

CREENCIAS EPISTEMOLÓGICAS DE DOCENTES DE MATEMÁTICAS EN FORMACIÓN Y EN SERVICIO. UN ESTUDIO DE CASOS PARA PROPONER CAMBIOS EN LOS PROGRAMAS DE FORMACIÓN

GRACE JUDITH VESGA BRAVO,
Universidad Antonio Nariño, Bogotá, Colombia
gvesga@uan.edu.co

MARY FALK DE LOSADA
Directora de tesis
Universidad Antonio Nariño, Bogotá, Colombia
rectoria.uan@gmail.com

Resumen

Esta investigación tuvo como objetivo analizar y describir las creencias epistemológicas que tienen docentes de matemáticas en formación y en servicio sobre la matemática, su enseñanza y aprendizaje, comprender cómo se estructuraron y cómo se transforman, para proponer elementos que se deben considerar en los programas de formación encaminados a lograr creencias más productivas hacia la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Se utilizó una metodología con enfoque cualitativo, a través de estudios de casos en dos fases. En la primera, participaron docentes en formación quienes hicieron parte de un curso sobre filosofía y epistemología de la matemática. En la segunda, se trabajó con docentes en servicio, quienes hicieron parte de un curso sobre la historia de las ecuaciones cuadráticas. Ambos cursos estuvieron orientados a desafiar las creencias epistemológicas de los participantes y a promover reflexión al respecto. Se utilizaron como instrumentos cuestionarios cerrados y entrevistas semiestructuradas

Como parte de los resultados con estos dos grupos se pudo identificar que es la experiencia docente intensiva lo que permite crear y consolidar creencias epistemológicas, que el pregrado constituye una etapa en la que las creencias epistemológicas, formadas con anterioridad en el colegio, se están ajustando permanentemente y que, la formación recibida, tanto implícita como explícita, es de difícil y lenta asimilación en las posturas epistemológicas de los futuros maestros.

También se pudo establecer que las creencias epistemológicas de docentes en formación y en servicio están en permanente confrontación. Esto posibilita que los programas de formación, inicial o continua, incidan de manera más efectiva y explícita en su construcción o transformación, lo cual implica realizar reformas en las propuestas curriculares vigentes. Esta investigación permite plantear algunas recomendaciones para ello.

Abstract

This research aimed at analyzing and describing the epistemological beliefs that pre-service and in-service mathematics teachers have concerning mathematics and mathematics teaching and learning, understanding how these views are structured and changed, in order to propose elements to be considered in pre-service teacher education programs aimed at achieving more productive beliefs towards both the teaching and learning of mathematics.

The research methodology used was a qualitative approach, through case studies in two phases. Related to the first stage, pre-service teachers took part in a course on philosophy and epistemology of mathematics. With regard to the second stage, in-service teachers

participated in a course on the history of quadratic equations. Both courses were designed to challenge the epistemological beliefs of participants and to promote discussion on the matter. Questionnaires and semi-structured interviews were used as instruments.

One of the first results identified in these two groups was that intensive educational experience contributes to the creation and consolidation of epistemological beliefs. Second, the undergraduate program is a stage in which epistemological beliefs, formed earlier in school, are being adjusted constantly and that the training received, both implicitly and explicitly, is assimilated slowly and with difficulty into the epistemological positions of pre-service teachers.

Furthermore, it was established that both pre-service and in-service teachers' epistemological beliefs are in constant confrontation. This situation makes it possible for initial or continuing training programs to have an explicit and effective impact on their construction or transformation, which in turn implies generating curricular reforms in existing proposals. This research proposes some recommendations for these circumstances.

INTRODUCCIÓN

En la actualidad existe gran preocupación por los bajos resultados obtenidos por los estudiantes latinoamericanos en pruebas internacionales de matemáticas como la del Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA, por sus siglas en inglés), o el Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS, por sus siglas en inglés). En PISA 2012, todos los países latinoamericanos que participaron tuvieron un puntaje promedio significativamente inferior al obtenido por los países miembros de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), siendo Colombia uno de los tres países con más bajo desempeño (ICFES, 2013). En TIMSS 2007, tanto en cuarto como en octavo grado, Colombia se ubicó dentro de los diez países con más bajo desempeño (ICFES, 2010).

Son varios los factores que pueden explicar los bajos resultados de los estudiantes y las diferencias entre ellos, como el nivel socioeconómico, la ubicación de las escuelas, la duración de la jornada escolar, los recursos, entre otras. Sin embargo, como lo afirma Yang (2014) diferentes estudios han demostrado que la calidad de los docentes influye significativamente en el rendimiento de sus estudiantes. En el informe de resultados TIMSS 2007 se indica que a mayor y mejor formación de los docentes más altos son los puntajes obtenidos por sus estudiantes (ICFES, 2010), y una de las recomendaciones que hace la OCDE para Colombia está referida a mejorar la calidad de los docentes (ICFES, 2013).

Por otra parte, la UNESCO establece que:

Para poner fin a la crisis mundial del aprendizaje, los encargados de la formulación de políticas deben aumentar significativamente el número de docentes y brindarles todas las oportunidades necesarias para que dediquen su motivación, su energía, sus conocimientos y las competencias adquiridas durante su formación a conseguir el máximo rendimiento posible del aprendizaje de todos los niños y jóvenes. (UNESCO, 2014, pág. 257)

Y propone como una de las cuatro estrategias para disponer de mejores docentes Mejorar la formación de los docentes para que todos los niños puedan aprender, señalando que “La buena calidad de la educación depende de que se imparta a los maestros la mejor formación posible” (pág. 261).

En este sentido cabe preguntarse, para el caso particular de la formación de docentes de matemáticas, ¿Qué significa formar docentes de calidad? ¿Qué es útil que los futuros docentes aprendan? ¿Qué debería enseñarse?, entre otras. Al respecto Hersh (1997) plantea que la pregunta no es sobre qué matemáticas se debe enseñar sino sobre ¿cuál es la postura epistemológica que se tiene sobre qué son las matemáticas? ya que ésta afecta profundamente la práctica. Señala además que saber matemáticas significa hacer matemáticas, es decir, se requiere una buena formación matemática.

Diferentes investigadores afirman que existe una relación entre las creencias que tienen los docentes acerca de naturaleza de las matemáticas y su enseñanza y aprendizaje (Thompson, 1984, 1992; Steiner, 1987; Ernest, 1989, Pajares, 1992; Artz y Armour-Thomas, 1999; Cross, 2009, 2015; Penn, 2012), es decir, dichas creencias tienen influencia en la práctica bien sea de manera implícita o explícita. Estas conexiones pueden tener efectos positivos, pero también negativos, específicamente en la capacidad y disposición de los docentes para probar y desarrollar nuevos enfoques, para incorporar transformaciones en sus prácticas y, para lograr que reformas curriculares tengan éxito (Steiner 1987; Pepin, 1999; Handal y Herrington, 2003; Cross, 2009, 2015; Pantziara, Karamanou y Philippou, 2013).

La literatura muestra que las creencias epistemológicas de los docentes de matemáticas acerca de las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje han sido formadas, a través de modelos de enseñanza que han recibido incluso antes de realizar estudios formales en educación matemática (Cross, 2009) y que están altamente influenciadas por los conocimientos filosóficos e históricos que tengan los docentes o futuros docentes sobre la matemática (Chassapis, 2007; White-Fredette 2009; Charalambous, Panaoura y Philippou, 2009). Sin embargo, estudios han evidenciado que en los programas de formación falta desarrollar en los futuros docentes un conocimiento robusto y consistente de las filosofías de la matemática y la educación matemática, que los conduzca a adoptar nuevas nociones epistemológicas sobre el conocimiento matemático (Flores, 1995, Roscoe y Sriraman, 2011).

En este sentido, existe una tendencia filosófica que muestra dos paradigmas opuestos: el absolutismo y el falibilismo (Lerman, 1990). En el primero, se considera que las matemáticas son absolutas, infalibles, incuestionables, se utiliza un lenguaje formal, no hay lugar al error y o bien existen aparte en un mundo de ideas puras (platonismo) o en la mente del creador (neoplatonismo) y se descubren, o se crean a partir de sistemas lógico deductivos (instrumentalistas o formalistas) (Ernest, 1991, 1998). Esta visión de la matemática tiende a estar relacionada con un enfoque para la enseñanza que puede llamarse conductista centrado en el profesor que posee e imparte conocimiento que debe ser asimilado, y en algoritmos que deben ser mecanizados, lo que, en muchos casos, dificulta orientar la enseñanza hacia la resolución de problemas pues para ello se

requiere un punto de vista de las matemáticas flexible y abierto (Steiner, 1987), aspectos que no son característicos del formalismo.

En el segundo paradigma, se considera que la matemática es un producto de la invención humana, falible, corregible, que comparte significados dentro de una comunidad (Davis, Hersh y Marchisotto, 2012; Hersh, 1997), que los conceptos matemáticos no están fijados de manera permanente y pueden tener una historia de modificación a lo largo del tiempo (Lakatos, 1976b). Esta postura está relacionada con un enfoque del aprendizaje que puede llamarse constructivista, que se centra en el estudiante, se basa en el uso de solución de problemas, se hace énfasis en el proceso y se incluyen aplicaciones del mundo real (White-Fredette, 2009/2010). Al respecto Sfard, citada por White-Fredette (2009/2010), señala que, en general, los matemáticos (puros) hacen parte del paradigma absolutista, los investigadores en educación

Matemática se inclinan más por el falibilista, y, los docentes de matemáticas de educación básica y media están atrapados en el medio, con una mayor tendencia al formalismo. Además, la perspectiva falibilista no es una que impregne las creencias acerca de la naturaleza de las matemáticas de futuros profesores (Cooney, Shealy y Arvold, 1998), posiblemente tampoco las posiciones tomadas en los programas de formación.

De otra parte, varias investigaciones han documentado inconsistencias entre las creencias que tienen los docentes sobre la matemática y sus prácticas (Cooney 1985; Raymond 1997; Skott, 2009; Penn, 2012). En todas ellas se hace énfasis en la importancia de que se realicen más investigaciones sobre esta línea porque los resultados, en general, no se pueden generalizar ya que las creencias están influenciadas por contextos culturales. En coherencia con lo anterior, en el caso colombiano en los estándares básicos de competencias, se afirma que las matemáticas son consideradas “como un cuerpo de prácticas y de realizaciones conceptuales y lingüísticas que surgen ligadas a un contexto cultural e histórico concreto y que están en continua transformación y reconstrucción como otros cuerpos de prácticas y saberes” (MEN, 2006, pág. 47).

Se declara en los estándares que para lograr que los estudiantes sean matemáticamente competentes es necesaria la adopción de un modelo epistemológicamente coherente para lo cual se requiere que los docentes, con base en las nuevas tendencias de la filosofía de las matemáticas, reflexionen, exploren y se apropien de supuestos sobre las matemáticas como los siguientes:

- Las matemáticas son una actividad humana inserta en y condicionada por la cultura y por su historia en la cual se utilizan distintos recursos lingüísticos y expresivos para plantear y solucionar problemas (...). En la búsqueda de soluciones y respuestas a estos problemas surgen progresivamente técnicas, reglas y sus respectivas justificaciones, las cuales son socialmente decantadas y compartidas.
- Las matemáticas son también el resultado acumulado y sucesivamente reorganizado de la actividad de comunidades profesionales (p 49).

Avanzar hacia la consolidación de un modelo epistemológicamente coherente por parte de los docentes de matemáticas requiere que durante la formación se haga un trabajo continuo que confronte las creencias epistemológicas sobre la matemática y su enseñanza y aprendizaje, que genere reflexión alrededor de las mismas y sobre sus implicaciones en la práctica (Flores, 1995; Cross, 2009; Roscoe y Sriraman, 2011). Sin embargo, como lo señala Cross (2009) el cambio o formación de creencias epistemológicas debe ser un proceso continuo de la conciencia, la confrontación y la reflexión. Es posible que los programas de formación inicial sean capaces de comenzarlo, pero otros factores como el entorno escolar y las comunidades a las

que pertenecen los docentes son importantes para el éxito sostenido de cualquier esfuerzo de cambio y, por tanto, deben estar participando de experiencias que desafíen sus creencias epistemológicas sobre la matemática, su enseñanza y aprendizaje y que esto redunde en que puedan ayudar a sus estudiantes a desarrollar significado y comprensión (MEN, 2006; Charalambous, Panaoura y Philippou, 2009).

El recorrido anterior, muestra que es necesario lograr mayor comprensión sobre las creencias epistemológicas acerca de la matemática, su enseñanza y aprendizaje que tienen docentes en formación y en ejercicio, la manera como se transforman y su influencia en la práctica, así como el efecto que pueden tener diferentes escenarios diseñados para desafiar dichas creencias al tiempo que se profundiza en aspectos filosóficos, epistemológicos e históricos de la matemática, lo cual se constituye en el tema de esta investigación.

Con base en la descripción anterior, en este estudio se plantea **como problema de investigación** ¿Cuáles son las creencias epistemológicas que tienen docentes de matemáticas en formación y en servicio acerca de las matemáticas y su enseñanza y aprendizaje y cómo se transforman al incorporar experiencias de aprendizaje basadas en la filosofía, la epistemología y la historia de las matemáticas?

Se precisa como **objeto de estudio** el proceso formativo de docentes de matemáticas en formación y en servicio para la dirección de la enseñanza-aprendizaje de la matemática en la educación básica y media.

La investigación tiene como **objetivo general**

Describir las creencias epistemológicas que tienen docentes de matemáticas en formación y en servicio sobre la matemática y su enseñanza y aprendizaje, y cómo se transforman al incorporar experiencias de aprendizaje basadas en la filosofía, la epistemología y la historia de las matemáticas para proponer cambios en los programas de formación encaminados a aportar en la consolidación de las creencias epistemológicas de futuros docentes.

Con los **objetivos específicos** siguientes:

- Describir las creencias epistemológicas que tienen docentes de matemáticas en formación y en servicio acerca de la matemática, su enseñanza y aprendizaje y la manera cómo se transforman al incorporar experiencias de aprendizaje basadas en la filosofía, la epistemología y la historia de las matemáticas.
- Describir la influencia que tiene en la práctica de docentes de matemáticas en servicio sus creencias epistemológicas acerca de la matemática, su enseñanza y aprendizaje.
- Proponer recomendaciones para programas de formación de docentes de matemáticas encaminadas a que los futuros docentes o docentes en servicio desarrollen creencias y actitudes más productivas y coherentes hacia las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje.

Estos objetivos hacen que esta investigación tenga como campo de acción La formación epistemológica y filosófica sobre la matemática, su enseñanza y aprendizaje de los estudiantes de Licenciatura en Matemáticas y de docentes en servicio.

Se concretan como las tareas de investigación las siguientes:

1. Sistematizar el estado del arte y los fundamentos teóricos sobre epistemología de las matemáticas y sobre creencias epistemológicas de docentes en formación o en servicio acerca de la matemática, su enseñanza y aprendizaje, de modo que se constituyan en los soportes teóricos para el desarrollo de la investigación y el análisis de los resultados.

2. Diseñar los instrumentos que se utilizarán para recabar la información.

3. Diseñar e implementar un curso acerca de la filosofía y epistemología de las matemáticas dirigido a desafiar las creencias epistemológicas de futuros docentes de matemáticas acerca de la matemática, su enseñanza y aprendizaje.

4. Diseñar e implementar un curso sobre aspectos históricos acerca de las ecuaciones cuadráticas dirigido a docentes en servicio para desafiar sus creencias epistemológicas acerca de la matemática, su enseñanza y aprendizaje.

5. Analizar y sistematizar la información recogida para dar cuenta del cumplimiento de los objetivos propuestos.

Se consideran como preguntas de investigación, las siguientes:

1. ¿Cuáles son las creencias epistemológicas que tienen docentes de matemáticas en formación y en servicio acerca de la matemática, su enseñanza y aprendizaje y cómo se transforman al incorporar experiencias de aprendizaje basadas en la filosofía, la epistemología y la historia de las matemáticas?

2. ¿Cuál es la influencia que tiene en la práctica de docentes de matemáticas en servicio sus creencias epistemológicas acerca de la matemática, su enseñanza y aprendizaje?

3. ¿Qué elementos deben tenerse en cuenta para realizar cambios significativos en programas de formación de docentes de matemáticas encaminadas a que los docentes desarrollen creencias y actitudes más productivas y coherentes hacia las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje y que éstas se fertilicen mutuamente?

Metodología utilizada en la investigación

Para abordar el problema propuesto se utilizó el enfoque cualitativo de investigación a través de una metodología de estudio de casos en dos fases. En la primera se trabajó con docentes en formación, quienes participaron de un curso sobre epistemología y filosofía de la matemática; en la segunda, con docentes en ejercicio, quienes realizaron un curso alrededor de la historia de las ecuaciones cuadráticas. Los dos cursos buscaban desafiar las creencias de los docentes en formación y en servicio y propiciar escenarios de reflexión. Para recolectar la información se diseñaron dos cuestionarios cerrados para indagar sobre las creencias epistemológicas acerca de la matemática y sobre la enseñanza y aprendizaje de las mismas. Con base en esta información se realizaron entrevistas semiestructuradas a cada participante con el fin de indagar sobre la justificación y origen de las creencias señaladas. Sobre la metodología se amplían aspectos esenciales en el capítulo 3.

Aportes

Los resultados obtenidos permiten identificar aportes tanto en lo teórico como en lo práctico en el campo de la educación matemática y la investigación en la formación del profesorado. Desde lo teórico, que se constituye en la novedad científica de la investigación, se logró mayor comprensión acerca de las creencias epistemológicas de docentes de matemáticas en formación y en servicio sobre la matemática, su enseñanza y aprendizaje, específicamente para el caso colombiano del cual existe poca literatura. El estudio permitió tener información sobre la posición que asumen docentes de matemáticas en formación y en servicio frente a las formas de justificación del conocimiento matemático, las fuentes de las cuáles proviene dicho conocimiento, la estructura y los límites del mismo. Se pudo establecer que los docentes en formación están en proceso de construcción y consolidación de sus creencias epistemológicas, y que los docentes en servicio se han esforzado en construir una epistemología coherente entre la matemática y su enseñanza y aprendizaje, pero persisten dificultades para lograrlo.

Otro aporte teórico está relacionado con el impacto que tienen experiencias de formación, que incorporan de manera explícita aspectos filosóficos, epistemológicos e históricos de las matemáticas, en las creencias epistemológicas de docentes en formación y en servicio. Finalmente se pudieron identificar recomendaciones para los programas de formación, encaminados a aportar en la consolidación de las creencias epistemológicas de docentes acerca de las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. En lo práctico los aportes principales son el curso realizado con docentes en formación sobre filosofía y epistemología de la matemática y la educación matemática, que fue adaptado de un curso recibido por la autora de esta investigación en sus estudios doctorales; y el curso sobre un recorrido histórico de la ecuación cuadrática. Argumentos más amplios sobre los aportes podrán ser apreciados en conclusiones.

Estructura de la tesis

El documento está conformado por la introducción, cinco capítulos, conclusiones, recomendaciones y las referencias bibliográficas. En el capítulo uno se presenta el estado del arte, investigaciones relacionadas con las creencias epistemológicas de docentes en formación y en servicio, la relación con la filosofía, epistemología e historia de las matemáticas, referentes fundamentales para el desarrollo del trabajo. En el segundo, se presenta el marco teórico y referencial desde el cual se abordó el problema planteado. El tercer capítulo presenta el enfoque y metodología utilizada, los instrumentos de recolección de información y las fases desarrolladas. También se describen de manera detallada los cursos en los que participaron los docentes en formación y en servicio y la manera en que se concibieron y diseñaron para que cumplieran con el objetivo de desafiar las creencias de los participantes y generar espacios de reflexión. En el capítulo cuatro se describen los resultados obtenidos con los docentes en formación y en servicio, se analizan sus creencias a partir de los instrumentos y las entrevistas para identificar la fuente y justificación de las mismas, y se describen los cambios a lo largo de los cursos. En el capítulo de discusión y análisis de resultados, el quinto, se analizan los resultados encontrados, a la luz de las preguntas de investigación propuestas. En las conclusiones se da cuenta del cumplimiento del objetivo general propuesto y se amplían los aportes teóricos y prácticos de la investigación. En las recomendaciones se señalan nuevos caminos para desarrollar investigaciones orientadas a enriquecer la comprensión de las creencias epistemológicas sobre la matemática, su enseñanza y aprendizaje de docentes en formación y en ejercicio y que permitan mejorar permanentemente los programas de formación. Al finalizar se presenta la bibliografía citada y se incluyen los anexos más importantes para el desarrollo del estudio.

1. ESTADO DEL ARTE

Diferentes estudios señalan que existe una importante relación entre las creencias epistemológicas de los docentes acerca de la matemática, su enseñanza y aprendizaje, y su influencia en la práctica. Las investigaciones muestran que en general, la relación es compleja (Thompson, 1984, 1992); puede tener efectos negativos en la capacidad y disposición de los docentes para probar y desarrollar nuevos enfoques (Steiner, 1987) y por tanto en el éxito de las reformas curriculares (Handal y Herrington, 2003); y que han sido formadas a través de modelos de enseñanza de otros docentes, generalmente de educación básica y media, con poca influencia de los estudios universitarios (Cross, 2009).

Otros estudios muestran que las creencias de los docentes acerca de la matemática, su enseñanza y aprendizaje están altamente influenciadas por sus conocimientos y posturas filosóficas sobre la matemática y con su historia (Chassapis, 2007; White-Fredette, 2009; Charalambous, Panaoura y Philippou, 2009). Los estudios considerados señalan la importancia de que docentes en su formación inicial y continua participen en espacios de formación, a través de los

cuales reflexionen de manera explícita sobre sus creencias epistemológicas sobre la matemática, su enseñanza y aprendizaje, y el impacto que puede tener en la práctica, de manera que consoliden creencias más productivas sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Por lo señalado estudiar las creencias epistemológicas de los docentes acerca de las matemáticas y su enseñanza es un área fértil de investigación, en la cual se requieren muchas más propuestas.

2. MARCO TEÓRICO Y REFERENCIAL

La epistemología es el estudio del conocimiento y de la creencia justificada. El conocimiento como creencia justificada está referido a determinar las condiciones necesarias y suficientes para que la creencia exista, la justificación tiene como papel central garantizar que la creencia no se debe al azar. Las creencias epistemológicas han sido conceptualizadas de manera multidisciplinaria, ya que las personas tienen creencias diferentes sobre los distintos aspectos del conocimiento: de dónde proviene (fuente u origen); si es certero e inmutable o evoluciona (estabilidad); y, si es simple y aislado o complejo e integrado (estructura) (Buehl y Fives, 2009).

Estos tres aspectos fueron considerados para el desarrollo de este estudio y también las posturas epistemológicas acerca de las matemáticas, en las que se señala que la matemática es un producto de la invención humana, falible, que comparte significados dentro de una comunidad, cuya área principal de trabajo es resolver problemas, y se modelan los elementos y argumentos de su desarrollo (Lakatos (1976), Hersh (1997), Pólya (1965)).

Para Lakatos el formalismo desconecta la filosofía de las matemáticas de la historia de las matemáticas, puesto que, de acuerdo esa concepción las matemáticas no tienen propiamente historia, y señala que eso es un error, puesto que la historia y la filosofía de las matemáticas no pueden y no deben ser tratadas de manera aislada. En su obra

Pruebas y Refutaciones, Lakatos busca poner en duda el formalismo como caracterización válida del conocimiento matemático y mostrar que las matemáticas informales y cuasi-empíricas se desarrollan mediante una incesante mejora de conjeturas, a través de la especulación y la crítica, y no, como resultado de un monótono aumento de teoremas indubitablemente establecidos.

Hersh (1997) adopta la idea del matemático en ejercicio, es decir, para saber matemáticas hay que hacer matemáticas, lo cual implica que es necesario proponer a los estudiantes situaciones que les permita razonar, desarrollar pensamiento creativo, descubrir, inventar, comunicar ideas y probarlas a través de la reflexión crítica y la argumentación. Esta visión está en contraposición de posturas en las que el dominio de los significados ya establecidos para los conceptos y de los procedimientos es el objetivo central de la instrucción, que enfatiza desarrollar el entendimiento matemático más que el pensamiento matemático del estudiante.

Para Pólya (1965) los docentes tienen una gran oportunidad para poner a prueba la curiosidad de los estudiantes y despertarles el gusto por el pensamiento independiente colocando el énfasis del trabajo en el aula en la solución de problemas, y señala que la desperdiciarán si se centran en ejercitar a los estudiantes en operaciones rutinarias.

3. METODOLOGÍA

Este estudio utiliza un enfoque cualitativo y como metodología de investigación el estudio de caso. Se realizó en dos fases, en la primera, seis docentes en formación de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Antonio Nariño participaron del curso "Epistemología y Filosofía de las matemáticas y la Educación Matemática". En la segunda, tres docentes en ejercicio participaron en el curso "Recorrido

histórico sobre la solución de ecuaciones cuadráticas”. Los cursos fueron diseñados con énfasis en la epistemología, la filosofía y la historia de las matemáticas, y tuvieron un componente de trabajo en solución de problemas a través de conjeturas. El propósito principal era, a través de los temas propuestos en cada uno, las lecturas seleccionadas, el material elaborado y los trabajos propuestos, desafiar a los participantes sobre sus creencias epistemológicas acerca de las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje de modo que hicieran un proceso permanente de reflexión.

Se diseñaron dos cuestionarios cerrados con el fin identificar posturas de tipo absolutista o falibilista sobre las creencias epistemológicas acerca de las matemáticas; y por otra parte, posturas tradicionales o constructivistas sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Para el diseño se tomaron como referentes instrumentos utilizados en otras investigaciones (Walker, 2007; Penn, 2012) y se hizo un proceso de validación mediante juicio de expertos.

Con base en la información de los cuestionarios se realizaron entrevistas semiestructuradas a cada participante para indagar sobre la justificación y origen de las creencias señaladas. Los participantes respondieron los instrumentos al comienzo y al final del curso y presentaron igual número de entrevistas. También se hicieron preguntas relacionadas con el impacto de su formación de pregrado en la formación de sus creencias, la manera en que desarrollan una clase y, al finalizar, sobre la percepción del curso realizado. Los docentes en formación presentaron propuestas de aula para la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas, las cuales también se constituyeron en instrumentos de recolección de información. Con los instrumentos cerrados se determinó, en cada aplicación, la postura epistemológica reportada por cada participante, si estaba claramente definida o la tendencia que pudo observarse. Para ello se hizo un análisis del número de afirmaciones de cada postura, falibilista/absolutista o constructivista/tradicional, con las que cada participante se identificó. Para determinar los cambios de postura entre la primera y la segunda aplicación, teniendo en cuenta que los instrumentos cerrados tenían una escala de graduación de 1 a 5, se consideró que hubo un cambio significativo de creencia si el valor absoluto de la diferencia entre los valores marcados era igual o mayor a dos. Las entrevistas fueron transcritas y se utilizaron en la descripción del perfil de cada participante, para señalar los argumentos dados acerca de sus creencias epistemológicas o de los cambios señalados entre una y otra aplicación, y para contrastar la influencia de las creencias reportadas con la propuesta de aula presentada, la cual se analiza y se describe para cada docente.

4. RESULTADOS: UNA MIRADA A LAS CREENCIAS EPISTEMOLÓGICAS DE DOCENTES EN FORMACIÓN Y EN SERVICIO

En este capítulo se presenta una descripción acerca de las creencias epistemológicas sobre la matemática, su enseñanza y aprendizaje identificadas para cada uno de los futuros docentes de matemáticas y para cada uno de los docentes en servicio del curso que hicieron parte del estudio, los cuales se identificaron como Enrique, Yeny, Edwin, Jairo, Lucía y Yadira; y como John, Myriam y Francisco, respectivamente. Adicionalmente para cada uno se describen algunos aspectos generales sobre su formación, experiencia docente y el impacto en la formación de las creencias reportadas. Se incluyen aspectos sobre las apreciaciones del curso en el que cada uno participó y el posible impacto que pudo tener en la formación o consolidación de sus creencias. En el caso de los docentes en formación se describe también la propuesta presentada para la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas.

Los tres docentes en servicio, John, Myriam y Francisco se identificaron, desde el comienzo, con una postura falibilista acerca de las matemáticas y constructivista frente a su enseñanza y aprendizaje,

la cual mantuvieron hasta el final, aunque se pudo evidenciar que al mismo tiempo están de acuerdo con algunas afirmaciones totalmente contrarias.

A través de algunas de las preguntas hechas durante las entrevistas se pudo observar que los tres docentes muestran una fuerte inclinación a ver la matemática desde el punto de vista formalista, aunque afirmaron que eso no se relaciona con su práctica docente. En el caso de los docentes en formación, al inicio no se pudo identificar una postura clara de Enrique ni de Jairo acerca de sus creencias epistemológicas y Yadira cambió de absolutista a falibilista. Y sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, Yadira no se identificó con ninguna tendencia al comienzo del curso. Los demás estudiantes aunque se identificaron desde el inicio con posturas falibilista y constructivista, que fueron consolidando, también señalaron, especialmente en la primera aplicación de los instrumentos, algunas posturas contrarias.

Se observó durante las entrevistas, que los docentes en formación, tenían dificultad para argumentar las creencias señaladas, por lo que las cambiaban aparentemente para no dar explicaciones; esa fue la constante en el caso de Enrique. Los docentes en servicio siempre se mostraron seguros durante las entrevistas, y aunque, algunas creencias podían ser contrarias a la postura identificada argumentaban sobre ella con mucha propiedad. Todos los participantes señalaron que se sintieron impactados por aspectos abordados en los cursos y que consideran fundamentales para su ejercicio docente. Por ejemplo, Enrique dijo en la entrevista final, que le gustaría hacer cosas nuevas con sus estudiantes, que ellos sean más protagonistas de su aprendizaje, que participen y trabajen por cuenta propia, pero señala una presión por cumplir con los contenidos establecidos y que eso no se lo permite. El también muestra preocupación por seguir enseñando de manera tradicional, diciendo que debe trabajar al respecto y que en su trabajo de grado, que iniciará el siguiente semestre, lo va a intentar.

Jairo dice que durante el curso tuvo sus propias crisis, considera que fue innovador, que se logró articular lo teórico con lo práctico y lo disciplinar con lo pedagógico. Señaló que generalmente la matemática va por una parte y la pedagogía por otra. Y Yadira, dijo que el curso le permitió reflexionar sobre cómo está enseñando, si lo que hace en el aula es más de tipo formal o si, por el contrario, lo hace de manera más cuidadosa y se tiene en cuenta el anverso y reverso de las matemáticas, y la historia de las matemáticas.

Sobre las propuestas presentadas por los docentes en servicio para la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas, John señaló que siempre ese tema lo empezaba señalando la forma general que tiene ese tipo de ecuaciones, con énfasis en procesos algorítmicos, y que sólo hacía algunas aplicaciones al finalizar el tema; en contraste, presentó una situación problema abierta para que, con uso de material didáctico, los estudiantes pudieran trabajar y proponer alternativas. Sin embargo, se observó que John tuvo dificultades con el manejo adecuado del material utilizado. Por su parte, Myriam aunque señaló que espera que los estudiantes aprendan a razonar, que considera importante que sepan conceptos para que los usen como herramientas al resolver diferentes situaciones, presentó una clase esencialmente tradicional, a pesar de intentar realizar un diálogo al estilo de Lakatos, lo que se muestra a través del mismo, es un estudiante siguiendo instrucciones dadas por el docente, de tipo algorítmico para resolver una ecuación. Francisco propuso cuatro actividades, cada una diseñada para un grado diferente, centrada en buscar que el estudiante pudiera descubrir y el docente fuera un mediador que a través de preguntas va orientando la actividad.

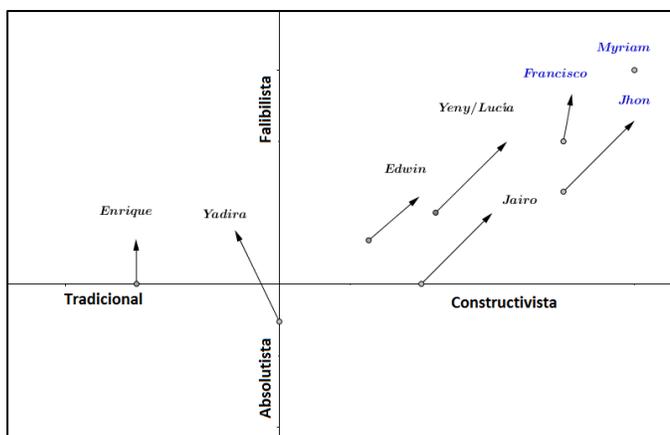
5. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Este capítulo tiene como objetivo analizar de manera detallada los resultados para dar respuesta al problema de investigación propuesto ¿Cuáles son las creencias epistemológicas que tienen docentes de

matemáticas en formación y en servicio acerca de las matemáticas y su enseñanza y aprendizaje y cómo se transforman al incorporar experiencias de aprendizaje basadas en la filosofía, la epistemología y la historia de las matemáticas?

Para abordar el problema, éste se dividió en tres preguntas. La primera relacionada con las creencias epistemológicas que tienen docentes de matemáticas en formación y en servicio acerca de la matemática, su enseñanza y aprendizaje, la manera como se estructuraron y como se transforman al incorporar experiencias de aprendizaje basadas en la filosofía, la epistemología y la historia de las matemáticas. En la Figura 1 se muestra la postura identificada, a partir de los instrumentos, para cada participante al inicio y al final de cada curso. Se ejemplifica con la magnitud y dirección del vector, la posición inicial y final, y los cambios reportados.

Figura 1. Creencias epistemológicas de docentes en formación y en servicio sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, reportadas al comienzo y al final de cada curso. (En negro docentes en formación; en azul docentes en servicio).



Fuente: elaboración propia

Se evidenció que los docentes en servicio reportan posturas definidas y coherentes entre sí. En contraste, las reportadas por los docentes en formación son más tentativas, pues los cambios en las respuestas dadas a los puntos de los instrumentos revelan que se encuentran en proceso de construcción o consolidación. Sobre la estructuración de las creencias, los docentes en servicio expresan con claridad que su formación formalista en el pregrado y su experiencia docente, han sido los aspectos que les han aportado. Para los docentes en servicio fue positivo e importante el haber recibido en el pregrado una formación matemática rigurosa, de corte formalista, a través de las asignaturas disciplinares, esto es, las que orientaban los matemáticos puros. Pero, al mismo tiempo, señalan las dificultades que han tenido que superar para su ejercicio docente, pues al comienzo las creencias formadas sobre la matemática en el pregrado, orientadas al formalismo, eran un obstáculo, en lugar de un apoyo, para su trabajo de aula.

Por su parte, los docentes en formación, hicieron referencia a su formación en el colegio, a la forma de enseñar de sus docentes y también a su experiencia docente, hablando muy poco de su formación universitaria. Todos los docentes en formación y en servicio hicieron referencia al impacto del curso, especialmente por el estudio de la obra de Lakatos y los aportes de Davis y Hersh, especialmente con su reflexión acerca del anverso y el reverso de las matemáticas.

Se observó que todos los estudiantes en formación tuvieron cambios importantes, el curso les ayudó en la formación de sus creencias, las cuales siguen en proceso de consolidación; y, aunque los docentes en

servicio tienen aparentemente más consolidadas sus creencias también están abiertos a ampliarlas y a incorporar nuevos elementos. Se observó que los docentes en servicio, a partir de su formación y experiencia docente, han hecho una distinción entre la matemática en sí y la matemática escolar y parece que se sienten cómodos con esta dualidad, o contradicción, y con la práctica docente que realizan.

De otra parte, los hallazgos muestran que algunos docentes en formación y en servicio han construido un sistema de atenuantes, por ejemplo el currículo y los textos que se les han impuesto, para justificar la contradicción entre lo que reportan son sus creencias frente a la enseñanza y aprendizaje de la matemática y lo que suelen hacer en el aula, y también parecen estar cómodos frente a esa situación. Se pudo evidenciar que el incorporar experiencias de aprendizaje basadas en la filosofía, la epistemología y la historia de las matemáticas, en las cuales se generan espacios implícitos, pero especialmente explícitos para que los docentes en formación y en servicio reflexionen sobre sus creencias epistemológicas acerca de la matemática, su enseñanza y aprendizaje, ayuda a la formación, transformación o consolidación de las mismas, lo cual se correlaciona con lo presentado en otros estudios (Flores, 1995; Cooney, 1994; Charalambous, Panaoura y Philippou, 2009; White-Fredette, 2009).

La segunda pregunta de investigación indagaba por la influencia que tiene en la práctica de docentes de matemáticas en servicio sus creencias epistemológicas acerca de la matemática, su enseñanza y aprendizaje. Los resultados observados con los tres docentes en servicio que participaron en la investigación, muestran que a pesar de haber señalado, a través de los instrumentos cerrados, posturas aparentemente claras y alineadas frente a la matemática y su enseñanza y aprendizaje, persisten algunas contradicciones y dificultades para romper con posturas formadas durante los estudios universitarios, y probablemente desde antes, y avanzar en una verdadera articulación de sus creencias, que se refleje de manera efectiva en su ejercicio docente.

Finalmente, la tercera pregunta de investigación propuesta estaba orientada a presentar recomendaciones para los programas de formación encaminados a que ayuden a los futuros docentes a desarrollar creencias y actitudes más productivas hacia las matemáticas y su enseñanza y aprendizaje. Con base en los resultados del estudio y lo señalado por otras investigaciones, lo deseable para los programas de formación es construir una propuesta curricular en la cual se articulen la historia, la filosofía y la epistemología de la matemática como hilos conductores para el estudio de la matemática y, a través de ese conocimiento profundo, se consolide un trabajo intensivo en solución de problemas que sea el puente entre la matemática como disciplina científica y la matemática escolar, como subconjunto que es de la matemática elemental. Sobre este aspecto se requiere más investigación.

CONCLUSIONES

Este estudio permitió conocer las creencias epistemológicas de docentes de matemáticas en formación y en servicio desde la perspectiva de los seis docentes en formación, y de los tres docentes en servicio que hicieron parte del estudio. Se pudieron identificar aspectos sobre la manera como se han ido estructurando, así como los cambios que pueden tener cuando participan en diferentes cursos de formación, los cuales buscaban de manera explícita desafiar sus creencias. Esto se constituye en un aporte importante de este estudio, especialmente para el caso colombiano, del cual existe poca literatura.

Los hallazgos de esta investigación se correlacionan con otros de este tipo en el ámbito internacional. Se identificó una dualidad en los docentes en servicio, a saber, la diferencia que establecen entre la matemática como disciplina científica y la matemática escolar. Indicaron que sus creencias epistemológicas sobre la matemática, formadas durante sus estudios de pregrado y de corte formalista, no

tienen relación con su trabajo de aula, ni con sus creencias sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Sin embargo, se pudo evidenciar que sí existe un fuerte vínculo. Esta dualidad no se ha identificado de esta manera en otros estudios, a pesar de que sí existen investigaciones que hacen referencia a la desalineación de las creencias de docentes de matemáticas sobre la matemática y sobre su enseñanza y aprendizaje.

Otro resultado del estudio, que a la vez se constituye en un aporte en sí mismo, es la contribución que, a través de los dos cursos que se realizaron, se hizo a la formación, consolidación o construcción de creencias epistemológicas sobre la matemática, su enseñanza y aprendizaje de los docentes en formación y en servicio que participaron en la investigación. Los cursos diseñados y realizados para esta investigación, generaron en los nueve participantes inquietudes que les permitieron reflexionar, de manera explícita, sobre sus creencias y su impacto o posible impacto en sus prácticas. Los cursos incorporaron de manera explícita aspectos epistemológicos, filosóficos e históricos, así como un componente para el trabajo en solución de problemas. Estos aspectos son señalados por diferentes investigaciones como relevantes para la construcción y consolidación de creencias, pero en general, en la literatura se encuentran investigaciones que han abordado de manera específica solamente uno de esos aspectos.

Los resultados encontrados permitieron hacer algunas recomendaciones para los programas de formación inicial y continua, de modo que puedan incorporar cambios en sus diseños curriculares encaminados a que los docentes en formación o en servicio consoliden creencias más productivas sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y de ese modo las reformas curriculares que se vienen proponiendo desde comienzos del siglo XXI enfocadas al desarrollo de competencias en los estudiantes puedan tener mayor éxito del que hasta ahora se ha evidenciado a través de las diferentes pruebas nacionales e internacionales que presentan los estudiantes colombianos.

Se puede concluir, con base en este estudio y los referentes considerados, que:

- Las creencias epistemológicas sobre la matemática, su enseñanza y aprendizaje que tienen los docentes de matemáticas tienen influencia en la
- práctica docente y, por tanto, en el éxito de reformas curriculares, bien sea de manera explícita o implícita.
- La estructuración de dichas creencias proviene de diferentes fuentes, la práctica docente es una de las principales, también lo son modelos observados por los docentes, incluso desde antes de su formación en la universidad, y la formación misma, la cual tiene efectos no del todo positivos para el futuro ejercicio docente.
- La formación y consolidación de las creencias requiere un trabajo intensivo, especialmente, desde los programas de formación, para que ayuden a futuros docentes a construir creencias más productivas hacia la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Es necesario que en los programas de formación inicial y continua se incorporen, a lo largo de la formación, experiencias explícitas que hagan a los futuros docentes confrontar y reflexionar permanentemente sobre sus creencias, las cuales deben tener como hilos conductores aspectos epistemológicos, filosóficos e históricos de la matemática, y a través de las cuales el trabajo en solución de problemas pueda ser el puente entre la matemática como disciplina científica y la matemática escolar. Por todo lo descrito, se puede concluir que los objetivos propuestos se cumplieron y que las preguntas de investigación no solo guiaron adecuadamente la investigación, sino que todas fueron respondidas en total coherencia con los objetivos de la misma.

RECOMENDACIONES

Este trabajo permitió conocer más sobre las creencias epistemológicas de docentes de matemáticas en formación y en servicio acerca de la matemática y su enseñanza y aprendizaje; y sobre la forma en que se transforman, especialmente para el caso colombiano, donde la literatura al respecto es escasa. En este sentido, se espera que esta investigación provoque nuevos estudios que permitan tener una mayor y mejor comprensión sobre el sistema de creencias y que se puedan utilizar para introducir mejoras o reformas en programas de formación docente inicial y continua y eso a su vez redunde en el desarrollo de competencias matemáticas en niños y jóvenes. Este trabajo también puede ser un referente para las autoridades educativas del país, especialmente para incorporar estrategias que permitan que las reformas curriculares propuestas tengan mayor impacto.

A continuación se presentan algunas recomendaciones para los programas de formación y para futuros estudios y para las autoridades educativas en Colombia.

En primer lugar, teniendo en cuenta lo complejo que es el sistema de creencias, es necesario desarrollar nuevos diseños metodológicos que permitan informar con mayor precisión las creencias epistemológicas sobre la matemática, su enseñanza y aprendizaje que tienen docentes en formación, en servicio y docentes formadores, y la coherencia entre éstas. Otros estudios pueden estar orientados a definir nuevas y más precisas categorías sobre las creencias de docentes en formación y en servicio, acorde con las tendencias actuales y de vanguardia en educación matemática y el impacto que éstas generan a su vez en el desarrollo de competencias matemáticas de sus estudiantes.

Es recomendable hacer estudios longitudinales que reporten las creencias que tienen docentes en formación cuando empiezan su programa, la forma en que se van transformando o consolidando a medida que avanzan en el mismo, el impacto que puede tener el proceso de práctica docente, y contrastar con las creencias que reportan al finalizar el programa. Este tipo de estudios puede dar información importante para analizar la pertinencia lograda por los programas de formación.

En coherencia con lo anterior, es necesario realizar nuevas investigaciones para conocer sobre las creencias epistemológicas acerca de la matemática, su enseñanza y aprendizaje de docentes en servicio, la alineación entre éstas y la coherencia que tienen con los fines de la educación matemática. Especialmente con docentes vinculados a diferentes tipos instituciones, de carácter público y privado, urbano y rural, incluso con docentes que no se formaron para ser docentes de matemáticas pero que sí ejercen esa profesión. En estos estudios se pueden incluir análisis que permitan determinar si existe algún tipo de correlación entre las creencias reportadas por los docentes y sus años de experiencia, o entre las primeras y los resultados de sus estudiantes en pruebas de matemáticas de carácter nacional o internacional. Incluso se hace pertinente estudiar la influencia que pueden tener las creencias de docentes de matemáticas en sus propios estudiantes.

Por otra parte, y teniendo en cuenta, que uno de los hallazgos de este estudio hace referencia a la necesidad de hacer de la historia, la filosofía y la epistemología de las matemáticas hilos conductor en los programas de formación, se requiere investigación sobre maneras de hacerlo, qué tipo de nuevos materiales y metodologías se requieren diseñar e implementar y ver el impacto que pueden tener. El conocimiento profundo y continuo de la historia, la filosofía y la epistemología de las matemáticas, debe permitir a los programas de formación y a sus egresados ir más allá, y en coherencia con la formación de creencias más productivas hacia la matemática y su aprendizaje, debe servir para cuestionar lo que se ha establecido debe ser la educación matemática de niños y jóvenes, sus fines, argumentar

si es lo pertinente o no, y en su defecto liderar la construcción de currículos más retadores.

En articulación con esto, se requiere investigación que aborde las preocupaciones señaladas tanto por docentes en formación como en servicio sobre la presión que sienten por cumplir con un listado de temas previamente establecidos, y que señalan como una causa para no incorporar nuevas tendencias en el proceso de aprendizaje de las matemáticas. Es decir, es necesario hacer estudios que muestren, como lo mencionan otras investigaciones, la importancia de trabajar de manera explícita las creencias de los docentes para el éxito en la incorporación de reformas curriculares.

Finalmente se requieren estudios que muestran también cuáles son las creencias que tienen los formadores de formadores y que se indague sobre las creencias que los programas de formación esperan que sus estudiantes construyan o consoliden y las estrategias establecidas en su diseño curricular para lograrlo.

En relación con las autoridades educativas en Colombia, este estudio muestra que es necesario que el Ministerio de Educación Nacional trabaje de manera articulada con los programas de formación inicial y continua de docentes de matemáticas, de modo que se construya un plan a largo plazo, que permita realmente transformar la educación matemática en Colombia, tomando como punto de partida ejemplos a nivel internacional, pero sin desconocer la importancia de los contextos culturales ya que no se trata de replicar lo que se hace en otros países.

Los lineamientos curriculares y los estándares básicos de competencias matemáticas, propuestos hace ya más de 15 años, tuvieron mensajes importantes, pero está visto que no han tenido el impacto que se esperaba y que no incorporan suficientes elementos que ayuden a los docentes a construir una epistemología coherente, como lo señalan. Es necesario revisar estos documentos e incorporar cambios que hagan visible que lo importante no es cumplir con un extenso listado de temas sino desarrollar el pensamiento matemático en niños y jóvenes. Para ello se requiere un gran acompañamiento a los docentes en servicio, que les ayude a implementar los cambios que se proponen y debe ser en alianza con los programas de formación, para que también desde allí se articule con las propuestas curriculares.

CONTRIBUCIONES DE LA AUTORA CON EL TEMA DE INVESTIGACIÓN

Vesga, G. & Falk, M. (2016). Creencias epistemológicas de docentes de matemáticas en formación y en servicio: consideraciones para los programas de formación inicial y continua.

Vesga, G. & Falk, M. (2016). Creencias epistemológicas de docentes de matemáticas acerca de la matemática, su enseñanza y su relación con la práctica docente. *Revista Papeles*. Aprobada para publicación.

Vesga, G. (2016). Recorrido histórico alrededor de la ecuación cuadrática para desafiar las creencias epistemológicas de docentes en servicio acerca de la matemática y su enseñanza y aprendizaje. *Simposio de Matemáticas y Educación Matemática. MEM 2016*.

Vesga, G. Huertas, A., Vergara, A. & Romero, M. (2015). Effect of a computational scaffolding in the development of secondary students metacognitive skills. *Journal of Technology Enhanced*, 7(2), 143-159.

Vesga, G., Roa, C. & Pinilla, J. (2015). Desarrollo de habilidades metacognitivas a través de la solución de problemas matemáticos. *CIAEM XIV, Chiapas, México*.

Vesga, G. Huertas A. & Galindo, M. (2014). Validación del instrumento "Inventario de Habilidades Metacognitivas (MAI) con estudiantes colombianos". *Revista Praxis & Saber*, 5(10), 55-74.

Vesga, G. (2014). Conciencia metacognitiva en futuros docentes de matemáticas: el caso de la Universidad Antonio Nariño. *RELME 28*. Barranquilla, Colombia.

BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

Artz, A. & Armour-Thomas, E. (1999). A cognitive model for examining teachers' instructional practice in mathematics: A guide for facilitating teacher reflection. *Educational Studies in Mathematics*, 40, 211-235.

Buehl, M. & Fives, H. (2009). Exploring Teachers' Beliefs About Teaching Knowledge: Where Does It Come From? Does It Change? *The Journal of Experimental Education*, 77(4), 367-408, DOI: 10.3200/JEXE.77.4.367-408.

Charalambous, C., Panaoura, A., & Philippou, G. (2009). Using the history of mathematics to induce changes in preservice teachers' beliefs and attitudes: insights from evaluating a teacher education program. *Educational Studies in Mathematics*, 71, 161-180. DOI: 10.1007/s10649-008-9170-0

Chassapis, D. (2007). Integrating the philosophy of mathematics in teacher training courses. *Philosophical Dimensions in Mathematics Education*, 61-79. Springer US.

Cooney, T., Shealy, B. & Arvold, B. (1998). Conceptualizing belief structures of preservice secondary mathematics teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(3), 306-333.

Cross, D. (2009). Alignment, cohesion, and change: Examining mathematics teachers' belief structures and their influence on instructional practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 12, 325-346. DOI 10.1007/s10857-009-9120-5.

Cross, D. (2015). Dispelling the notion of inconsistencies in teachers' mathematics beliefs and practices: A 3-year case study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18, 173-201. DOI 10.1007/s10857-014-9276-5.

Davis, P., Hersh, R. & Marchisotto, E. (2012). *The Mathematical Experience*. Boston: Birkhäuser.

Ernest, P. (1991). *Philosophy of mathematics education*. New York: Falmer.

Ernest, P. (1998). *Social constructivism as a philosophy of mathematics*. Albany, NY: State University of New York Press.

Flores, P. (1995). *Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Evolución durante las prácticas de enseñanza* (tesis doctoral). Universidad de Granada, Granada.

Handal, B. & Herrington, A. (2003). Mathematics teachers' beliefs and curriculum reform. *Mathematics Education Research Journal*, 15(1), 59-69

Hersh, R. (1997). *What is mathematics really?* New York: Oxford University Press.

ICFES. (2010). *Resultados de Colombia en TIMSS 2007. Resumen ejecutivo*. Bogotá: ICFES.

ICFES. (2013). *Colombia en PISA 2012. Informe nacional de resultados. Resumen ejecutivo*. ICFES. Bogotá: ICFES.

Lakatos, I. (1976a). A Renaissance of Empiricism in the Recent Philosophy of Mathematics. *The British Journal for the Philosophy of Science*, 27(3), 201-223.

Lakatos, I. (1976b). *Proofs and refutations: The logic of mathematical discovery*. New York: Cambridge University Press.

Lerman, S. (1990). Alternative perspective of the nature of mathematics. *British Educational Research Journal*, 16, 53-61

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Pajares, M. F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-333.

Pantziara, M., Karamanou, M., & Philippou, G. (2013). Teachers' beliefs and knowledge related to the Cyprus mathematics curriculum reform. En F. Arzarello (Presidencia), *Eighth Congress of European Research in*

- Mathematics Education (CERME 8)*. En Manavgat-Side, Antalya – Turkey.
- Penn, A. (2012). *The Alignment of Preservice Elementary School Teachers' Beliefs concerning Mathematics and Mathematics Teaching* (Tesis de maestría). Queen's University, Kingston, Ontario, Canada.
- Pepin, B. (1999). *Epistemologies, beliefs and conceptions of mathematics teaching and learning: The theory, and what is manifested in mathematics teachers' work in England, France and Germany*. NTTEE Publications, 2(1), 127-146.
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Traducción Julián Zugazoita. México: Trillas.
- Roscoe, M., & Sriraman, B. (2011). A quantitative study of the effects of informal mathematics activities on the beliefs of preservice elementary school teachers. *Zdm*, 43(4), 601. doi:10.1007/s11858-011-0332-7
- Skott, J. (2009). Contextualizing the notion of 'belief enactment'. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 12(1), 27–46.
- Steiner, H. (1987). Philosophical and epistemological aspects of mathematics and their interaction with theory and practice in mathematics education. *Learning of Mathematics* 7(1), 7-13.
- Thompson, A. (1984). The relationship of teachers' conceptions of mathematics teaching to instructional practice. *Educational Studies in Mathematics*, 15, 105–127.
- Thompson, A. (1992). *Teacher's beliefs and conceptions: a synthesis of the research*. En D.A. Grouws, (Ed.), *Handbook on mathematics teaching and learning*. (pp. 127-146). New York: Macmillan.
- UNESCO. (2014). *Enseñanza y aprendizaje: Lograr la calidad para todos*. París: Ediciones UNESCO.
- Walker, D. (2007). *The development and construct validation of epistemological beliefs survey for mathematics* (Tesis doctoral). Oklahoma State University, E.U.A.
- White-Fredette, K. (2009). What is Mathematics? An Exploration of Teachers' Philosophies of Mathematics during a Time of Curriculum Reform. Middle-Secondary. *Education and Instructional Technology Dissertations*. Paper 46.
- White-Fredette, K. (2009/2010). Why Not Philosophy? Problematising the Philosophy of Mathematics in a Time of Curriculum Reform. *The Mathematics Educator*, 19(2), 21-31.
- Yang, X. (2014). *Conception and Characteristics of Expert Mathematics Teachers in China*. Berlin: Springer.

CONSTRUCCIÓN DE SIGNIFICADO ROBUSTO PARA EL CONCEPTO DE ÁREA Y CARACTERIZACIÓN DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO INVOLUCRADO EN LOS ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO (niños entre 10 y 13 años)

DIANA CAROLINA PÉREZ DUARTE
Universidad Antonio Nariño, Bogotá, Colombia
dianacperez@uan.edu.co

MARY FALK DE LOSADA
Directora de tesis
Universidad Antonio Nariño, Bogotá, Colombia
rectoria.uan@gmail.com

Resumen

El propósito de esta investigación es la construcción de significado robusto del concepto de área y la caracterización del pensamiento geométrico involucrado, en los estudiantes de grado sexto de los Colegios: Antonio Nariño sede Usme, Liceo Fesán, el Bosque Bilingüe y Tibabuyes Universal I.E.D. Se diseñaron once actividades, las que se implementaron a 176 estudiantes. En el proceso de solución de cada problema planteado, los estudiantes comienzan a construir el concepto de área utilizando su pensamiento geométrico operacionalmente, a partir de elementos básicos de la geometría griega.

Para las actividades se propone un conjunto de problemas bajo la estructura de las competencias matemáticas, frente a los cuales, los estudiantes ofrecen estrategias que les permite realizar transformaciones a las figuras geométricas por medio de acciones de descomposiciones, recomposiciones y comparaciones. Las actividades diseñadas propician que los estudiantes lleguen a deducir fórmulas aritméticas para calcular el área de diferentes figuras geométricas. La implementación de cada una de las actividades y los resultados obtenidos en las entrevistas, permitió evidenciar las estrategias utilizadas por los estudiantes en el proceso de solución de los diferentes problemas, para constatar los elementos que caracterizar el pensamiento geométrico involucrado con respecto al concepto de área.

Abstract

The purpose of this research is the construction of robust meaning of the concept of area and the characterization of the geometric thinking involved in sixth-grade students of four different schools. The schools were chosen to include students from varying socio-economic levels as well as both public and private schools. The participating schools were: Colegio de la Universidad Antonio Nariño in Usme, Liceo Feán, Colegio El Bosque Bilingüe and Colegio Tibabuyes Universal I.E.D. Twelve activities were designed, which were implemented with 176 students. In the process of solving every problem posed, students begin to build the concept of area using their geometric thinking operationally, following the approach of classic elements of Greek geometry.

A series of activities was designed to allow the students to approach problems of area from an essentially geometric perspective. For each of the activities a set of problems, either taken from or similar to the non-routine or challenging problems found in popular mathematics competitions, is proposed. Working in groups, students offer their own strategies of solution using transformations to the geometric figures through actions of decomposition, recomposition and comparison, gradually constructing the concept of area. The activities designed also propitiate that students arrive, through similar means of decomposition and recomposition, at arithmetic formulas to calculate the area of different geometric shapes. The implementation of each of