VOL 32, NÚMERO 2, AÑO 2019

PROCESO DE GENERALIZACIÓN ASOCIADO AL CÁLCULO DE LOS COEFICIENTES DE FOURIER

GENERALIZATION PROCESS ASSOCIATED WITH THE CALCULATION OF FOURIER COEFFICIENTS

Fabián W. Romero Fonseca, Rosa María Farfán Márquez
Universidad de Costa Rica (Costa Rica), Cinvestav-IPN (México)
fabian.romero@ucr.ac.cr, rfarfan@cinvestav.mx

Resumen
Este escrito corresponde a un avance de una investigación en desarrollo que, desde la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa y con una articulación con la Generalización Operativa, busca analizar el proceso de generalización que se da cuando se trabaja con una situación de aprendizaje que promuevan la construcción social del conocimiento matemático, en particular, una situación que busque significar los coeficientes de Fourier. Para esto cobra especial importancia la problematización del saber, pues dotará de elementos para el diseño e hipótesis de cómo debe ser este proceso de generalización.

Palabras clave: serie trigonométrica de Fourier, socioepistemología, generalización operativa

Abstract
This paper corresponds to an advance of a research in development that, from the Socio-epistemological Theory of Educational Mathematics and with an articulation with the Operative Generalization, seeks to analyze the process of generalization that occurs when working with a learning situation that promotes the social construction of mathematical knowledge, in particular, a situation that seeks to signify Fourier coefficients. For this, the problematization of knowledge is especially important, since it will provide elements for the design and hypothesis of how this process of generalization should be.

Key words: Fourier trigonometric series, socioepistemology, operational generalization

Introducción y antecedentes

En matemática educativa, diversas investigaciones se han preocupado por el estudio de los procesos de generalización. Interesados por cómo se dan los procesos de generalización en entornos de construcción social del conocimiento, tomamos como punto de partida las investigaciones relacionadas con la Serie Trigonométrica de Fourier (STF), por ser uno de los temas primordiales en el estudio del cálculo y en el desarrollo del pensamiento trigonométrico formal. Además de una importancia implícita sobre la generalización que se muestra en Farfán y Romero (2017) para la construcción de este conocimiento matemático.
En este sentido, se pretende construir un aparato teórico-metodológico para analizar los procesos de generalización, atendiendo a la construcción social del conocimiento matemático.

Las investigaciones alrededor de la STF, hasta la fecha, dan cuenta de diversos aspectos relacionados con la serie; como su génesis histórica, la hipótesis de periodicidad, las nociones de calor y convergencia, entre otras. Para esta investigación interesa revisar aquellos resultados de investigación relacionados con la STF y lo que han dicho respecto del proceso de generalización relacionado con la serie, ya sea directa o indirectamente.

Farfán (2012) nos muestra cómo la controversia alrededor del problema de la cuerda vibrante no es la solución en sí, más bien la discusión gira en torno a cuál es la *solución general* del problema y la metodología empleada para encontrarla. Es el afán de generalizar sus resultados lo que provoca una discusión que se extendería por cerca de un siglo y que provoca el cuestionamiento de los fundamentos del Análisis Matemático en la época.

Respecto de la noción de estado estacionario en el fenómeno de la propagación del calor, Marmolejo (2006) indica que existe una idea generalizada en el discurso escolar que asegura que el estado estacionario se alcanza cuando las temperaturas no dependan del tiempo, en realidad el estacionario se logra cuando las variaciones de temperatura son infinitamente pequeñas para un tiempo infinitamente grande. El ambiente fenomenológico, juega aquí, un papel sumamente importante, pues:

> …nos permite preestablecer las condiciones de frontera, que no solo tienen la función de obtener una solución particular del problema de la transferencia de calor, sino que, además, permiten orientar o bien reglar la intuición del estudiante, lo restringen en su pensamiento… (Marmolejo, 2006, p. 77)

Es decir, las condiciones de frontera, que se obtienen a partir del ambiente fenomenológico, más que permitir hallar soluciones particulares, orientan el pensamiento del estudiante para comprender el comportamiento general del fenómeno de propagación del calor. Lo que nos enfrenta a un proceso inductivo, buscando generalizar los resultados de estudiar casos particulares hacia el comportamiento general del fenómeno.

Para esta generalización, Ulín (1984) indica que es imposible separar el fenómeno físico de su matematización, sin embargo, la escuela no propicia las herramientas físicas necesarias para la comprensión del fenómeno de propagación del calor (Morales, 2010), mucho menos para su matematización.

Respecto de la convergencia de la STF, Farfán (2012) y Albert (1996) evidencian el *principio de permanencia de Leibniz* (Artigue, 1998) como un obstáculo epistemológico que provoca, tanto estudiantes como profesores, que trasladen las propiedades de las sumas parciales (continuidad y la naturaleza oscilatoria) a la función límite, es decir, sobre-generalizan los resultados del caso finito al caso infinito, lo que amerita atención en cuanto a las generalizaciones que se realizan en el trabajo con la STF.

Aunado a lo anterior, se debe considerar que “las generalizaciones que hace Fourier son para intervalos de longitud finita, y no sobre todo $\mathbb{R}$” (Vásquez, 2006, p. 45), pero existe una tendencia en el discurso matemático escolar alrededor de la serie en el cual predomina la propiedad periódica de la misma, lo que incentiva la sobre-generalización de propiedades pues no permite confrontar la idea de que el valor de convergencia de una serie de funciones no tiene, necesariamente, las mismas propiedades de los términos de la serie (Vásquez, 2006).

Respecto de la convergencia de series numéricas, Flores (1992) asegura que para el estudio de la convergencia se debe pasar por cinco etapas, las últimas dos corresponde a la conjeturación y a la generalización. Respecto de la etapa de conjeturación plantea que es necesario utilizar casos particulares de convergencia de series con el propósito de enunciar los criterios de convergencia. A pesar de que Flores hace referencia a los criterios de convergencia enunciados por Cauchy, posterior a los trabajos de Fourier, y sin olvidar que su objeto matemático corresponde a series numéricas; no podemos dejar de evidenciar que, respecto de las series de Fourier, es necesario el estudio de casos particulares de convergencia de series trigonométricas previo al cálculo de los coeficientes de Fourier (Romero, 2016; Farfán y Romero, 2017).

Respecto de la generalización, Flores plantea que esta “consiste en el enunciado y la demostración rigurosa de los nuevos criterios de convergencia” (Flores, 1992, p. 201). Entendiendo criterio como una condición suficiente para que la serie sea convergente, según Flores. Es decir, en este sentido generalizar corresponde a determinar y demostrar una condición suficiente para que se dé la convergencia. Sin olvidarnos de la diferencia epistemológica entre el trabajo de Cauchy y el de Fourier, surge la cuestión ¿qué es generalizar en el trabajo de Fourier, suponiendo que se debe partir de casos particulares para su significación? Esto es parte de las preocupaciones de esta investigación, cuyo objetivo general es *caracterizar las prácticas que acompañan los procesos de generalización que se suscitan cuando se significa la serie trigonométrica de Fourier, a través de una situación de aprendizaje que promueva la construcción social de este conocimiento matemático, en particular el cálculo de sus coeficientes*.

Marco teórico

Tomando como punto de partida a la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME), la cual sostiene que el conocimiento se construye de manera social a través de prácticas situadas (Cantoral, 2013). Bajo los principios fundamentales de la teoría -racionalidad contextualizada, relativismo epistemológico, resignificación progresiva y normatividad de la práctica social- se estable es esquema de prácticas anidadas como modelo para la construcción social del conocimiento matemático, el cual permite basados en una problematización del saber, la escritura de diseños de intervención en el aula en donde se coordinen acciones, actividades y prácticas. Un análisis de este tipo para los coeficientes de Fourier se encuentra en (Romero, 2016; Farfán y Romero, 2017) y una propuesta de diseño de intervención en (Romero, 2016).

Por otra parte, Dörfler modela con detalle el proceso de abstracción reflexiva (de Piaget) en su marco teórico Generalización Operativa, donde estable que la generalización es un proceso social-cognitivo donde la abstracción constructiva juega un rol primordial, teniendo como punto de partida el papel que juegan las acciones (de Piaget), los elementos de la acción y el establecimiento y simbolización de relaciones invariantes en la construcción de la generalización (García y Martinón, 1999).

Esta articulación teórica es importante, pues desde la TSME no hay, a la fecha, una postura que permita analizar los procesos de generalización.

El Método

A continuación, se presenta el método de investigación, el cual se presenta en dos partes, con el fin de facilitar la continuidad de la lectura. La primera parte corresponde a la Ingeniería Didáctica (ID), y la segunda al Análisis Temático. Sin embargo, estas partes se relacionan entre sí cómo se explicitará más adelante.

Parte I: Ingeniería didáctica

La ID funcionar como guía para el diseño de situaciones para la aplicación en el aula, así como una metodología de investigación que guía las experimentaciones en clase (Farfán, 1997; Artigue, 2014; 2015) cuyas características principales son: se aplica en situación escolar, su análisis es cualitativo y la validación es interna, permite abordar diversidad de aspectos gracias a su funcionamiento metodológico (Albert, 1996). La ID cuenta con cuatro fases (Figura 1), las cuales corresponden a su esquema experimental de trabajo, estas fases están permeadas por la TSME para así acercarse a la construcción social del conocimiento matemático.

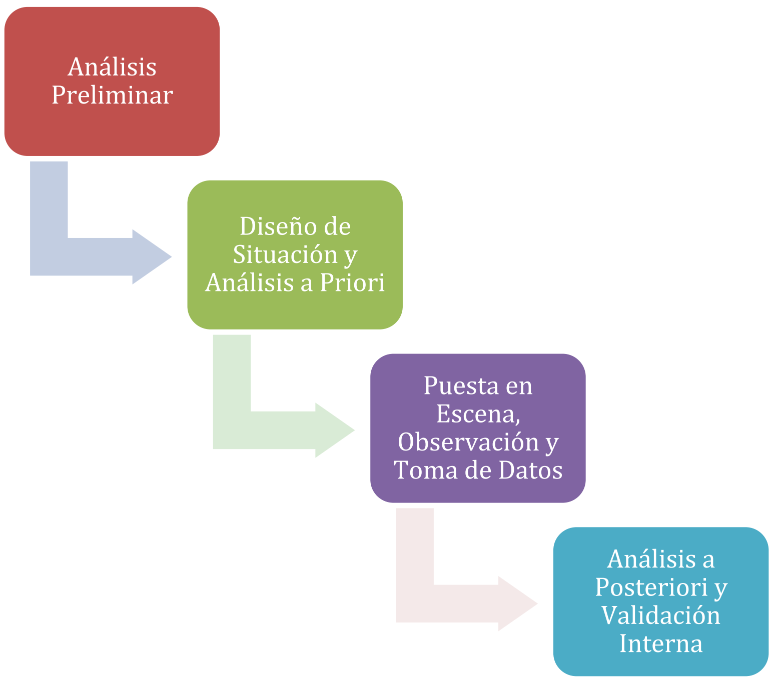

Figura 1. Fases de la metodología de la Ingeniería Didáctica (Artigue, 2014).

Respecto de la STF, la investigación de Romero (2016) se centra en las dos primeras fases de la ID. Para el análisis preliminar, estudia de forma sistémica el papel de la práctica social en la constitución del saber matemático de nuestro interés. Esto lo hace mediante el estudio integrado de las dimensiones epistemológica, sociocultural (pues el conocimiento es una construcción social y cultural), los planos de lo cognitivo y los modos de transmisión vía la enseñanza (Cantoral y Farfán, 2003).

Para el diseño y análisis a priori, se definieron las variables macro y micro didácticas, además se definieron las hipótesis de lo que podría estar en juego durante el desarrollo de la situación de aprendizaje: posibilidades de acción, de selección, de decisión, de control y de validación de las que dispone el estudiante; por lo que se busca predecir que en los comportamientos esperados, si intervienen, sean resultado de la puesta en práctica del conocimiento contemplado para el aprendizaje y que la tarea intentaba desarrollar, en Romero (2016) encontrará una propuesta de situación de aprendizaje para la STF. Esta investigación dará continuidad a las dos últimas fases.

Durante la experimentación, los datos se recopilan para el análisis a posteriori. Se presta especial atención a la recopilación de datos que permiten al investigador comprender la interacción de los estudiantes con el medio y hasta qué punto esta interacción respalda su movimiento autónomo desde las estrategias iniciales hasta las estrategias dirigidas (Artigue, 2015).

Según (Artigue, 2015), el análisis a posteriori se organiza en términos de contraste con el análisis a priori, poniendo a prueba las hipótesis subyacentes al diseño, en forma cualitativa y local. Se hacen importantes las siguientes preguntas:

- ¿Hasta qué punto los datos recopilados durante la fase de experimentación respaldan el análisis a priori?
- ¿Cuáles son las convergencias y divergencias significativas y cómo se pueden interpretar?
- ¿Qué sucedió que no se anticipó y cómo se puede interpretar?

Es importante tener en cuenta que siempre hay diferencias entre la referencia proporcionada por el análisis a priori y la contingencia analizada en el análisis a posteriori. Esto debido a que el análisis a priori trata con estudiantes genéricos y epistémicos, que no es el caso durante la experimentación. Por lo tanto, la validación de las hipótesis subyacentes al diseño no impone una combinación perfecta entre los dos análisis.

Como herramienta para realizar el análisis a posteriori utilizaremos en Análisis Temático, pues queremos profundizar no solo en las prácticas que acompañan la construcción de la STF y el cálculo de sus coeficientes, son también evidencias el proceso de generalización que se suscita al identificar las acciones e invariantes de acciones presentes en la experimentación.

Parte II: Análisis temático

Según Mieles, Tonon y Alvarado (2012), "dos aspectos clave en el proceso de investigación cualitativa son el registro y la sistematización de información; estas tareas se cumplen en el lapso entre la recolección y generación de información y la comprensión o interpretación de ella" (p. 2015). En Matemática Educativa, en particular para aquellas investigaciones donde el diseño de situaciones de aprendizaje juega un papel crucial, la validación del diseño, mediante el análisis de las producciones de los estudiantes es fundamental para la investigación.

En nuestro caso particular, la ID presenta, como una de sus principales virtudes, la validación interna del diseño como parte de su esquema metodológico. Sin embargo,

> Con el fin de organizar la información compilada y producida en el desarrollo de la investigación, guiar la comprensión o interpretación y hacer viable su recuperación y socialización, el investigador o equipo de investigadores requiere establecer criterios y formas de registro y sistematización de información; es aquí donde cobra sentido pensar en una alternativa como la planteada desde el análisis temático. (Mieles, Tonon y Alvarado, 2012, p. 216)

El análisis temático es un método para identificar, analizar y reportar patrones (temas) dentro de los datos; organiza y describe el conjunto de datos con detalle; e interpreta varios aspectos del tema de investigación (Braun y Clarke, 2006). Los diferentes análisis temáticos posibles dependerán del marco teórico utilizado, las preguntas de investigación y las decisiones sobre el método.

Algunos resultados teóricos preliminares

Romero (2016) realiza una integración de los resultados de investigación alrededor de la STF hasta la fecha e identifica las prácticas que acompañan la construcción social de la STF en su contexto de surgimiento, caracterizando los fenómenos necesarios de estudiar para hacer evolucionar el pensamiento trigonométrico de la funcionalidad a la formalidad trigonométrica, esto a partir del ambiente fenomenológico de surgimiento de la STF, la propagación del calor.

Refiriéndose a la noción de variación en el ambiente fenomenológico de la transferencia del calor Solís señala que:

> …la culminación del manejo de esta noción de variación se da cuando, pudiendo operar con los símbolos de la variación, un individuo es capaz de establecer las leyes que rigen un fenómeno de variación, esto es, el construir un modelo que nos permita del fenómeno hacerlo predecible. (Solís, 1993, p. 2)

Entonces, se logra expresar el modelo general del fenómeno cuando se matematiza a través de los símbolos de la variación -diferenciales y derivadas parciales-, es decir, se logra establecer la ecuación diferencial que modela el fenómeno. Por ejemplo, ante el problema de la cuerda vibrante, la ecuación diferencial dada por D'Alembert, es el modelo general de un fenómeno de variación.

$$a^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Luego de establecer el modelo, la discusión gira en torno a cuál es la solución general de la ecuación, lo cual no tuvo respuesta contundente por parte de los matemáticos de la época (siglo XVIII). Daniel Bernoulli, en 1755, propone la solución como superposición de ondas, llegando a que la forma inicial de la cuerda (una función arbitraria), se puede representar como serie trigonométrica.

Euler debate fuertemente dicha solución, pues "Bernoulli no basa sus opiniones en ningún argumento matemático, por tanto, no existe prueba de la generalidad de que una función sea susceptible de tal representación; aunado a ello, no existen indicaciones de algún método para calcular los coeficientes" (Farfán, 2012, p. 66, el resaltado es nuestro). La controversia alrededor del problema de la cuerda vibrante se resuelve con el trabajo de Fourier sobre la propagación del calor, cuya ecuación diferencial, es otro ejemplo de la **generalización** del comportamiento de un fenómeno de variación:

$$\frac{\partial v}{\partial t}=\frac{K}{C\cdot D}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)$$

Al hacer uso de esta ecuación para resolver el problema de la propagación del calor en una lámina infinita, Fourier, mediante un gran dominio algebraico, logra determinar los coeficientes de una serie trigonométrica que converge a un valor específico. Esto da paso a que generalice sus resultados, para lo cual "enuncia y demuestra lo que para los matemáticos más prominentes del siglo XVIII era inaceptable: la posibilidad de representar una función *arbitraria* en serie trigonométrica" (Farfán, 2012, p. 128).

En Romero (2016) se da cuenta del significado geométrico-analítico detrás del razonamiento de Fourier para el cálculo de los coeficientes, además de proponer dos momentos importantes para la construcción social de la STF: el primero busca comprender que series trigonométricas particulares pueden converger a una función, el segundo busca generalizar que para una función arbitraria (pero representable en serie trigonométrica) determinar los coeficientes de la serie.

> El Momento 2 para la construcción social de la STF surge a partir del Momento 1 ya que, gracias a la necesidad de generalizar en matemáticas, se hace natural realizar la pregunta inversa ¿y si se conoce la función a la que se converge, cuál es la serie? Este segundo momento no busca determinar las condiciones para que una función se pueda representar en serie trigonométrica, más bien, supone de antemano que la función se puede representar y se concentra únicamente en el cómo se calculan los coeficientes de la serie. Para esto se evidencia como detrás del trabajo de Fourier existe una base de argumentaciones gráficas y geométricas, que permiten significar el cálculo de los coeficientes de Fourier (Romero, 2016, p. 128)

Por lo tanto, no se pueda dar el segundo momento sin el primero, se requiere una significación al partir del uso de la serie antes de generalizar la representación en serie trigonométrica para una función arbitraria (pero que cumpla las condiciones de Dirichlet). Es por esto por lo que se plantea como hipótesis que, *para lograr la generalización de la representación de una función en serie trigonométrica de Fourier, se debe primero significar a la serie trigonométrica misma a partir del uso y luego significar el cálculo de sus coeficientes*.

Refiriéndonos directamente al cálculo de los coeficientes de Fourier, en decir, al segundo momento de construcción social de la STF. Para el cálculo de los coeficientes, es necesaria la articulación de al menos dos registros de representación, el geométrico-analítico y el algebraico, para validar el segundo en el primero (Romero, 2016; Farfán y Romero, 2017). Esto a partir de la forma en que Fourier determina los coeficientes de la serie, donde sus argumentaciones iniciales son de forma geométrica-analítica para pasar luego a las argumentaciones algebraicas.

Diversos estudios se han preocupado por el abordaje de la STF con la finalidad de mejorar los procesos de aprendizaje vía la enseñanza; estas investigaciones dan cuenta de aspectos relacionados con la serie; como su génesis histórica, la hipótesis de periodicidad, las nociones de calor y convergencia, entre otras; una revisión detallada se encuentra en Romero y Farfán (2016).

Considerando los aportes realizados por todas estas investigaciones, Romero (2016) identifica las prácticas que acompañan la construcción social de la STF en su contexto de surgimiento, caracterizando los fenómenos necesarios de estudiar para hacer evolucionar el pensamiento trigonométrico de la funcionalidad a la formalidad trigonométrica. De esta manera se proponen dos momentos importantes para la construcción social de la STF: el primero busca comprender que series trigonométricas particulares pueden converger a una función y el segundo busca generalizar el cálculo de los coeficientes de Fourier para una función arbitraria, pero representable en serie trigonométrica (Farfán y Romero, 2017).

El segundo momento para la construcción social de la STF surge a partir del primero, y no busca determinar las condiciones para que una función se pueda representar en serie trigonométrica, más bien, supone de antemano que la función se puede representar y se concentra únicamente en el cómo se calculan los coeficientes de la serie. Por lo tanto, se requiere una significación al partir del uso de la serie antes de generalizar la representación en serie trigonométrica para una función arbitraria (pero que cumpla las condiciones de Dirichlet).

Reflexiones finales

A partir de la problematización del saber es posible observar aquellos significados geométricos y gráficos detrás del cálculo de los coeficientes de Fourier, y que, a pesar de que Fourier realiza un trabajo meramente matemático sin relación directa al contexto físico, es requerida una significación al partir del uso de la serie trigonométrica, previo al estudio del cálculo de sus coeficientes (Romero, 2016), esto da paso a la hipótesis de que el estudiante habrá generalizado los coeficientes de Fourier cuando logre expresar su significado en forma geométrica-analítica, es decir, como un área bajo la curva, previo al uso de su representación analítica (con integrales).

Previo a esta significación, la articulación entre marcos teóricos nos permitirá estudiar, por un lado, el proceso de generalización -Generalización Operativa- y por otro, las prácticas que acompañan a dicho proceso -Teoría Socioepistemológica- y de esta manera poder analizar en una puesta en escena controlada el proceso de generalización y su relación con las prácticas. A nivel teórico, buscamos tener elementos que nos permitan dar una postura inicial sobre los procesos de generalización en entornos de construcción social del conocimiento matemático.

Referencias bibliográficas

Albert, J. A. (1996). *La convergencia de series en el nivel superior. Una aproximación sistémica.* Tesis doctoral no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.

Artigue, M. (1998). Enseñanza y aprendizaje del análisis elemental: ¿qué se puede aprender de las investigaciones didácticas y los cambios curriculares? *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 1*(1), 40-55.

Artigue, M. (2014). Didactic Egineering in Mathematics Education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (págs. 159-162). London: Springer.

Artigue, M. (2015). Perspectives on Design Research: The Case of Didactical Engineering. En A. Bikner-Ahsbahs, C. Knniping, & N. Presmeg, *Approches to Qualitative Research in Mathematics Education. Examples of Methodology and Methods* (págs. 467-496). London: Advances in Mathematics Education.

Braun, V., y Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology, 3*(2), 77-101. doi:10.1191/1478088706qp063oa

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa.* Barcelona, España: Editorial Gedisa S.A.

Cantoral, R., y Farfán, R. M. (2003). Mathematics education: A vision of its evolution. *Educational Studies in Mathematics, 53*, 255-270.

Farfán, R. M. (1997). La investigación en matemática educativa en la reunión Centroamericana y del Caribe referida al nivel superior. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa, 1*(0), 6-26.

Farfán, R. M. (2012). *Socioepistemología y ciencia: el caso del estado estacionario y su matematización.* Barcelona, España: Gedisa S. A.

Farfán, R. M., & Romero, F. (2017). Construcción social del conocimiento matemático: La serie trigonométrica de Fourier desde la Socioepistemología. *Perspectivas da Educação Matemática – INMA/UFMS, 10*(23), 483-503.

Flores, R. (1992). *Sobre la construcción del concepto de convergencia en relación al manejo heurístico de los criterios.* Tesis de maestría no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.

García, J., y Martinón, A. (1999). Estrategia visual en la generalización de pautas lineales. *Enseñanza de las Ciencias, 17*(1), 31-43.

Marmolejo, R. (2006). *Estudio de la noción de estado estacionario en el ámbito fenomenológico de la transferencia de calor.* Tesis de maestría no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.

Mieles, M., Tonon, G., y Alvarado, S. (2012). Investigación cualitativa: el análisis temático para el tratamiento de la información desde el enfoque de la fenomenología social. *Universitas Humanística,* (74), 195-225.

Morales, F. (2010). *Causas y efectos de la ambigüedad en el tratamiento didáctico de la noción de calor. Una caracterización del pensamiento fisicomatemático.* Tesis doctoral no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.

Romero, F. (2016). *Construcción social de la serie trigonométrica de Fourier: Pautas para un diseño de intervención en el aula.* Tesis de maestría no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México. doi:10.13140/RG.2.2.14118.63048

Romero, F., y Farfán, R. M. (2016). Estado actual de la investigación alrededor de la serie trigonométrica de Fourier. En F. Rodríguez, R. Rodríguez, & L. Sosa (Ed.), *Investigación e Innovación en Matemática Educativa. 1*, págs. 275-282. Oaxaca, México: Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa A. C.

Solís, M. (1993). *Estudio de la noción de variación en contextos físicos: El fenómeno de la propagación de calor.* Tesis de maestría no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.

Ulín, C. (1984). *Análisis histórico-crítico de la difusión de calor: el trabajo de Fourier.* Tesis de maestría no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.

Vásquez, R. (2006). *Sobre el papel de la hipótesis de periodicidad en las series de Fourier.* Tesis de maestría no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.