

UNA COMUNIDAD DE DISCURSO EN LA CLASE DE GEOMETRÍA, APOYADA POR LA TECNOLOGÍA DIGITAL Y LA GESTIÓN DEL PROFESOR

William Andrés Cárdenas, María Fernanda Castro, Claudia Vargas

Universidad Pedagógica Nacional

wacardenas@upn.edu.co, mfcastros@upn.edu.co, cmvargas@pedagogica.edu.co

Esta ponencia tiene como propósito presentar el estudio de prácticas discursivas no usuales en la clase de geometría, exhibiendo algunas acciones que realiza un profesor con el apoyo de la geometría dinámica para promover en estudiantes de grado sexto dos aspectos del discurso matemático: vocabulario y narrativas. Para ello, se adopta la estrategia investigativa Basada en Prácticas Usuales. El marco de referencia de la investigación incluye una caracterización del discurso matemático y resultados de investigaciones que han identificado acciones del profesor para promoverlo. Asimismo, se muestra la relación entre los sistemas de geometría dinámica y el desarrollo del discurso. Finalmente, se exhibe el análisis de un episodio.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En esta ponencia se presentan avances de una investigación que tiene como propósito caracterizar las acciones del profesor que potencian el discurso matemático de los estudiantes y que son realizadas con el apoyo de un sistema de geometría dinámica (SGD). La inquietud inicial surge porque en las prácticas de los autores, y en algunas investigaciones (Brendefur y Frykholm, 2000; Alrø y Skovsmose, 2012; Krummheuer, 2012), se ha evidenciado que, en las clases de geometría, los estudiantes pocas veces expresan y defienden sus ideas, prevalece el modelo de comunicación bidireccional y las tecnologías digitales pocas veces son aprovechadas para impulsar la comunicación.

En el campo de la educación matemática, Sinclair, Moss y Jones (2010) y Berger (2011) han estudiado la relación entre el discurso matemático y el uso de un SGD, y reportado experiencias en las cuales el uso de este tipo de programas contribuye al desarrollo del discurso. A diferencia de

lo que se pretende realizar en esta investigación, ellos se centran en analizar los discursos de los estudiantes, sin tener en cuenta el papel del profesor en la constitución de los mismos. Respecto al rol del profesor para favorecer el desarrollo del discurso, investigadores como Goos (2004), Mortimer y Scott (2003) y Quaranta y Tarasow (2004) han identificado acciones del profesor para promover el proceso de comunicación, aspecto crucial para el desarrollo del discurso. En esta investigación, se busca caracterizar las acciones del profesor que, apoyadas en el uso de SGD, favorecen el desarrollo del discurso matemático.

MARCO TEÓRICO

El aprendizaje en matemáticas se puede conceptualizar como un cambio en el discurso matemático. Es decir, es el proceso de cambiar de cierta manera las formas discursivas propias de los individuos de tal manera que se asemejen a formas propias de una comunidad matemática. En este sentido, aprender matemáticas significa una iniciación a un tipo especial de discurso, en el cual la persona construye su propio conocimiento mientras interactúa con otros (Sfard, 2008).

Según Sfard, el discurso está constituido por: vocabulario (usos específicos que les dan a las palabras), mediadores visuales (artefactos simbólicos creados para comunicarse), narrativas (proposiciones que emplea una comunidad y las etiqueta como verdaderas) y rutinas (patrones repetitivos que caracterizan el discurso). En particular, el discurso matemático es aquel que incluye palabras y símbolos relacionados con cantidades y figuras, y se caracteriza porque las relaciones entre las narrativas se establecen mediante procesos deductivos (Sfard, 2008). En el desarrollo de esta investigación, se tiene el propósito de caracterizar la gestión del profesor para promover el desarrollo del discurso matemático con el apoyo de un SGD. En este sentido, reconocer los elementos que constituyen un discurso matemático permitirá identificar estrategias que utiliza el profesor para promover aspectos específicos que lo constituyen.

Para favorecer el desarrollo del discurso, el profesor como miembro de la comunidad de clase con mayor experiencia, debe propiciar que los estudiantes asuman la responsabilidad de encontrar soluciones a problemas, interactúen con sus compañeros y validen sus propias producciones. A su vez, debe procurar que los estudiantes se vean a sí mismos y a los demás como miembros de una comunidad que aportan al proceso de aprendizaje de los demás (Goos 2004). Por su parte, Moritmer y Scott (2013), Quaranta y Tarasow (2004) y Goos (2004) proponen algunas acciones

que el profesor puede desarrollar para cumplir con los propósitos anteriormente mencionados. Entre ellas se destacan: orientar y guiar a los estudiantes cuando trabajan en grupo; invitar a los estudiantes a explicar sus ideas y a solicitar la ayuda de los compañeros; mediar en las interacciones para promover el trabajo colaborativo y favorecer la comunicación entre estudiantes; ceder la responsabilidad de validación al grupo; cuestionar a los estudiantes sobre cómo hallar soluciones y garantizar su validez; mantener la expectativa de los estudiantes por validar una solución, una postura o una idea, entre otras.

En esta constitución del discurso, el papel de los SGD es crucial. Esto debido a que se convierte en una herramienta que apoya los procesos de comunicación de los estudiantes, contribuye a generar representaciones que se transforman en mediadores visuales, apoya la producción de narrativas y contribuye al uso adecuado de términos matemáticos. Por ejemplo, Schacht (2017) afirma que cuando los estudiantes trabajan empleando herramientas digitales en la clase de matemáticas, el lenguaje cambia. Esto debido a que su uso permite un primer acercamiento al lenguaje matemático, pues, aunque usan términos asociados al artefacto, estos pueden evolucionar hacia términos aceptados por una comunidad matemática. Mariotti (2009) resalta que la gestión que hace el profesor en relación con el uso del artefacto (un SGD) permite el desarrollo del discurso, pues ayuda a los estudiantes a explicitar sus significados personales y transformarlos en significados matemáticos.

METODOLOGÍA

Se adopta un enfoque fenomenológico con una aproximación interpretativa. La estrategia investigativa seguida es *Basada en Prácticas Usuales* (Lesh y Kelly, 2000). En esta se realiza un acercamiento a escenarios educativos, con la intención de caracterizar, describir o interpretar un fenómeno particular que se presenta en un contexto específico.

Al enmarcar la investigación en esta estrategia, la primera fase es la observación. En esta se registraron cuatro clases de geometría de grado sexto, de un colegio ubicado en Bogotá, durante el primer semestre del año 2018. En este escenario, se encontraban treinta estudiantes, un profesor investigador y dos observadores participantes. Los objetos matemáticos estudiados fueron polígonos. En las clases se procuraba favorecer los procesos de argumentación y comunicación. Se contaba con tablets (en las cuales estaba instalado un SGD) y un televisor. La

segunda fase es la construcción de datos. Esta empezó con las transcripciones de las interacciones registradas. Luego, se identificaron los episodios de interacciones en las cuales las acciones del profesor favorecían el discurso matemático de los estudiantes cuando utilizan un SGD. La tercera fase es la construcción de una herramienta analítica. A partir de las categorías propuestas por Mariotti (2009), Goos (2004) y Motimer y Scott (2003), se propusieron cuatro acciones del profesor para desarrollar el discurso matemático de los estudiantes (Tabla 1). Seguido a esto, se construyeron unas subcategorías asociadas a tres aspectos específicos del discurso: el vocabulario, los mediadores visuales y las narrativas (Sfard, 2008). La última fase, corresponde al proceso de análisis. En esta se encuentra la investigación.

Acción	Descripción de la acción
A	Solicitar a los estudiantes compartir las estrategias de solución de un problema que involucra el uso de un SGD o apoyarse en este para comunicar.
B	Seleccionar o recopilar información relevante con la intención de focalizar la discusión o precisar ideas.
C	Utilizar las ideas de los estudiantes para establecer discusiones entre ellos y el empleo de un SGD para apoyar sus ideas.
D	Fomentar reflexiones y autoevaluaciones de los estudiantes frente a sus ideas o las de sus compañeros, cuando se discute acerca de una idea y se utiliza un SGD.
Tabla 1. Acciones del profesor para favorecer el discurso	

ANÁLISIS

El episodio que se analiza corresponde a un momento de la segunda sesión de clase, en la cual el profesor propone a los estudiantes resolver el siguiente problema utilizando un SGD, en grupos conformados por tres personas.

Dados los puntos *A*, *B*, *C*, *D* y *E*, trazar una ruta que parta de *A* y llegue a *A* tal que: i) pase por *B*, *C*, *D* y *E*; ii) se realicen más de tres cambios de dirección; iii) el camino

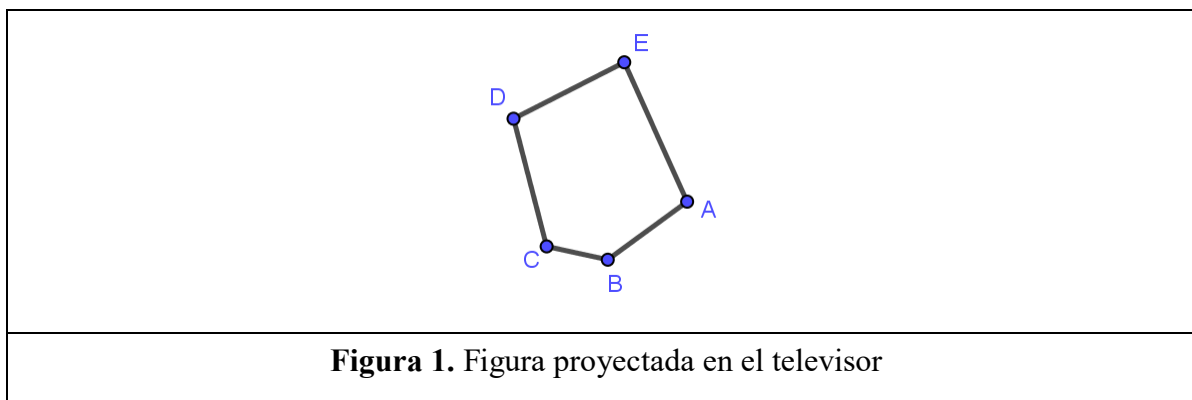
entre un punto y otro debe ser el más corto; iv) los recorridos se intersectan en los puntos A, B, C, D y E .

Después de que cada grupo solucionó el problema, se discutieron las construcciones propuestas.

Descripción del episodio

Luego de que se ha concluido que ninguna terna de los puntos A, B, C, D y E pueden ser colineales, para cumplir con la condición de tener más de tres cambios de dirección, el profesor pregunta a los estudiantes: “¿qué debería hacer para [...] garantizar que mi camino es el más corto?” [264].

Santiago, quien tiene la tablet que se encuentra conectada al televisor, es el primero en hacer una propuesta: “Apequeñarlo” [265]. Sus compañeros se ríen, pero el profesor le pregunta “¿qué es apequeñarlo?” [266]. Santiago arrastra los puntos para acercarlos entre sí [269]. Gabriela interviene afirmando [...] “el camino más corto que yo puedo hacer es el recto [representa un segmento en el aire], porque si yo no lo hago recto quedaría más largo [representa una curva en el aire]; no se necesita achiquitarlo porque [...] no cambia” [270]. El profesor solicita a Gabriela: [...] “¿nos podrías decir entonces cuál es tu idea aquí con la tablet? Dices que no hay necesidad de hacerlo así de pequeño. Miremos lo que hace Gabriela” [...] [272]. Gabriela toma la tablet y afirma: “es que se supone que, para achiquitar los caminos, ahí ya no se puede hacer más [muestra la Figura 1], a menos que corras los puntos, porque el camino [más] corto entre un punto y otro es la línea recta. Porque si yo le hago más curvas el camino va a ser mucho más largo” [273].



El profesor pregunta a Salomé qué opina sobre lo dicho por Gabriela [274]. En este momento, Salomé desvía la conversación que se estaba llevando a cabo, debido a que vuelve a enfocarse en la segunda condición del problema (los cambios de dirección), dejando a un lado la condición del camino más corto [279]. Por tal motivo el profesor ve la necesidad de orientar nuevamente la discusión hacia los planteamientos de Gabriela. Para ello, le pregunta a Gabriela: [...] “¿Tú idea cuál es? ¿Qué lo volvamos cómo? ¿Cómo logramos ese camino corto?” [291]. Gabriela nuevamente muestra la Figura 1, mientras que dice “Acá [en el SGD], se supone que (...) que se puede cambiar la distancia entre dos puntos” [292]. El profesor le indica que se apoye en el SGD y dice: [...] “Miremos qué está haciendo Gabriela. Estás moviendo dos puntos, ¿cierto?” [293]. Gabriela expresa: “yo lo que estoy diciendo es que (...) la distancia más corta... Por ejemplo, en este caso la posibilidad de mover los puntos pues se da. Pero, la idea (...) que yo tengo es que el camino más corto entre dos puntos no es una línea curva o lo que sea, porque se demora mucho más, sino la línea recta, lo más recto que hay entre dos puntos” [294].

Análisis del episodio

El fragmento anterior gira en torno a dos asuntos. El primero está asociado al *vocabulario*, pues varias intervenciones de Gabriela y Santiago tienen como propósito comunicar el significado de la frase “el camino más corto entre dos puntos”. El segundo asunto está asociado a *narrativas*, pues algunas de las intervenciones están orientadas a apoyar a los estudiantes para producir y validar la siguiente proposición: “La trayectoria más corta entre dos puntos es el segmento cuyos extremos son los dos puntos”.

En relación con el primer asunto, una de las acciones que realiza el profesor es invitar a los estudiantes a contrastar los significados asociados a palabras generadas por el uso del programa (*Acción A- Vocabulario*). La acción se desencadena a partir de la propuesta de Santiago, quien introduce la palabra *apequeñarlo* [265]. Esta propuesta surge porque el profesor no les aclaró a los estudiantes que los puntos eran fijos. A partir de esta intervención, el profesor indaga por el significado que él asocia a este término [266]. Aunque Santiago no responde, la acción que realiza en la tablet (arrastra los puntos), lleva a Gabriela a explicitar que su idea de camino más corto es diferente a la de Santiago. Para ella, aunque los puntos puedan cambiar de posición en el SGD, cuando se pregunta por el camino más corto se pide describir la trayectoria más corta entre

dos puntos fijos. Para que Gabriela pueda expresar esta idea y, a su vez, contrastarla con la propuesta de Santiago, el profesor le pide en reiteradas ocasiones que repita su idea; a los demás compañeros les pide opinar sobre la misma [272, 274, 291]. El profesor permite que sus estudiantes utilicen términos asociados al programa en sus intervenciones, como el *camino recto*, *achiquitarlo*, *no cambia* o *se demora* [270-294]. Parece ser que, expresar su idea varias veces, permitió que al final del episodio Gabriela se expresara con mayor claridad, y que haya surgido la necesidad de utilizar términos matemáticos como *línea curva*, *línea recta* o *distancia* [294].

En relación con el segundo asunto, el profesor indaga sobre las ideas o afirmaciones de los estudiantes para favorecer que ellos mismos revisen y modifiquen las proposiciones que formulan y que interpreten las de los demás (*Acción D, Narrativas*). En el trascurso de la conversación, surgen dos propuestas para solucionar el problema, que pueden sintetizarse por medio de las siguientes proposiciones: “la trayectoria entre dos puntos se obtiene acercando los puntos” (Santiago) y “la trayectoria más corta entre dos puntos se obtiene por medio de una recta” (Gabriela). Las acciones del profesor se centraron en apoyar un proceso de comparación entre estas proposiciones, que inició Gabriela. Esto lo hace, pidiéndole a Gabriela repetir su idea y solicitando a los estudiantes opinar respecto a lo que ella expone. Otra acción por parte del profesor, relacionada con el segundo asunto, es priorizar las intervenciones de los estudiantes que son pertinentes para avanzar en las discusiones (*Acción B - Narrativas*). Esta acción se evidencia cuando el profesor descarta lo dicho por Salomé [291], pues lo que proponía se desviaba de la proposición matemática que se quería validar en el curso, que era la que había propuesto Gabriela.

Finalmente, tanto en el asunto relacionado con el vocabulario como con las narrativas, existieron otras acciones del profesor como la solicitud a los estudiantes de apoyarse en una representación realizada en el SGD para ampliar una idea o comunicarla de forma más clara [272] (*Acción A - Mediadores visuales*).

EXPECTATIVAS SOBRE RESULTADOS

En el análisis presentado, podemos evidenciar como principal resultado que las acciones realizadas por el profesor favorecieron el desarrollo el vocabulario y las narrativas, aspectos que constituyen el discurso matemático. Por tanto, se espera que, al realizar un análisis similar de los

otros episodios se identifiquen: diferentes acciones del profesor que permiten un desarrollo en el discurso matemático, oportunidades en las que el profesor no aprovechó las intervenciones de los estudiantes para permitir un avance en el discurso, y los patrones repetitivos (rutinas) que caracterizan el discurso matemático de esta comunidad.

Finalmente, podemos concluir que, así como lo plantea Sfard (2008), a medida que se presenta un cambio en el discurso de los estudiantes, ellos están aprendiendo. Esto se debe a que se apropian del vocabulario, hacen uso de mediadores visuales, proponen y validan proposiciones, entre otras.

REFERENCIAS

- Alrø, H. y Skovsmose, O. (2012). Aprendizaje dialógico en la investigación colaborativa. En P. Valero y O. Skovsmose (eds.), *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (pp. 149-171). Bogotá: una empresa docente.
- Berger, M. (2011). Using mathematical discourse to understand students' activities when using GeoGebra. *Proceeding of PME 35*, 2, 37-144.
- Goos, M. (2004). Learning mathematics in a classroom community of inquiry. *Journal for Research in Mathematics Education*. 35(4), 258-291.
- Krummheuer, G. (2012). El aprendizaje matemático como participación en procesos de argumentación colectiva. En N. Planas (ed.). *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática* (pp. 61-79). Barcelona: Graó.
- Lesh, R. y Kelly, A. (2000). Multitiered teaching experiments. En A. Kelly y R. Lesh (eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (pp. 197-230). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Mariotti, M. A. (2009). Artifacts and signs after a Vygotskian perspective: The role of the teacher. *ZDM*, 41(4), 427-440.
- Mortimer, E. F. y Scott, P. H. (2003). *Meaning making in secondary science classrooms*. Maidenhead: Open University Press.

- Quaranta, M., y Tarasow, P. (2004). Validación y producción de conocimientos sobre las interpretaciones numéricas. *Relime 3*, 219-233.
- Schacht, F. (2017). Between the conceptual and the signified: how language changes when using dynamic geometry software for construction tasks. *Digital Experiences in Mathematics Education, Online first*. doi: 10.1007/s40751-017-0037-9
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating. Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. New York: Cambridge University Press.
- Sinclair, N., Moss, J., y Jones, K. (2010). Developing geometric discourses using DGS in K-3. *Proceeding of PME 34*, 4, 185-192.