2 :

$$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \equiv N\left(\mu_1 - \mu_2, \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right) \text{ (T2, p.291)}$$

El símbolo sumatorio aparece en la fórmula del cálculo de la media aritmética o también para justificar el cálculo de la probabilidad de que la suma de los elementos de una muestra esté, a priori, en un cierto intervalo, ya que: “ $\sum x_i$ es $N(n\mu, \sigma\sqrt{n})$ ” (T1, p.292). El símbolo aproximado \approx aparece en los tres textos, por ejemplo, para indicar la aproximación de la distribución binomial por la normal cuando n es suficientemente grande (T2, p.288). Otro símbolo que aparece en un solo texto es \equiv para indicar que una variable aleatoria sigue una distribución normal: “ $X \equiv N(n\mu, \sigma\sqrt{n})$ ” (T2, p.288).

También aparece el lenguaje conjuntista, por ejemplo, el símbolo \in , en un problema donde conocida la media de la estatura de los soldados de un regimiento, se pregunta por la probabilidad de que la media de una muestra en una guardia esté comprendida en un determinado intervalo: “¿ $P\bar{x} \in (174,4; 175,6]$?” (T1, p.294). Un único texto utiliza el símbolo de la integral para calcular la probabilidad de cualquier intervalo $[a,b]$ de la recta real, en el caso de una variable aleatoria continua: “Si $f(x)$ es la función de densidad de una variable continua, entonces $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx$ ” (T3, p.279).

Tabla 2. Tipos de símbolos y operaciones incluidos en los libros de texto

Expresiones	[T1]	[T2]	[T3]
Igualdad y desigualdad ($=, <$)	x	x	x
Operaciones aritméticas	x	x	x
Conjuntos (\in)	x		
Porcentajes, Aproximación \approx	x	x	x
Es (\equiv)		x	
Es (\sim)			x
Implicación	x	x	
Equivalencia			x
Sumatorio (Σ)	x	x	
Símbolos literales, notación funcional	x	x	x
Integral			x

En la Tabla 2 se observa que, en general, los tres libros de texto utilizan un lenguaje simbólico muy formalizado, y solo hay pequeñas diferencias: el uso del lenguaje conjuntista que solo aparece en [T1] o los símbolos \equiv y \sim que aparecen en [T2] y [T3] respectivamente o la integral que solo aparece en [T3]. Se observa que hay un aumento considerable de la formalización respecto a Ortiz et al. (2016), lo cual es razonable pues estamos en el curso previo al ingreso en la universidad.

Lenguaje tabular

Con respecto al lenguaje tabular, se han encontrado diferentes tipos de tabla (Figura 1):

Muestras en °C de las temperaturas

Teruel:

4,7; 16,4; 23,4; 9,1; 4,5; 12,6; 21,9;
6,0; 5,7; 16,3; 23,5; 9,3; 1,9; 16,9;
24,3; 8,3; 4,5; 11,7; 22,2; 6,5; 5,2;
15,3; 23,7; 9,6

Oviedo:

10,1; 17,4; 17,7; 7,6; 9,9; 16,4;
17,7; 7,4; 10,6; 16,5; 18,8; 9,3;
11,1; 17,3; 18,1; 9,8; 9,8; 15,1;
18,8; 8,8; 10,4; 17,6; 19,6; 8,2

	MEDIA	DESVIACIÓN TÍPICA
UN DADO	3,5	1,71
DOS DADOS (promedio)	3,5	1,21
TRES DADOS (promedio)	3,5	0,98
CUATRO DADOS (promedio)	3,5	0,86

a. Listado de datos (T3, p. 326)

b. Tabla de resultados (T1, p. 285)

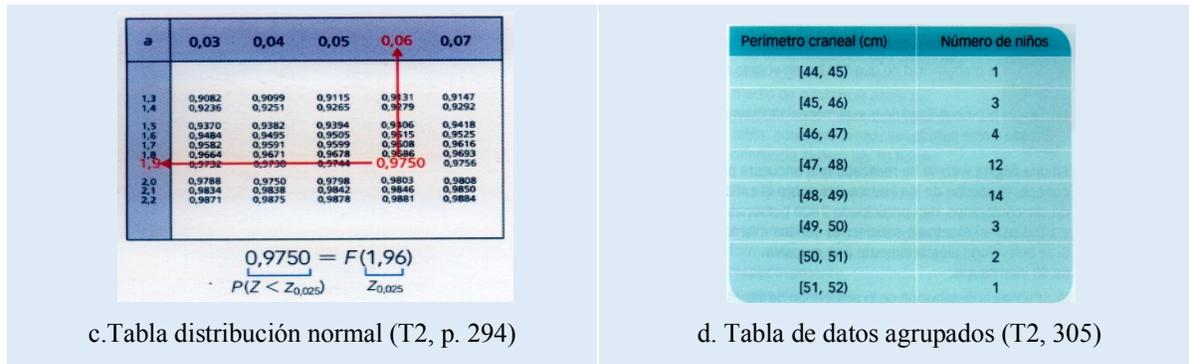


Figura 1. Distintos tipos de tablas encontradas en los textos

a) Listado de datos sobre una variable que se supone sigue una distribución normal y se pregunta “cuál de estas dos ciudades tiene un clima más frío”, como el ejemplo de la Figura 1.a (T3, p.326) o tablas de frecuencias (T1, p.297); b) tablas de resultados donde por ejemplo se comparan la media y la desviación típica de cuatro distribuciones correspondientes al lanzamiento de uno, dos, tres o cuatro dados, Figura 1.b (T1, p. 285); c) tablas de la $N(0,1)$ donde aparecen las probabilidades de que $P(Z \leq k)$ para valores de k de 0 a 4 que el alumno ha de leer para poder calcular probabilidades (T1, p.286) o para calcular el valor crítico correspondiente a una determinada probabilidad: “Se halla el valor crítico $z_{\alpha/2}$ y se busca su valor en la tabla de la $N(0,1)$. $F(Z_{0,025}) = 1 - 0,025 = 0,975$ $P(Z < Z_{0,025}) = 0,975 \rightarrow Z_{0,025} = 1,96$ ” Figura 1.c (T2, p. 294); d) tablas de datos obtenidos de simulaciones o experimentos que pueden estar o no agrupadas Figura 1.d (T2, p.305); e) tablas de intervalos característicos correspondientes a una determinada probabilidad (T1, p. 300); f) tablas de distribuciones normales con datos de parámetros estadísticos y de probabilidad para hallar el intervalo característico en cada caso, o con datos de distribución y tamaño de la muestra para indicar como se distribuyen las medias muestrales en cada caso (T1, p.304), o tablas de datos sobre el tamaño de dos muestras y sus respectivos parámetros estadísticos, por ejemplo sobre el peso de los hijos de dos grupos de mujeres embarazadas, donde se pide a partir de dichos datos decidir cómo influye que la madre sea fumadora en el peso de su hijo al nacer (T2, p. 298).

En la Tabla 3 se resumen los resultados relativos a esta variable, observando pocas diferencias entre los textos analizados. Hacemos notar la dificultad procedimental que implica para el alumno la lectura y en algunos casos la construcción de todos estos tipos de tablas, puesto que cada una de ellas tiene sus propios convenios, lo que puede convertirse en un conflicto para el alumnado. Se observa que el texto [T1] es el que presenta una mayor variedad de lenguaje tabular. En este estudio también aparece una mayor diversidad de lenguaje tabular y de mayor complejidad que en Ortiz et al. (2016).

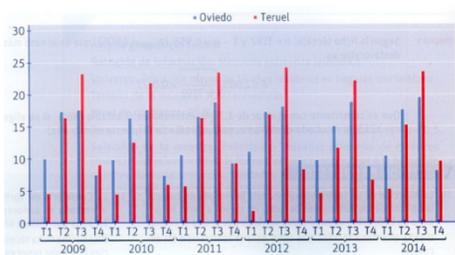
Tabla 3. Lenguaje tabular

Expresiones	[T1]	[T2]	[T3]
Listado de datos		x	x
Tabla de frecuencias	x	x	x
Tabla de resultados distribución de probabilidad	x	x	
Tabla de frecuencias con datos agrupados	x	x	
Tabla de $N(0,1)$	x	x	x
Tabla de valores críticos	x	x	x

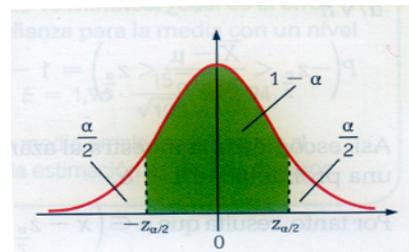
Tabla de intervalos característicos	x		x
Tabla de parámetros de distribuciones y probabilidad	x		
Tabla de parámetros de distribuciones y tamaño muestra	x	x	x
Tabla para organizar los cálculos	x		

Lenguaje gráfico

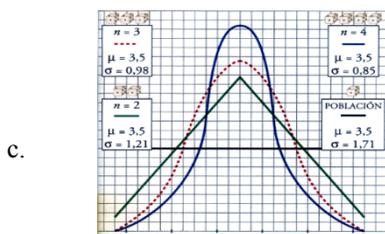
Con respecto al lenguaje gráfico también se denota el empleo de distintas gráficas: Diagrama de barras, donde se representan el promedio de los resultados al lanzar cuatro dados, (T1, p.285) o diagrama de barras agrupados, Figura 2.a (T3, p. 326), lo que supone un mayor nivel de complejidad, según Batanero, Arteaga y Ruiz (2010), al representar conjuntamente dos distribuciones de datos. Gráfica de distribución normal, donde se representa el nivel de confianza, $1-\alpha$, el valor crítico $Z_{\alpha/2}$ y el nivel de significación α , Figura 2.b (T2, p.293); gráfica de comparación de varias distribuciones donde se representan cuatro distribuciones correspondientes al lanzamiento de uno, dos, tres o cuatro dados y se comparan la media y la desviación típica, Figura 2.c (T1, p.291); gráfico donde se muestran los intervalos de confianza correspondientes a 20 muestras de 45 latas de refrescos y donde se observa que el 95% de ellos proporcionan intervalos que contienen el verdadero valor de μ , Figura 2d (T3, p.317). También hay gráficas donde se representa la aproximación de una distribución binomial por una normal y donde se observa que cuanto mayor es n , mejor aproximación se obtiene, Figura 2.d (T2, 275). En algunas gráficas (por ejemplo, Figuras 1a y 1c), la ausencia de títulos y etiquetas en los ejes puede causar conflictos en la identificación de las variables representadas o las escalas de medida.



a. Diagrama de barras agrupado (T3, p.326)

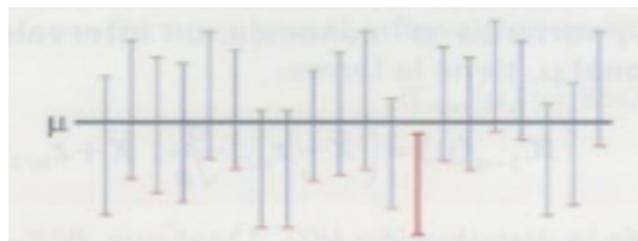


b. Gráfica de normal (T2, p.293)



c.

Comparación distribuciones (T1, p.291)



d. Gráfico intervalos confianza (T3, p.317)

Figura 2. Distintos tipos de gráficas encontradas en los textos

En la Tabla 4 observamos algunas diferencias entre los libros. El texto [T3] es el que presenta una mayor variedad de lenguaje gráfico, el libro [T2] presenta los mismos gráficos excepto el diagrama de barras agrupado y ya con menor variedad está el [T3]. En [T1] y [T3] aparecen fotos de matemáticos importantes relacionados con el origen

de la distribución normal, la estimación y la inferencia estadística, y en todos ellos, sobre todo en [T2] y [T3], fotos e imágenes relacionadas con el tema o con el contexto de los problemas. En el estudio de Ortiz et al. (2016) también aparecen diagramas de barra y agrupados y representaciones icónicas, como imágenes y dibujos; sin embargo, en nuestro estudio encontramos otro tipo de gráficos más complejos relacionados con la inferencia estadística, diferencias lógicas al tratarse de un nivel educativo superior.

Tabla 4. Lenguaje gráfico e imágenes

Expresiones	[T1]	[T2]	[T3]
Diagrama de barras	x		x
Diagrama de barras agrupado			x
Gráfica normal	x	x	x
Aproximación binomial por normal	x	x	x
Gráfica comparación distribuciones	x		x
Gráfico intervalos característicos	x	x	x
Gráfico intervalos de confianza	x	x	x
Fotos matemáticos	x		x
Fotos e imágenes	x	x	x

■ Conclusiones

En este trabajo se ha mostrado la gran riqueza y diversidad de lenguaje en los textos analizados, que el profesor ha de tener en cuenta para valorar la dificultad que supone para el alumnado aprender el uso de símbolos, tablas y gráficos.

Se encontraron mayor número de expresiones verbales específicas de estadística que de probabilidad, y muy pocas relativas a los juegos de azar que sí aparecen en el estudio de Ortiz et al. (2016). En contra de lo especificado en las orientaciones curriculares hay un texto que no hace referencia al uso de la tecnología o la simulación, y dos que no proponen el análisis de los elementos de una ficha técnica en un estudio estadístico.

Puesto que el estudio es exploratorio, estos resultados deben ser valorados con precaución y sería necesario ampliar el estudio con otros textos. Por otro lado, el profesor debe buscar estrategias que permitan a los estudiantes consolidar un lenguaje matemático más avanzado e interpretar así los significados más complejos de la inferencia estadística. Esto requiere que los profesores cuiden el lenguaje formal que se utiliza en el aula, evitando dar definiciones incompletas o incorrectas que no se corresponden con el significado matemático y que pueden generar conflictos semióticos en el alumnado.

Agradecimientos: Plan Propio Investigación Universidad de Granada: Programa 20, Proyectos EDU2013-41141-P, EDU2016-74848-P (AEI, FEDER), y Grupo FQMN-126 (Junta de Andalucía).

■ Referencias bibliográficas

- Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Revista Latinoamericana de Educación Matemática*, 8(3), 247-263.
- Batanero, C., & Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*. Rotterdam: Sense Publishers.

- Barwell, R. (2005). Ambiguity in the mathematics classroom. *Language and Education* 19(2), 118–126.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.
- García, I. y García, J. A. (2009). Enseñanza de la estadística y lenguaje: un estudio en Bachillerato. *Educación Matemática*, 21(3), 95-126.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Gómez, E., Ortiz, J. J., Batanero, C. y Contreras, J. M. (2013). El lenguaje de probabilidad en los libros de texto de Educación Primaria. *Unión*, 35, 75-91.
- López-Martín, M., Batanero, C., Gea, M. M. y Arteaga, P. (2016). Análisis de los problemas de inferencia propuestos en las pruebas de acceso a la Universidad en Andalucía. *Vidya*, 36(2), 409-428.
- MECD (2015). *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*. Madrid: Boletín Oficial del Estado, nº 3.
- Ortiz, J. J., Albanese, V. y Serrano, L. (2016). El lenguaje de la estadística y probabilidad en libros de texto de Educación Secundaria Obligatoria. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 397-406). Málaga: SEIEM.
- Stylianides, G. J. (2009). Reasoning-and-Proving in School Mathematics Textbooks. *Mathematical thinking and learning*, 11(4), 258-288.

ANEXO: Textos empleados en el análisis.

- [T1]. Colera, J., Oliveira, M. J., Colera, R. (2016). *Matemáticas aplicadas a las ciencias Sociales II. 2º Bachillerato*. Madrid: Anaya.
- [T2]. Gámez, J., Marín, S., Martín, A., Pérez, C. y Sánchez, D. (2016). *Matemáticas aplicadas a las ciencias Sociales II. 2º Bachillerato*. Madrid: Santillana.
- [T3]. Sanz, L., Alcaide, F., Hernández, J., Moreno, M. y Serrano, E. (2016). *Matemáticas aplicadas a las ciencias Sociales II. 2º Bachillerato*. Madrid: SM.