2. LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO EN AMBIENTES TIC

FERNANDO HITT[1]

[1] Département de Mathématiques, Université du Québec à Montréal, Canadá

Resumen

Los problemas de la enseñanza y el aprendizaje del cálculo son bien conocidos por la comunidad desde hace muchas décadas. A finales de los 90s y principios de este siglo se han realizado una gran cantidad de cambios con la finalidad de resolver este problema. Si bien cada vez se entienden mejor los problemas de aprendizaje, ello no ha simplificado los problemas de enseñanza del cálculo. La modelación matemática abre una nueva perspectiva en la enseñanza del cálculo (en los 70s ya se había concebido un proyecto similar) y la tecnología en esta propuesta puede jugar un papel importante. En este documento se discuten algunos elementos bajo esta perspectiva.

1. INTRODUCCIÓN

Los problemas del aprendizaje del cálculo han sido estudiados por los didáctas de las matemáticas desde hace varias décadas, un periodo importante lo marcaron los estudios de Mason, Selden & Selden (1989) cuando mostraron que un grupo de estudiantes que habían pasado un curso de cálculo en una universidad importante en los Estados Unidos, no tenía habilidades para resolver problemas no rutinarios: “Not one student got an entire problema correct. Most couldn’t do anything”. Esto y la reforma educativa de los 90s en Estados Unidos (los “Standards”) permitió un nuevo enfoque a la enseñanza del cálculo. Podemos señalar que también en esos momentos emergía una teoría sobre las representaciones matemáticas (Janvier, 1987; Duval, 1993) que se hacía sentir en los libros de texto en donde las tareas de conversión entre representaciones (numérico, algebraico y gráfico) era central. ¡ El uso de la tecnología en el aula de matemáticas, no podía tener mejor oportunidad para entrar en acción !

Los problemas con el uso de la tecnología se hicieron presentes de inmediato. En los 90s la calculadora con posibilidades gráficas se hace presente en el aula de matemáticas. Por ejemplo, Guin & Trouche (1999, p. 197) señalan que en su experimentación con dos grupos de 50 estudiantes preuniversitarios (uno siguiendo una enseñanza con calculadora y el otro sin calculadora) se les solicitó calcular el límite siguiente: el resultado fue que el porcentaje de éxito de los estudiantes con calculadora fue de 10% y de los estudiantes sin calculadora fue de 100%. Otro estudio que también llamó la atención de los investigadores, fue el de Tall (2000, p. 213), en su experimentación con dos grupos de estudiantes pre-universitarios (uno utilizando Derive y el otro sin tecnología) solicitó una explicación conceptual de la expresión: Nuevamente el resultado fue 0% de éxito con los alumnos con tecnología y 100% de éxito con los alumnos sin tecnología.

Artigue (2000) proponía entonces una reflexión de los siguientes puntos para una integración fortuita de la tecnología en el aula de matemáticas:

1. La pobre legitimidad educativa de las tecnologías informáticas que se oponen a su legitimidad social y científica.

2. La subestimación de las cuestiones vinculadas a la informatización de los conocimientos matemáticos.

3. La oposición dominante entre los aspectos técnicos y conceptuales de la actividad matemática.

4. La subestimación de la complejidad de los procesos de instrumentación.

Los didactas se dieron a la tarea de investigar sobre esos puntos (p. e. Hitt & Kieran, 2009; Hoyles, Noss & Kent, 2004), mostrando como lo decía Artigue, que el uso de la tecnología requería de especial atención y del rediseño de tareas para utilizarla en el aula de matemáticas.

2. ¿ES NECESARIO UTILIZAR LA TECNOLOGÍA EN EL AULA DE MATEMÁTICAS O NO?

En esta época, la pregunta no es adecuada, la tecnología a progresado a tal punto que más bien debemos pensar en cómo hacer un buen uso de ella en el aula de matemáticas que intentar evitarla. Sin embargo, la cohabitación solicita una atención especial.

Regresando a la época de los 90s, podemos señalar que algunos científicos opinaban sobre la importancia de la integración de las matemáticas, la tecnología, la ingeniería y las ciencias. Es así que surge en los Estados Unidos una nueva corriente de investigadores que promueven un nuevo curriculum para la formación de ingenieros: proyecto STEM (Sciences, Technology, Enginieering, Mathematics). Este programa no substituye completamente al que ya se tenía en las universidades en la formación de ingenieros, dando lugar a dos tipos de ingenieros formados de diferente manera. Precisamente English (2015) señala que en Australia también se promovió el proyecto STEM, y desde su punto de vista, ella considera que ese proyecto está mucho más centrado en las ciencias en general y se aleja de las matemáticas en lo particular. Por otro lado, en Europa, en un proyecto conjunto (PRIMAS) de 13 universidades, se sugiere la integración de las diferentes didácticas (biología, química, física y matemáticas) en una sola llamada didáctica de las ciencias.

Estos cambios han dado pie a la reflexión sobre el papel que juega la modelación matemática en todos esos proyectos. Es así que empieza una nueva era en donde la modelación matemática es el elemento unificador en varias ramas científicas y que se le quiere proporcionar un lugar especial. Y podemos decir que bajo esta perspectiva, los nuevos libros de texto de cálculo promueven el acercamiento a la matemática en contexto, y a la modelación de fenómenos físicos.

Tomemos por ejemplo el proyecto Harvard Calculus que dio pie a la producción del libro "Funciones de una variable (1991/1994)", los autores de 11 instituciones (Huges et al, 1999) mencionan: "Los significados se proporcionan: en forma práctica, gráfica y numérica, y menos énfasis en los procesos algebraicos". El capítulo 1º, trata sobre pre-cálculo y en el 2º se analiza el fenómeno de lanzar al aire una "toronja" para introducir la velocidad media con la intención de introducir la velocidad instantánea. Sin embargo, el fenómeno se deja de lado y rápidamente se cae en el acercamiento clásico de la enseñanza de la derivada. Si tomamos otro libro de texto (Hamel & Ammiotte 2007) de la enseñanza pre-universitaria de Quebec, podemos ver que a partir de la primera página del libro, se inicia con ejemplos de situaciones problema en contexto. El 2º ejemplo trata precisamente del lanzamiento de una pelota al aire y se quiere analizar la velocidad media en un intervalo de tiempo y fijando un instante, pasar a la velocidad instantánea.

En las investigaciones de Zandieh (2000), ella menciona que los estudiantes al finalizar un curso de cálculo, logran vagamente recordar el significado de la derivada y lo asocian ya sea a la pendiente de una recta, a la razón de cambio, a una velocidad, o a una diferencia entre cocientes, pero que pocos son capaces de ligarlo a un cálculo de límites y grandes dificultades para explicar cómo realizar ese cálculo.

Los didactas han propuesto diferentes maneras de resolver el problema de enseñanza, y la práctica muestra que la tarea no es fácil. Por ejemplo, Star & Smith (2006) mencionan que a pesar de que en su universidad (Michigan University) se han seguido los lineamientos de la Reforma del Cálculo en los Estados Unidos, proponiendo un curso de precálculo, utilizando el libro de Deborah-Huges et al (1991/1994), pasando de exposiciones magistrales en auditorio a clases con 25 alumnos, al paso de una enseñanza magistral en un auditorio a una enseñanza en un medio en colaboración con 25 alumnos por clase, con todo ello, ellos consideran que los resultados no son significativos.

Las nuevas tendencias curriculares ponen más énfasis en la modelación matemática y uso de tecnología que en el pasado. Un acercamiento clásico a las funciones requería del uso de representaciones gráficas ligado a las funciones y con una calculadora podría bastar. Ahora no es el caso, la simulación para promover actividades de modelación se hace cada vez más y más presente.

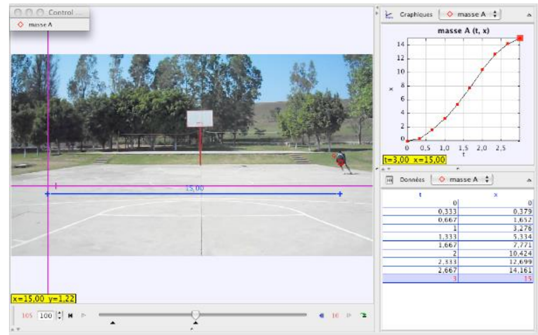
Si bien con anterioridad se utilizaban paquetes de cómputo como Cabri-Géométre o Sketchpad, en la actualidad el paquete GeoGebra es muy utilizado (paquete libre). Precisamente, en la búsqueda de paquetes que permitan analizar fenómenos de la vida real y que pudieran ser compatibles con Excel o GeoGebra, hemos encontrado el paquete Tracker (también de uso libre).

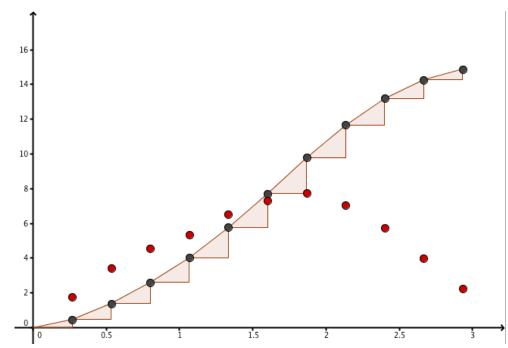
En el estudio de actividades que mejor se adaptan a fines educativos, hemos encontrado que en la mayoría de los libros de texto actuales se utiliza la velocidad media y velocidad instantánea para introducir el concepto de derivada. Es así que un fenómeno ligado a la velocidad ha venido a ponerse como situación paradigmática. Por situación paradigmática queremos decir, una situación que es compartida por muchos autores como situación de aprendizaje que sirve en la construcción de un concepto. En nuestro caso, un fenómeno ligado al movimiento de un objeto puede servir para la introducción del concepto de derivada.

Nuestra proposición es que se analice un fenómeno muy corriente que es por ejemplo, el desplazamiento de una persona y se tomen datos de la distancia recorrida en un tiempo dado. Por ejemplo, una persona en bicicleta o corriendo.

Cuando hemos solicitado a nuestros alumnos que analicen el fenómeno y propongan preguntas que pertinentes que estén ligadas al fenómeno, siempre ha salido a flote la pregunta: ¿En qué momento alcanza la persona en bicicleta o el corredor su velocidad máxima?

Esto para nosotros es de suma importancia, ya que está ligado a la velocidad instantánea. En este caso, proponemos tomar datos con Tracker y copiar los datos a un tablero GeoGebra para calcular velocidad media. En ese caso, les hacemos repetir la toma de datos con Tracker para intervalos más cortos de tiempo y analizar esos datos con GeoGebra.





CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En esta nueva perspectiva de enseñanza del cálculo, es necesario proporcionarle un papel más importante del que se le ha otorgado hasta ahora a las representaciones en el aula de matemáticas. Considerar una perspectiva basada en la modelación matemática implica un diseño más riguroso de actividades en el aula del que se ha tenido en el pasado. Los procesos de modelación pueden ser enriquecidos con el uso de la tecnología.

Considerar un modelo de enseñanza que contemple el aprendizaje en colaboración y que el diseño de tareas sea acorde a ese modelo. Por ejemplo, en nuestro caso, hemos utilizado en nuestras investigaciones el método ACODESA (ver Páez, 2004; Hitt, 2007; Hitt & González-Martín 2015; Hitt, Saboya & Cortés, 2016).

Nuestra experiencia nos dice que en los procesos de una reforma curricular, el profesor de matemáticas tiene una gran cantidad de trabajo, ya que regularmente se le deja la responsabilidad de integrar los cambios en los programas, las nuevas tendencias de autores de libros de texto, resultados de investigación y uso de nuevas tecnologías. Es enorme la responsabilidad que se le otorga al profesor de matemáticas. La mejor recomendación es el trabajo en equipo para la elaboración de tareas eslabonadas que permitan a los alumnos una construcción adecuada de conceptos.

REFERENCIAS

Artigue, M. (2000). Instrumentation issues and the integration of computer technologies into secondary mathematics teaching. Proceedings of the Annual Meeting of GDM. Potsdam. Retrieved on 3rd June, 2014 from http://webdoc.sub.gwdg.de/ebook/e/gdm/2000

Duval R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactique et de Science Cognitives, 5, 37-65. In F.Hitt (Ed., 1998), Investigaciones en Matemática Educativa II, (pp. 173-201), México: Grupo Editorial Iberoamérica.

English L. (2015). STEM: challenges and opportunities for mathematics education. In K. Beswick, T. Muir & J. Welles (eds.), Proceedings of PME39, v. 1, 3-18. July, 2015, Hobart, Australia.

GeoGebra (software libre: http://www.geogebra.org/cms/).

Guin, D. & Trouche, L. (1999). The complex process of converting tools into mathematical instruments: The case of calculators. International Journal of Computers for Mathematical Learning, 3, 195-227.

Hamel, J., & Amyotte, L. (2007). Calcul différentiel (p. 449). Canada: Édition du Renouveau Pédagogique Inc.

Hitt F. (2007). Utilisation de calculatrices symboliques dans le cadre d'une méthode d'apprentissage collaboratif, de débat scientifique et d'auto-réflexion. In M. Baron, D. Guin et L. Trouche (Éds.), Environnements informatisés et ressources numériques pour l'apprentissage. conception et usages, regards croisés (pp. 65-88). Paris: Hermès.

Hitt, F., & Kieran, C. (2009). Constructing knowledge via a peer interaction in a CAS environment with tasks designed from a Task-Technique-Theory perspective. International Journal of Computers for Mathematical Learning, 14, 121-152.

Hitt, F., Saboya, M. and Cortés C. (2016). Rupture or continuity: the arithmetico-algebraic thinking as an alternative in a modelling process in a paper and pencil and technology environnement. Educational Studies in Mathematics. Dordretch: Springer. DOI 10.1007/s10649-016-9717-4

Hoyles C, Noss R. & Kent Ph. (2004). On the integration of digital technologies into mathematics classrooms. International Journal of Computers for Mathematical Learning 9: 309–326.

Janvier, C. (Editor). (1987). Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics. London: Lawrence Erlbaum Associates.

Hughes-Hellett, D., Gleason, A-M., et al. (1999). Fonctions d'une variable. Traducción de: Calculus: Single variable, 2nd edition. Montréal: Chenelière/McGraw-Hill.

Páez, R. (2004). Procesos de construcción del concepto de límite en un ambiente de aprendizaje cooperativo, debate científico y auto reflexión. Unpublished thesis. Cinvestav-IPN. México.

Selden, J., Mason, A. & Selden, A. (1989). Can Average Calculus Students Solve Nonroutine Problems? Journal of Mathematical Behavior 8, 45-50.

Star, J.R., & Smith, J. (2006). An image of calculus reform: Students' experiences of Harvard calculus. Research in Collegiate Mathematics Education, 13, 1-25.

Tall, D. (2000). Cognitive development in advanced mathematics using technology. Mathematics education research journal, Vol. 12, No. 3, p. 210-230.

Tracker. Logiciel libre. Video analysis and modeling tool (version 4.87). Reference, 8-janvier-2015. http://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/

Zandieh, M. (2000). A theoretical framework for analyzing student understanding of the concept of derivative. Research in Collegiate Mathematics Education, Vol. VIII, pp. 103-127.