

# EVOLUCIÓN DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS. ANÁLISIS HISTÓRICO A PARTIR DEL SIGLO XVI

## EVOLUTION OF MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING; HISTORICAL ANALYSIS FROM THE XVI CENTURY

Luis Fernando Plaza Gálvez, José Rodrigo González Granada  
Unidad Central del Valle del Cauca, Universidad Tecnológica de Pereira. (Colombia)  
lplaza@uceva.edu.co, jorodryy@utp.edu.co

### Resumen

A través de una revisión de literatura, en este documento se pretende hacer un análisis, de las contribuciones a los conceptos de la Resolución de Problemas Matemáticos (RPM, en adelante), desde el año 1500 hasta hoy. En tales conceptos han intervenido filósofos, pedagogos y matemáticos, quienes han hecho aportes con metodologías y enfoques diversos tales como la intuición, deducción, el pensamiento creativo, metacognitivo, heurístico y reflexivo, que como reporte de investigación permitió evidenciar que la Resolución de Problemas es vista como estrategia para la creación de matemáticas y como instrumento de su enseñanza.

**Palabras clave:** heurística, historia, matemáticas, resolución de problemas

### Abstract

Through a literature review, this paper is aimed at making an analysis of the contributions to the concepts of Mathematical Problems Solving (MPS, from now on), from the year 1500 up to now. Philosophers, pedagogues and mathematicians have intervened in such concepts. They have contributed with methodologies and diverse approaches such as intuition, deduction, and creative, meta-cognitive, heuristic and reflective thinking, all of what, as a research report, made it possible to show that problem solving is seen as strategy for the creation of mathematics and as an instrument of its teaching

**Key words:** heuristics, history, mathematics problem solving

## ■ Introducción

Es importante destacar los esfuerzos que han hecho grandes matemáticos y pensadores a través de la historia, por intentar y/o hacer aportes al resolver problemas matemáticos. Se ofrece un análisis comparativo, respecto a la evolución de los diversos enfoques dados por algunos pensadores a la forma cómo se aborda la RPM desde el siglo XVI hasta la fecha. Hoy en día, se hace el reconocimiento, del cómo ha evolucionado la RPM, como aporte de la Educación Matemática, permitiendo conocer derroteros y estrategias que conlleven a la solución rápida y más eficaz de problemas matemáticos en diferentes contextos. Se partirá de una necesidad social del uso de la matemática en el escenario comercial, tal como sucedió a mediados del siglo XVI, y se llegará a metodologías específicas planteadas por varios autores en el siglo XX, permitiendo la identificación de las diferentes fases, y reglas o marcos teóricos tratando de resolver cualquier tipo de problema matemático. Algunos documentos respecto a la caracterización y análisis histórico que se hallan en la literatura son los expuestos por Alonso y Martínez (2003), Mazarío (2009) y Palacios y Solarte (2013).

## ■ Metodología

Esta revisión siguió las orientaciones de una revisión sistemática de literatura (Andrews, 2005). Se delimitaron los términos de búsqueda que incluyeron palabras como Resolución, Problemas, Matemáticos e Historia en el motor de búsqueda Google Académico. Se ubicaron textos que dieran cuenta de los desarrollos entre el siglo XVI y la actualidad. La investigación fue del tipo cualitativa y exploratoria. El análisis se centró en identificar metodologías por medio de estrategias de enseñanza en la RPM.

Hallazgos en la revisión. análisis histórico

Teniendo en cuenta que, en el siglo XVI, el dinero jugó un papel importante como motor de la economía, es el momento donde las matemáticas sirven de soporte para la RPM de la aritmética comercial por la diversidad de negocios y obedeciendo a una necesidad de la sociedad por la compra y venta de mercancías, el intercambio de moneda extranjera, agrimensura y la financiación de proyectos. Para lo anterior, se contó con los aportes entre otros de Juan Pérez de Moya, en su obra *Arithmetica practica y especulativa*, publicada en 1562, aprovechando el desarrollo de la imprenta moderna (Madrid, Maz- Machado, León – Mantero y López – Esteban, 2017), por medio de la aplicación de las matemáticas en el uso de la regla de tres o de la falsa posición especialmente, pero no se presenta un modelo o una metodología base a seguir en la RPM.

Millán (2003), expone la obra del matemático francés François Viète, quien introdujo la anotación para los datos de un problema (a parte de las incógnitas), argumentando que todos los problemas matemáticos podrían ser resueltos con el apoyo del álgebra. En 1591, se dan sus aportes en su obra matemática denominada (o arte del cálculo mediante símbolos), la cual quedó consignada en *In artem analyticem isagoge*. Dicha logística procedía en tres tiempos o etapas, de la siguiente manera:

1. Se toma nota de las magnitudes presentes, así como sus relaciones entre sí, por medio de símbolos adecuados en una ecuación. Etapa llamada zetética.
2. Se transformaba y discutía la anterior expresión matemática, por medio de una característica del problema. Dicho análisis recibía el nombre Porístico.
3. Se regresa al problema inicial, en el que se expone una solución por medio de una construcción geométrica. Este es un análisis rético.

En el año de 1637, el filósofo y matemático francés Rene Descartes, con su obra *Discurso del Método* (1999), expone por medio de cuatro reglas simples, los pasos mediante los cuales se debe articular cualquier proceso

investigativo. Afirma que la intuición y la deducción son las principales operaciones de la mente, permitiendo que éstas en el método indiquen la mejor manera de seguir el orden, es decir, en guiar las proposiciones de lo más simple a lo más complejo. En la regla 1, no se debe asumir nada verdadero, sino se tiene la evidencia respectiva. En la segunda regla, aduce que todo problema debe dividirse en tantas partes como sea posible, porque cuando se disgrega lo complejo en sus partes más sencillas, el intelecto se hace más claro. La regla No. 3, conduce bajo un orden de dificultad los pensamientos. Y en la última regla, se llevan a cabo las enumeraciones y revisiones tan complejas y normales que permita la seguridad de no haber obviado algún detalle.

En el año 1908, se publica el trabajo del matemático francés Henri Poincaré (1994), quien, a partir del pensamiento evolutivo, plantea 4 fases para la solución crítica y creativa de los problemas, y de las que se tiene:

- Saturación: Trabajar el problema hasta donde se pueda, con sus dificultades y bloqueos.
- Incubación: El subconsciente es el que trabaja, donde se ordenan las ideas presentes.
- Inspiración: La idea surge de repente. La que nos coge mientras se hace otra actividad.
- Verificación: Se debe corroborar la certeza de la solución planteada.

Es importante mencionar que autores como Sigarreta, Rodríguez y Ruesga (2006), rescatan aportes de la obra de Descartes y de Poincaré, desde una perspectiva histórica y didáctica para la RPM.

El psicólogo inglés Graham Wallas, quien a través de su obra (1926), planteó el primer modelo relevante que pretendía explicar la creatividad de forma de los *Insight* creativos, siendo aquellas ideas que gráficamente se pueden representar como la bombilla que se enciende sobre la cabeza del pensador, siendo el resultado final de un proceso complejo. Dicho pensamiento consta de las siguientes fases, las cuales son descriptivas:

- Preparación. Hace el mayor énfasis en el problema y se recauda la información que sea útil para su solución.
- Incubación. El problema pasa a ser procesado, se plantean de manera más rigurosas las posibles soluciones consideradas en la fase anterior.
- Insight o iluminación. En esta fase comienzan a emerger las ideas e intuiciones que nos conducen a la solución.
- Verificación. Una vez que la idea se ha confeccionado, la solución hallada es evaluada y se comprueba su viabilidad acorde con el objetivo buscado.

El matemático francés Jacques Hadamard, en su obra (1945), plantea que para describir el proceso mental matemático se debe utilizar la introspección (por medio de la observación a partir de su propia conciencia), describiendo el suyo propio: sin palabras, acompañado de imágenes mentales. Recomienda un bosquejo más exigente, que permita explicar el proceso de creación matemática (apoyándose en los estudios de Poincaré y Wallas), por medio de las siguientes fases:

- Documentación: Se debe informar, leer con anterioridad, escuchar y discutir al respecto.
- Preparación: realizar una prueba de ensayo y error de diferentes maneras, contemplando un cambio ocasional de acción en caso de no obtener ningún proceso.
- Incubación: al cambiar de acción.
- Iluminación: la idea se presenta de forma imprevista.
- Verificación: la idea se debe someter al análisis y a la prueba, al juicio crítico.
- Conclusión: organización y formulación de los efectos.

Hadamard planteaba que la resolución en general de los problemas, debía ser también abordada por los psicólogos, tal como se expone en Arreaza y Valencia (2015) y en Ayllón, Gómez y Ballesta-Claver (2016).

Simultáneamente, en el mismo año de 1945 se dan los estudios del matemático húngaro George Pólya (2011), quien es considerado el pionero en una metodología para la RPM, mediante un enfoque heurístico y con una perspectiva global y no exclusivamente matemática. Sostuvo, que para que un alumno pudiera resolver un problema planteado y acorde a sus conocimientos, el profesor le debía recomendar 4 fases, las cuales serían logradas a partir de unas preguntas del tipo estimulante, de tal manera que despertara en ellos un gusto por el pensamiento independiente. Las fases son las siguientes, con las respectivas preguntas:

- Comprender el problema. Ver claramente lo que se pide. Para ello son importantes preguntas como: ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos?, ¿Cuál es la condición?, ¿es la condición suficiente, o redundante, o contradictoria para determinar la incógnita?
- Concebir un plan. Aquí se determina la relación entre los datos y la incógnita y si fuese necesario apoyarse en problemas auxiliares. Para ello son importantes preguntas como: ¿Se ha encontrado con problema semejante?, ¿Ha visto el problema planteado en forma ligeramente diferente?, ¿Conoce un problema relacionado con este?, ¿Podría enunciar el problema en otra forma?
- Ejecutar un plan. Es trascendental, examinar todos los detalles y reiterar la diferencia entre percibir que un paso sea el debido y, por otro lado, demostrar que un paso es el debido. Ósea, tener clara la diferencia que hay entre un problema por resolver y un problema por demostrar. Al ejecutar el plan de la solución, se debe comprobar cada uno de los pasos y verificar que sean los correctos. Para ello son importantes preguntas como: ¿Puede ver claramente que el paso sea el correcto?, ¿Puede demostrarlo?
- Visión retrospectiva. Examinar su solución. Es muy significativo detenerse a observar que fue lo que se hizo, pues se necesita verificar el resultado y el razonamiento, luego
- de preguntarse: ¿Puede comprobar la solución?, ¿Puede verificar el razonamiento?, ¿Puede obtener la respuesta en forma inmediata?, ¿Puede emplear el resultado o el método en algún otro problema?

La importancia de los aportes de Pólya, mediante la inducción, la analogía y patrones heurísticos son tenidos en cuenta por Barrantes (2006a). El método de Pólya, ya ha sido puesto en práctica por varios académicos (Boscán y Klever, 2012), en procesos de enseñanza, después de identificar algunas dificultades en la forma en la que un grupo de alumnos, abordaban la solución de un conjunto de problemas. Finalmente, por medio de una reflexión se evidenció en dichos alumnos, el reconocimiento de errores propios cometidos debidos a una mala comprensión inicial de los problemas en cuestión. Además, se encuentran reportes como los de Konstantinidou y Cuesta (2012), en los que se resalta los aportes de Pólya por medio del razonamiento heurístico en patrones como prueba y error, analogías, esquemas, dibujos, etc., pues la idea es ayudar al estudiante a pensar por sí mismos y a construir conocimiento.

En el año de 1967, se publica la obra *The use of lateral thinking*, del psicólogo maltés Edward de Bono (2006), en la que se plantea una técnica, la cual es basada en provocaciones del pensamiento, que haría posible un desvío del camino o patrón habitual del pensamiento. Según esta estrategia, la aplicación del pensamiento natural a la vida cotidiana, así como la técnica de iluminar los problemas desde varias ópticas, permitiría encontrar diferentes, novedosas e innovadoras respuestas a problemas ya conocidos. Dicha técnica permite la resolución de problemas en general de una manera indirecta y con un enfoque creativo. Al evaluar un problema existiría la tendencia a continuar con un patrón natural o habitual de pensamiento, lo cual restringiría las posibles soluciones. Con el pensamiento lateral sería posible romper con este patrón rígido, lo que permitiría alcanzar ideas mucho más creativas e innovadoras para representar todos esos caminos alternos. Hay cuatro elementos clave en el proceso de pensamiento lateral para resolver problemas, los cuales son:

- Comprobación de suposiciones: Al encauzar un problema con un pensamiento vertical es posible que no se halle su solución.

- Hacer las preguntas correctas: Se debe iniciar con preguntas generales para enmarcar apropiadamente el problema.
- Creatividad: La costumbre de ver los problemas siempre desde un mismo punto de vista no siempre contribuye a su solución. La idea es verlo creativamente desde otro ángulo.
- Pensamiento lógico: Es importante para el estudiante porque le permite ordenar sus ideas, a expresarlas con claridad, a realizar deducciones correctas, a revelar falacias, así como a tomar posiciones críticas ante algunas realidades.

Algunos autores se han especializado en el enfoque creativo y promueven la técnica planteada por De Bono en la Resolución de problemas, tal como sucede con Arteaga (2008).

Estudios de Alan Schoenfeld (1985) en educación matemática y quien retoma algunos planteamientos de Pólya (aunque difiriendo en el hecho de que la heurística no puede ser aplicada a toda situación), hace reflexiones sobre Inteligencia Artificial y en la Teoría Psicológica del procesamiento de la información. Justifica la dimensión cognitiva. Para ello se identifica con las mismas cuatro fases de Pólya, pero las llamó: Análisis, Exploración, Ejecución y Comprobación. Y para ello, propone tomar en cuenta otros factores tales como:

- Recursos: como los conocimientos anteriores que posee la persona, refiriéndose entre otros, a nociones, formulas, algoritmos, y en general todos los conceptos que se consideren necesarios saber para enfrentarse a un problema.
- Heurísticas: (Estrategias cognitivas) Schoenfeld asevera que hay una problemática con las heurísticas en el trabajo de Pólya yes que prácticamente cada tipo de problema necesita de ciertas heurísticas particulares.
- Control: (Estrategias metacognitivas) Donde el alumno controla su proceso, concibiendo de que trata el problema, considera varias formas de solución, seleccione una en particular, monitoreo de su proceso para comprobar su beneficio y revisa que sea la estrategia adecuada. Es la capacidad de utilizar lo que sabemos para lograr un objetivo.
- Sistema de creencias: las creencias van a afectar la manera en la que el estudiante, incluso los docentes, se enfrentan a un problema matemático.

Algunos autores han retomado las ideas de Schoenfeld (Callejo y Zapatera, 2014), en procesos de flexibilización, entendiéndose como la habilidad de un estudiante para modificar la estrategia de solución de un problema, por medio de reconocimiento de patrones. Además, en otras obras como en Barrantes (2006b) y en Murcia y Valdivieso (2013), se hace una reflexión sobre las creencias en matemáticas, como factor influyente en la RPM.

En 1986, Bransford y Stein publican los aportes del grupo IDEAL, inspirados en Pólya, con una perspectiva psicológica, para reconocer e identificar las distintas partes a tener en cuenta durante la RPM, donde las letras de la palabra indican los elementos del método. Sus fases son:

- **I:** Identificación del problema. Reconocer los diferentes elementos necesarios para la resolución del problema. En general, los libros pasan por alto esta fase y cargan el acento a los problemas prefabricados, en lugar de detectar y utilizar problemas cotidianos
- **D:** Definición y representación del problema. Representar el problema, con la mayor exactitud, claridad y atención posibles, evitando errores en el manejo de los datos.
- **E:** Exploración de posibles estrategias. Explorar los distintos métodos de resolución de problemas, lo cual requiere razonar cómo se reacciona en ese instante ante el problema y la consideración de que otras estrategias se podrían valer. En esta etapa, el resolutor puede valerse de estrategias heurísticas tales como abreviar, empezar desde atrás, etc.

- **A:** Actuación, fundada en una estrategia. Basándose en la estrategia elegida, se debe actuar siempre conforme a un plan, lo que implica tomar decisiones.
- **L:** Logros, Observación y evaluación de los efectos de las actividades. Si no se analizan los resultados ganados, no se estará realmente seguros de que la definición de problema fue la adecuada.

Las dos últimas fases son las que permiten al resolutor actuar y comprobar los logros alcanzados.

Mason, Burton y Stacey (1989), en su obra establecen estados emocionales y del cómo se aprende de la experiencia, mediante un enfoque reflexivo. Describen varias maneras de especializar y generalizar los problemas, como entrar, atacar y revisar lo que se hace. Los autores se inspiraron en Pólya y en Schoenfeld. Lo anterior se lleva a cabo por medio de tres fases, así:

- **Abordaje.** Está encaminada a comprender, y familiarizarse con el problema. Después de leer cuidadosamente el problema es necesario contestar las preguntas: ¿Qué es lo que se?, ¿Qué es lo que quiero?, ¿Qué es lo que puedo usar?
- **Ataque.** Es la fase más compleja ya que en ella se desea asociar y disponer de toda la información de la fase anterior. Es aquí donde participan las estrategias heurísticas que permiten acercarse a la solución del problema. Los procesos matemáticos, que aparecen en esta fase son: 1. La inducción que se plasma al hacer conjeturas encaminadas a conseguir la solución del problema, asociadas a estados emocionales, 2. La deducción que pretende justificar dichas conjeturas mediante las leyes lógicas a través de los teoremas matemáticos.
- **Revisión.** Cuando se logra la solución es útil revisarla e intentar generalizarla a un contexto más amplio, siendo necesario: 1. Comprobar la solución, los cálculos, el razonamiento y que la solución atañe al problema, 2. Reflexionar en las ideas, en los instantes clave, en las conjeturas y en la resolución, 3. Generalizar a un contexto más amplio, buscar otra manera de resolverlo o modificar los datos iniciales, 4. Redactar la solución dejando claro qué es lo que se ha hecho y porqué.

En obras como las de Mazarío (2009), se ha evidenciado que el trabajo de Mason, Burton y Stacey busca en los estudiantes el razonamiento matemático, el cual se mejorará mientras más se practica y se trabaja sobre un problema, pero que es primordial que dicho razonamiento esté dado por el interés y la motivación del estudiante, teniendo en cuenta que se debe realizar una construcción propia de conceptos. Consideran que la actividad central donde se formulan, se comprueban y se modifican conjeturas, conforman la columna vertebral del razonamiento matemático y la espina dorsal de la RPM, el cual se concibe como un proceso dialéctico, donde las tareas pueden sufrir altibajos, es decir, también retroceder.

Pozo y Postigo (1994), hacen un análisis con enfoque técnico y estratégico en la RPM. Para que un alumno complemente las fases antes vistas de Pólya, necesitará adquirir procedimientos concretos para cada una de las áreas del saber, bien sea: Ciencias o Matemáticas, y entre los procedimientos se pueden distinguir cinco tipos, así:

- **Obtención de la información.** Observación, Selección, Búsqueda, Repaso y memorización de la información
- **Interpretación de la información.** Decodificación de la información, Aplicación de modelos para interpretar contextos, Uso de analogías para interpretar la información
- **Análisis de la información y realización de conclusiones.** Análisis y comparación de información, Realización de inferencias, Investigación.
- **Comprensión y disposición conceptual de la información.** Comprensión del discurso (escrito/oral), Establecimiento de relaciones conceptuales, Organización conceptual.
- **Divulgación de la información.** Expresión verbal, Expresión cifrada, Otros tipos de expresión.

Finalmente, se analiza el trabajo de Santos (2007), quien retoma a Pólya y Schoenfeld (su maestro). El uso de instrumentos para la RPM facilita la creación de estrategias heurísticas, el desarrollo de competencias matemáticas, formas de pensar, con ayuda de conjeturas, contraejemplos y aproximaciones. Como estrategias se tendrán el Método de los dos caminos, El método de la cancelación, apoyo en problemas más simples y mirar la correspondencia con la información dada. Para lo anterior se usarán perspectivas de marcos teóricos a saber:

1. Visión Matemática: Demanda la formulación de preguntas, conjeturas y el empleo de distintos argumentos.
2. Tipo de problemas: Rutinarios y no rutinarios de diferente grado de dificultad, planteándose varias incógnitas.
3. Procesos de Aprendizaje: Relación con competencias en la RPM, recursos básicos, estrategias cognitivas, metacognitivas y creencias.
4. Ambientes de Instrucción: Comunidad matemática para discusión en grupo con el profesor como guía.
5. Formas de Evaluar: Las competencias en la RPM, requiere uso de representaciones, formulación de preguntas, y la comunicación de resultados.

Hacer o desarrollar matemáticas incluye resolver problemas, abstraer, inventar, probar y encontrar el sentido de las ideas matemáticas. Identificar la RPM como una propuesta para aprender matemáticas implica relacionar los aspectos asociados a la naturaleza misma de esta disciplina. La propuesta de aprender matemáticas que identifica la Resolución de Problemas como importante, reconoce a las matemáticas como un cuerpo de conocimientos no terminado. Retomando palabras de Schoenfeld, aprender matemáticas significa que el estudiante identifique, seleccione y use estrategias comúnmente usadas por la matemática al resolver problemas.

## ■ Conclusiones

El anterior análisis, permite la reconstrucción de la evolución de los conceptos, acerca del cómo se ha abordado la RPM desde diferentes puntos de vista, así como los respectivos contextos. Después de haber hecho el análisis histórico desde el año 1500, se concluye que hay dos tipos de comprensiones en la educación matemática para la RPM: Una tomada como medio para la creación de matemáticas y la otra vista como instrumento de enseñanza de la matemática. Ambas vistas desde la didáctica, y donde se evidencia la diferencia en las estrategias y alcances para la RPM, definidas para tal fin.

Se mostró el desarrollo del razonamiento matemático y el uso de metodologías especializadas, siguiendo procedimientos como fases, momentos, reglas o marcos teóricos tratando de resolver cualquier tipo de problema. Pero en ambos se manejan enfoques en el pensamiento, tales como el análisis creativo, reflexivo psicológico y heurístico.

En esta última parte, es importante considerar, que la RPM, vista como estrategia, ha mostrado claramente dos tendencias referentes bien marcadas, desde una mirada histórica en el tiempo y por los enfoques dados, pudiéndose asimilar que la temática tiene dos escenarios: antes y después de los aportes de George Pólya, pues los investigadores posteriores a él, siempre lo tomaron como referente en sus análisis y aportes, específicamente.

## ■ Referencias bibliográficas

Alonso, I. y Martínez, N. (2003). La Resolución de Problemas Matemáticos. Una caracterización histórica de su aplicación como vía eficaz para la enseñanza de la Matemática. *Revista Pedagogía Universitaria*. 8(3). 81 – 88. Disponible en: <http://cvi.mes.edu.cu/peduniv/index.php/peduniv/article/view/255>.

- Andrews, R. (2005). The place of systematic reviews in education research. *British Journal of Educational Studies*. 53 (4): 399–416.
- Arreaza, T. y Valencia, I. (2015). La Resolución de problemas matemáticos: Una estrategia en el aula de clase. En R. Flores (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 28, 553 – 560. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.
- Arteaga, E. (2008). Aproximación teórica al concepto de creatividad: un análisis creativo. *Revista Paideia Puertorriqueña*. 3(1). Disponible en: <http://paideia.uprrp.edu/wp-content/uploads/2013/11/Aproximaci%C3%B3n-te%C3%B3rica-al-concepto-de-creatividad.pdf>.
- Ayllón, M., Gómez, I. y Ballesta-Claver, J. (2016). Pensamiento matemático y creatividad a través de la invención y resolución de problemas matemáticos. *Propósitos y Representaciones*. 4(1). 169 – 218. Disponible en: <http://revistas.usil.edu.pe/index.php/pyr/article/view/89>.
- Barrantes, H. (2006a). Matemáticas y Razonamiento Plausible. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. 1 (1). Disponible en: <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/issue/view/761/showToc>.
- Barrantes, H. (2006b). Resolución de Problemas. El trabajo de Allan Schoenfeld. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. 1 (1). Disponible en: <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/issue/view/761/showToc>.
- Boscán, M. y Klever, K. (2012). Metodología basada en el método heurístico de Pólya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. *Escenarios*. 10 (2), 7 – 19. Disponible en: <http://ojs.uac.edu.co/index.php/escenarios/article/view/214/198>.
- Bransford, J. y Stein, B. (1986). *Solución ideal de problemas. Guía para mejor pensar, aprender y crear*. Barcelona: Labor.
- Callejo, M. y Zapatera, A. (2014). Flexibilidad en la Resolución de Problemas de Identificación de Patrones Lineales en Estudiantes de Educación Secundaria. *Bolema*, 28 (48). 64-88. Disponible en: <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v28n48/04.pdf>.
- De Bono E. (2006). *El Pensamiento Lateral*. Barcelona: Editorial Paidós Ibérica S.A.
- Descartes, R. (1999). *Discurso del método. Seguido de la búsqueda de la verdad mediante la luz natural* (Víctor Florián, trad.) Bogotá: Panamericana Editorial.
- Hadamard, J. (1945). *An essay on the psychology of invention in the mathematical field*. Princeton: Ed. Princeton University Press.
- Konstantinidou, A. y Cuesta, P.L. (2012). La resolución de problemas y la enseñanza de la matemática elemental. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. 32, 63 - 70. Disponible en: <http://www.fisem.org/www/union/revistas/2012/32/revista32.pdf#page=62>.
- Madrid, M. J., Maz- Machado, A., León – Mantero, C. y López – Esteban, C. (2017). Aplicaciones de las Matemáticas a la Vida Diaria en los Libros de Aritmética Españoles del Siglo XVI. *Bolema*, 31(59). 1082 – 1100. Disponible en: <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v31n59/0103-636X-bolema-31-59-1082.pdf>.
- Mason, J., Burton, L. y Stacey, K. (1989). *Pensar matemáticamente*. Madrid: Labor.
- Mazarío, I. (2009). La Resolución de problemas: un reto para la educación matemática contemporánea. En I. Mazarío, T. Sanz, R. Hernández, M. Yll, M. Horta y A. Mazarío (Eds.), *Reflexiones sobre un tema polémico: La Resolución de Problemas* (pp. 4 - 19). La Habana: Editorial Universitaria.
- Millán, A. (2003). Viète, Cremona y Von Neumann. *Revista SUMA*. 44. 113 - 115. Disponible en: <http://revistasuma.es/IMG/pdf/44/113-115.pdf>.
- Murcia, S. y Valdivieso M. (2013). Aspectos a considerar en la Resolución de un Problema. En *II Encuentro Internacional de Matemáticas, Estadística y Educación Matemática*. Tunja, Colombia. Disponible en: <http://www.uptc.edu.co/eventos/2013/cf/eime/memorias/>.
- Palacios, A. y Solarte, S. (2013). *Estudio de la Resolución de Problemas Matemáticos no rutinarios de docentes de Matemáticas en formación: Una aproximación a las estrategias heurísticas*. Tesis de pregrado no publicada, Universidad del Valle, Santiago de Cali, Colombia.
- Poincaré, H. (1944). *Ciencia y método*. Buenos Aires: Espasa Calpe.
- Pólya, G. (2011). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Ed. Trillas.



- Pozo, J. y Postigo, Y. (1994). La solución de problemas como contenido procedimental en la educación obligatoria. En: J. Pozo (Ed.) *Solución de problemas* (180 – 224). Madrid: Santillana/Aula XXI.
- Santos, L. M. (2007). *La resolución de problemas matemáticos*. México: Trillas.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem Solving*. Orlando, V.A.: Academic Press.
- Sigarreta, J.M., Rodríguez, J.M. y Ruesga, P. (2006). La resolución de problemas: una visión histórico-didáctica. *Boletín de la Asociación Matemática venezolana*. 13 (1). 53 – 66. Disponible en: <https://www.emis.de/journals/BAMV/conten/vol13/pruesga.pdf>.
- Wallas, G. (1926), *The art of thought*. J. Cape: London.