



26. CONSTRUCCIÓN DE ESCENARIOS VIRTUALES MEDIANTE EL USO DE UN SOFTWARE DE GEOMETRÍA DINÁMICA

FREDDY YESID VILLAMIZAR ARAQUE¹

¹Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N.-CINVESTAV
freddymatedu@gmail.com

Resumen

En el presente trabajo se mostrará un ejemplo sobre como el uso de la tecnología y en particular de un software de geometría dinámica sirven como herramientas de apoyo que le permiten al docente proponer una nueva forma de actuación en el aula, así como una alternativa al estudiante diferente a la de usar lápiz y papel para resolver un problema, en el campo de problemas de optimización en cálculo. Una de las ventajas que puede ofrecer un software de geometría dinámica es la posibilidad de desarrollar Escenarios Virtuales (EV), estos escenarios como producto virtual acabado, son un elemento más que promueven una enseñanza de las matemáticas activa y motivante al estudiante, además, permiten la manipulación de los objetos geométricos, hacer pruebas de arrastre como mover puntos, rectas, modificar parámetros, visualizar ciertas representaciones que difícilmente puedan observarse en el tablero o sobre el papel.

Palabras claves: problemas de optimización, escenarios virtuales, software de geometría dinámica.

aprendizaje está mediado de un artefacto tecnológico.

INTRODUCCIÓN

Una de las formas de práctica docente se relaciona con la enseñanza tradicional, siendo ésta de carácter pasivo en la que generalmente es el profesor quien realiza la acción y los estudiantes son espectadores de lo que se trasmite y se plasma sobre un tablero (Cuevas y Pluinage, 2003). Actualmente la tecnología crece a pasos agigantados, siendo esto una variable social que debe enfrentar quien enseña, sobre todo ante una nueva generación de personas que son consideradas nativas del mundo de las nuevas tecnologías, me refiero a aquel ser humano mencionado por Michel Serres (2014) llamado *pulgarcita*, por su capacidad de manejar los pulgares para enviar información, y que por lo general, su

Existen trabajos de investigación como en Cuevas, González, Rodríguez (2014), Cuevas y Villamizar (2014) en los cuales se proponen actividades didácticas con uso de la tecnología mediante la aplicación de EDVI's (Escenarios Didácticos Virtuales Interactivos). En el presente trabajo se pondrá a modo de ejemplo un problema de optimización, para introducir al estudiante en la resolución de problemas desde la perspectiva dinámica mediante el uso de un EV, éste es un escenario dinámico desarrollado mediante una herramienta o aplicación tecnológica que en este caso será el software de geometría dinámica Geogebra. Aunque éstos no presentan un cuestionario como tal, el escenario en sí,



contiene elementos de la didáctica Cuevas y Pluinage (2003) en el que plantea que en lo posible se debe partir de un *contexto* o *situación problema* para introducir determinado concepto matemático. Por otra parte, dicha didáctica plantea el uso de diversos *registros de representación semiótica* (Duval, 1998), que serán visualizados con ayuda de la tecnología, por ejemplo, la gráfica de una función que representa el volumen de una caja en función del corte realizado a una lámina rectangular que se utiliza para la construcción de la misma caja.

CONSTRUCCIÓN DEL EV

Como elemento inicial de la didáctica Cuevas y Pluinage (2003) para la enseñanza de las matemáticas, se plantea un problema en contexto para introducir al estudiante en una futura construcción de un concepto matemático, o en este caso en el tema de optimización.

La optimización consiste es encontrar el mejor elemento (con respecto a algún criterio) de un conjunto de elementos disponibles. La situación problema inicial es la siguiente:

Una caja rectangular se fabrica con una pieza de cartón por 24 pulgadas de largo por 9 de ancho, de la cual se cortan cuadrados idénticos a partir de las cuatro esquinas y se doblan los lados hacia arriba, como se muestra en la Figura 1. Determine las dimensiones de la caja de volumen máximo ¿Cuál es este volumen? (Purcell, Varberg, Rigdon, 2007, p. 167)

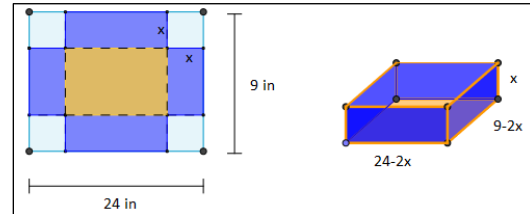


Figura 2

Una alternativa de solución a este problema, es asignar variables, x al ancho del recorte de la pestaña cuadrada y $V(x)$ al volumen de la caja en función del recorte. De este modo, el volumen de la caja es:

$$V(x) = x(9 - 2x)(24 - 2x) \quad \text{Eq. (1)}$$

Simplificando la Eq. (1) obtenemos:

$$V(x) = 4x^3 - 66x^2 + 216x \quad \text{Eq. (2)}$$

La ecuación Eq. (2) es una función cúbica que representa el volumen de la caja en función del corte cuadrado realizado a la lámina rectangular. Su representación gráfica se muestra en la Figura 2.

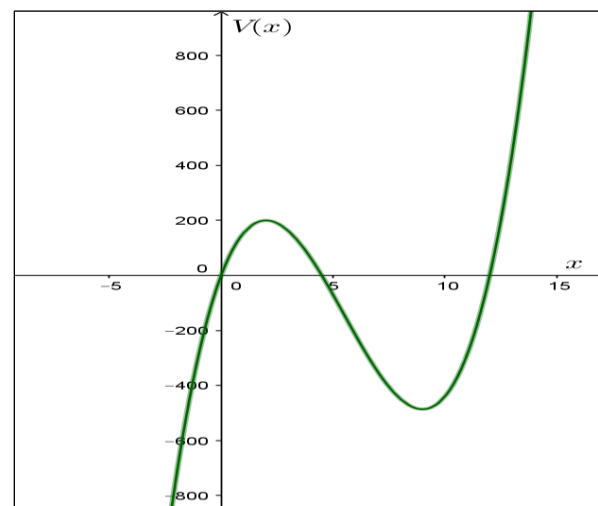


Figura 3

Sin embargo, la expresión algebraica obtenida en la Eq. (2) es una función cuyo dominio son todos los reales. Si se pide calcular el volumen de la caja al hacer un

recorte de 14 pulgadas, se obtiene $V(14) = 1064$ pulgadas cúbicas, lo cual es un valor aceptado pero que no tiene sentido dentro del problema, ya que el recorte de la pestaña cuadrada deber ser mayor o igual a cero y menor o igual a 4.5 pulgadas, y ésto, es algo que analíticamente puede resultar desapercibido por quien resuelve el problema.

Luego de la gráfica, podemos percibir que el volumen máximo entre $x=0$ y $x=4.5$ in, es cuando el corte está alrededor de 2 pulgadas. Analíticamente para calcular el valor óptimo, recurrimos al criterio de la primera derivada:

$$\frac{dV(x)}{dx} = 12x^2 - 122 + 216$$

$$0 = 12(x - 9)(x - 2) \text{ Eq. (3)}$$

Despejando la x de Eq. (3) obtenemos los puntos estacionarios $x=9$, y $x=2$, pero como no es posible hacer un corte de 9 pulgadas, entonces se considera que el corte óptimo debe ser de 2 pulgadas. Para dicho corte el volumen máximo es de $V(2) = 200$ pulgadas cúbicas.

Pero, ¿qué sucedería si se modifica el valor de los parámetros que determinan el largo y el ancho de la lámina? De igual manera, la caja tendría otro volumen y el recorte para que el volumen sea el más óptimo (en este caso máximo) cambiarían, y es algo que no se puede apreciar visualmente al resolver el problema con lápiz y papel.

La Figura 3, muestra un EV realizado en Geogebra, compuesto de dos vistas gráficas. En la primera (izquierda) muestra la imagen de la lámina y su respectiva transformación en una caja sin tapa; por medio de los deslizadores “Largo” y “Ancho”, se pueden modificar de forma dinámica los parámetros que definen la lámina rectangular, de modo que se pueda ajustar a

diferentes valores según sea redactado el problema. Al mover el deslizador “corte” se puede simular una familia de cajas; simultáneamente se puede apreciar en la vista gráfica 2 (derecha) el rastro o lugar geométrico que marca un punto (en color naranja) que representa el volumen de la caja para determinado corte.

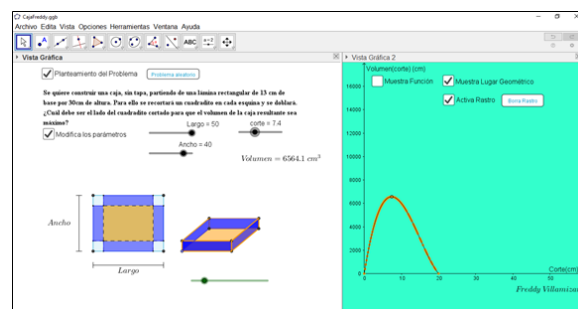


Figura 4

El EV mostrado en la Figura 3, facilita la visualización de cierta realidad simulada y su relación con las matemáticas, que en este caso es la construcción de la caja con la función que representa su volumen para determinado corte. La función mostrada en la vista derecha, se traza dentro del dominio aceptado para el corte de la caja.

Los EV y las tecnologías en general son un elemento motivante en los estudiantes, pero cabría cuestionarnos, ¿qué ventajas traen al respecto en la enseñanza de las matemáticas?

Al respecto El National Council of Teachers of Mathematics NCTM (2000) identifica que el uso de la tecnología debe incluirse en las propuestas curriculares, argumentando que las calculadoras y computadoras son herramientas esenciales para la enseñanza, aprendizaje, y desarrollo de las matemáticas, y facilitan la producción de imágenes visuales de las ideas matemáticas, la organización y el análisis de datos entre otras más ventajas. Las herramientas tecnológicas deben ser un



apoyo y al incluirse en las actividades académicas permiten que el estudiante se enfoque realmente en los conceptos, razonamiento y resolución de problemas.

Por otra parte, un EV le permite al estudiante explorar, probar conjeturas desde el punto de vista dinámico, es decir al mover los objetos geométricos o variar parámetros. Al respecto Arcavi & Hadas (2000) argumentan que los escenarios dinámicos permiten al estudiante construir figuras con ciertas propiedades y visualizarlas, así como transformar esas construcciones en tiempo real, y de esta manera se proveen herramientas que le permitan al estudiante justificar conjeturas y proposiciones.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El uso de la tecnología puede ser un factor motivante en la enseñanza de las matemáticas, y permite establecer representaciones de los objetos matemáticos o geométricos y visualizarlas de manera dinámica. Sin embargo, la tecnología por sí misma no genera conocimiento, ni sustituye al profesor, por lo tanto, es necesario enmarcar las aplicaciones tecnológicas y en este caso los EV, dentro de una didáctica que promueva una comprensión y construcción de los conceptos matemáticos.

El ejemplo dado, es una muestra del uso de la tecnología para incentivar una clase más activa. Los EV como un caso particular del uso de la tecnología influyen en la resolución de problemas por parte de los estudiantes, quienes posiblemente modifican sus *heurísticas* o formas de solucionar un problema (Santos, 2003, 2010), pero no es posible que el estudiante sea protagonista en la construcción del conocimiento o de un concepto matemático, si éstos escenarios no son modificados con una serie de actividades didácticas que

guíen al estudiante. Por lo anterior, el diseño y construcción de EV en Geogebra, son una alternativa al profesor de modificar sus prácticas en el aula, la cual se deja abierta a un propósito de enseñanza siempre y cuando sea enmarcado en una didáctica.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arcavi, A., & Hadas, N. (2000). Computer mediated learning: An example of an approach. *International journal of computers for mathematical learning*, 5(1), 25-45.
- Cuevas, C.A., y Pluinage, F. (2003). Les projets d'action pratique, elements d'une ingeniere d'ensigment des mathematiques. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 8, 273-292.
- Cuevas, C.A., Rodríguez, A., y González, O. (2014). Introducción al concepto de derivada de una función real con apoyo de las tecnologías digitales. *Revista el Cálculo y su enseñanza*. 5, 149-156. Disponible en línea: http://mattec.matedu.cinvestav.mx/el_calculo/index.php?vol=5&index_wb=11&index_mgzne.
- Cuevas, C.A., y Villamizar, F. Y. (2014). *Propuesta didáctica para introducir una curva cónica en un entorno digital interactivo: El caso de la elipse*. CINVESTAV. México D.F.: Tesis de maestría.
- Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En F. Hitt (trad.), *Investigaciones en matemática educativa II* (173-201). México: Iberoamérica.



National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*.

Purcell, E. J., Rigdon, S. E., & Varberg, D. E. (2007). *Cálculo* (novena edición). México: Pearson Educación.

Santos, L. M (2003). Procesos de Transformación de Artefactos Tecnológicos en Herramientas de Resolución de Problemas

Matemáticos. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*. 10(2). 195-211.

Santos, L. M. (2010). *La resolución de problemas matemáticos: fundamentos cognitivos*. México: Trillas.

Serres, M. (2014). *Pulgarcita*. México: Fondo de Cultura Económica.