

# RESIGNIFICACIÓN DE LOS CONCEPTOS GEOMÉTRICOS EN LOS POLIEDROS PLATÓNICOS A TRAVÉS DE LA MODELACIÓN

**Pablo Andrés Carmona Botero, Paola Andrea Correa Villa**

*I. E. José Eusebio Caro-Medellín, I. E. Luis Carlos Galán Sarmiento-Medellín*

pacodim25@hotmail.com, paocorrea00@yahoo.es

Esta investigación estudió la construcción de conocimiento matemático a través de la modelación como práctica social, para generar procesos de resignificación de los conceptos geométricos relacionados con los poliedros platónicos, incorporando el origami modular como herramienta pedagógica en las prácticas de aula. Para este propósito nos apoyamos en la teoría Socioepistemológica, la cual asume “la legitimidad de toda forma de saber, sea este popular, técnico o culto” Cantoral (2013). Se utilizó como Metodología de Investigación la Ingeniería Didáctica (Artigue, 1995). Se diseñaron y aplicaron tareas, sustentadas en las prácticas de modelación de Arrieta y Díaz (2015) para analizar sus resultados y generar conclusiones.

## INTRODUCCIÓN

La matemática hace parte de la vida; la percibimos en las diferentes formas y figuras bidimensionales y tridimensionales que nos rodean, en las edificaciones, las estructuras de puentes, los medios gráficos publicitarios y los diferentes objetos del entorno. Esta relación con el mundo que habitamos despierta nuestro interés, ya que podemos relacionarla con el objeto matemático de estudio en esta investigación: los poliedros platónicos.

A pesar de la relación observada, notamos que, en nuestras instituciones, había una escasa articulación del contexto en que viven los estudiantes con la geometría y la matemática que se enseñaba en el aula; se sustentó desde aquí la problemática de nuestra investigación. Para atenderla y transformar estas prácticas, encontramos en la Socioepistemología una teoría desde la cual se plantea “la necesidad de realizar un rediseño del DME (Discurso Matemático Escolar)

basando en las prácticas” (Morales, Mena, Vera y Rivera, 2012, p. 243). En la investigación nos centramos en fortalecer la dimensión didáctica y social de las prácticas de modelación y predicción, como medios para generar conocimiento y construir argumentos para resignificar conceptos geométricos relacionados con los poliedros platónicos. En palabras de Arrieta (2003) “...en el ejercicio de ciertas prácticas sociales, usando herramientas, es donde aparecen, se estructuran y se movilizan, como argumento, ciertas nociones matemáticas” (p. 6). En consonancia con esto, el origami modular fue la herramienta pedagógica para una matemática con funcionalidad, ya que su uso, además de ser una manera divertida de aprender, permite la construcción de los poliedros platónicos a para su exploración desde lo concreto, lo visual y lo analítico.

Guiados por la Socioepistemología y la modelación tuvimos claridad sobre el foco de nuestra investigación, la cual dejó de lado los contenidos para centrarse en las prácticas sociales vivenciadas por los estudiantes y las interacciones con el entorno, el trabajo cooperativo y la herramienta pedagógica: el origami modular.

Esta investigación se realizó con un enfoque cualitativo, siguiendo la ingeniería didáctica como metodología de investigación. El estudio de caso se desarrolló con 18 estudiantes de grado quinto de Básica Primaria de la I. E. José Eusebio Caro de Medellín.

#### REFERENTE TEÓRICO

Encontramos en la Socioepistemología, un marco teórico que da importancia a las múltiples dimensiones que hacen parte del saber, incluyendo el contexto, los escenarios no escolares y las diferentes formas de saber de los estudiantes; las falencias sobre estos asuntos se plantean como problemáticas a estudiar en esta investigación. En consecuencia, pretendimos validar el efecto de traer al escenario académico una técnica como el origami modular, que se desarrolla en escenarios no académicos, pero que puede ser utilizada como una herramienta con intencionalidad pedagógica y funcional en el aula de clase para generar procesos de resignificación.

La Socioepistemología tiene un aporte fundamental: Modela la construcción social de conocimiento matemático conjuntamente con su difusión institucional, esto es, modeliza las dinámicas de saber o conocimiento puesto en uso. (Cantoral 2013, p. 97).

En este sentido, las prácticas de modelación fueron las que construyeron, reconstruyeron, significaron y resignificaron nuestro objeto matemático.

La Socioepistemología (del latín *socialis* y el griego episteme “conocimiento” o “Saber” y logos “razonamiento” o “discurso”), también conocida como epistemología de las prácticas o filosofía de las experiencias, es considerada como una rama de la epistemología que estudia la construcción social del conocimiento matemático y su difusión institucional. (Cantoral 2013, p. 141)

Cantoral (2013) sustenta que la matemática escolar es “rediseñable” con fines de aprendizaje. Esto hace que el matemático educativo se cuestione no solo sobre cómo enseñar, sino qué enseñar, a quién enseñar y cuándo enseñar. Así, los actores del sistema educativo —el saber, el profesor y el alumno— desde una mirada social, tienen una comprensión propia del contexto social y se modifican las ideas de aprendizaje y enseñanza.

La Socioepistemología incorpora contextos sociales y perspectivas culturales para la significación, aparecen ahora como principales actores de los procesos didácticos, el aprendiz, el saber en tanto conocimiento en uso o como construcción social del conocimiento y los entornos socioculturales portadores del mundo real, cuyas relaciones son orientadas por prácticas de referencia y normadas por prácticas sociales. (Cantoral, 2013, p. 141).

En este sentido desde la teoría, el estudiante es entendido como sujeto individual o sujeto colectivo, el profesor como individuo o como institución escolar personificada y “el aprendizaje como una práctica intencional normada, que coloca en interacción al aprendiz con el entorno regulado y normado” (Cantoral, 2013, p. 142). Es decir, modifica la idea de aprendizaje como adquisición, para dar lugar al aprendizaje como construcción social del conocimiento.

Puede verse, que esta es una teoría que busca atender diferentes dimensiones del saber matemático, dimensiones que se entretajan en una sola unidad de análisis, entendida esta por Cantoral (2013) como la que articula sistémicamente a las dimensiones con el fenómeno en juego y elige para ello, saberes funcionales y transversales.

#### UN ACERCAMIENTO METODOLÓGICO

Fundamentamos nuestro proceso de investigación en la ingeniería didáctica, haciendo consciente e intencional su doble función. En el aula, en cada acción que se genera en los procesos de

enseñanza en relación con un objeto matemático de estudio, y en la investigación, como metodología específica.

Michèle Artigue (1995) define y caracteriza la Ingeniería Didáctica:

Como metodología de investigación, la Ingeniería Didáctica se caracteriza en primer lugar por un esquema experimental basado en las “realizaciones didácticas” en clase, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza. Allí se distinguen por lo general dos niveles: el de la micro-ingeniería y el de la macro-ingeniería, dependiendo de la importancia de la realización didáctica involucrada en la investigación. (p. 36)

En este sentido, nuestra investigación se ubica en la micro-ingeniería ya que se centró en el estudio de un objeto específico, los poliedros platónicos, analizando las actividades al interior del aula de clase de una institución educativa específica.

Como investigación que recurre a la experimentación en clase, se ubica, “en el registro de los estudios de caso y cuya validación es en esencia interna, basada en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori” (Artigue, 1995, p. 37).

#### FASES DE LA METODOLOGÍA DE LA INGENIERÍA DIDÁCTICA

##### **Fase 1. Los análisis preliminares**

La investigación se basó “no solo en un cuadro teórico didáctico general y en los conocimientos didácticos previamente adquiridos en el campo de estudio, sino también en un determinado número de análisis preliminares” (Artigue, 1995, p. 38). Estos fueron: un análisis epistemológico, el estudio de formas enseñanza tradicional, el análisis de dificultades y obstáculos de aprendizaje de un contenido; lo anterior teniendo en cuenta los objetivos específicos de la investigación.

##### **Fase 2. La concepción y el análisis a priori de las situaciones didácticas de la ingeniería**

El análisis a priori comprendió una parte descriptiva y una predictiva, centrando la atención en las características de la situación didáctica que se quiso diseñar y que se llevó a los estudiantes.

El objetivo del análisis a priori es determinar en qué las selecciones hechas permiten controlar los comportamientos de los estudiantes y su significado. Por lo anterior, este análisis se basa en un conjunto de hipótesis. La validación de estas hipótesis está, en principio, indirectamente en juego en la

confrontación que se lleva a cabo en la cuarta fase entre el análisis a priori y el análisis a posteriori (Artigue, 1995, p. 45)

En nuestra investigación, se diseñaron tareas a priori direccionadas desde las prácticas de modelación y el uso del origami modular en las prácticas de aula.

En dichas tareas se describen aspectos relacionados con lo que se espera sobre: la forma como los estudiantes se enfrentan a las actividades, el trabajo en equipo, la manera en que emplean sus conocimientos previos, interpretan y pone en uso nuevos saberes. Lo anterior, en torno a la experimentación, predicción, articulación y las actividades propuestas.

### **Fase 3. Experimentación**

En la fase de experimentación, el diseño se puso en práctica con la población de estudiantes. En el caso de nuestra investigación, el docente investigador hizo recolección de datos a partir de las observaciones, fotos, videos y las producciones de los estudiantes.

### **Fase 4. Análisis a posteriori y evaluación**

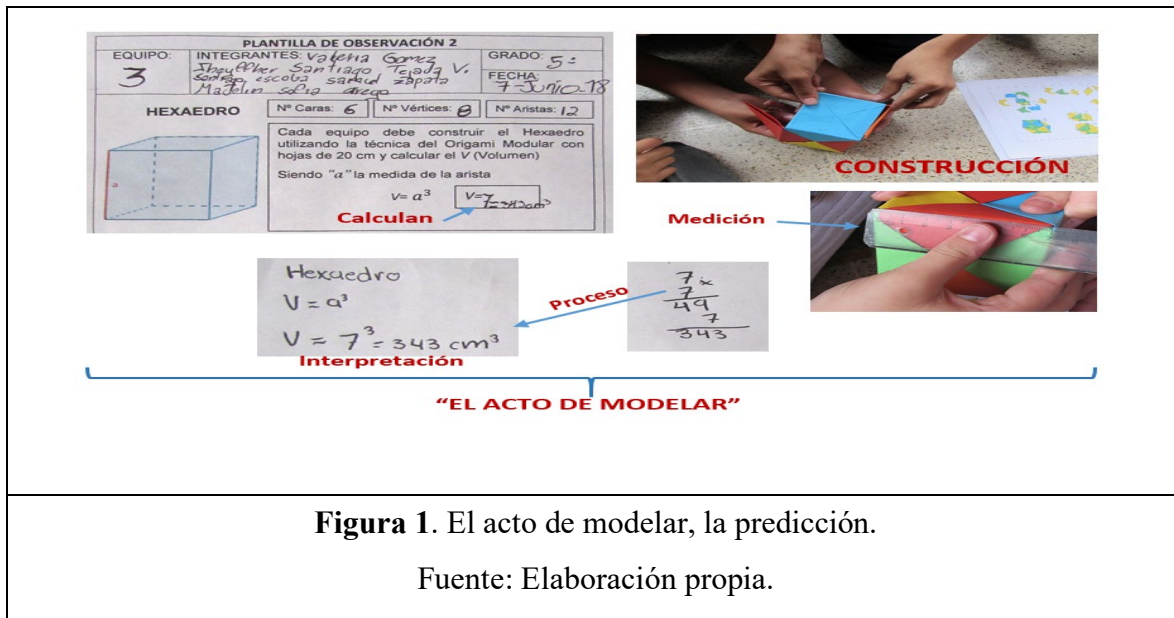
Esta es la última fase de la ingeniería didáctica en la que se confrontaron las observaciones, las producciones y los hallazgos realizados durante las sesiones de intervención en el aula con el análisis a priori.

Estos datos se completan con frecuencia con otros obtenidos de la utilización de metodologías externas, como cuestionarios, entrevistas individuales o en pequeños grupos, aplicadas en distintos momentos de la enseñanza o durante su transcurso. Y, como ya lo habíamos indicado, en la confrontación de los dos análisis, el a priori y a posteriori, se fundamenta en esencia la validación de las hipótesis formuladas en la investigación. (Artigue, 1995, p. 48).

En nuestra investigación, en el análisis a posteriori se describieron y se mostraron, a través de imágenes, los procesos y construcciones logrados por los estudiantes, divididos en tres equipos de trabajo, con los cuales se aplicaron las actividades. Se hizo un análisis a partir de la confrontación con el análisis a priori realizado y la teoría que sustenta nuestra investigación.

A continuación se anexa algunos ejemplos del proceso de investigación realizado con los estudiantes:

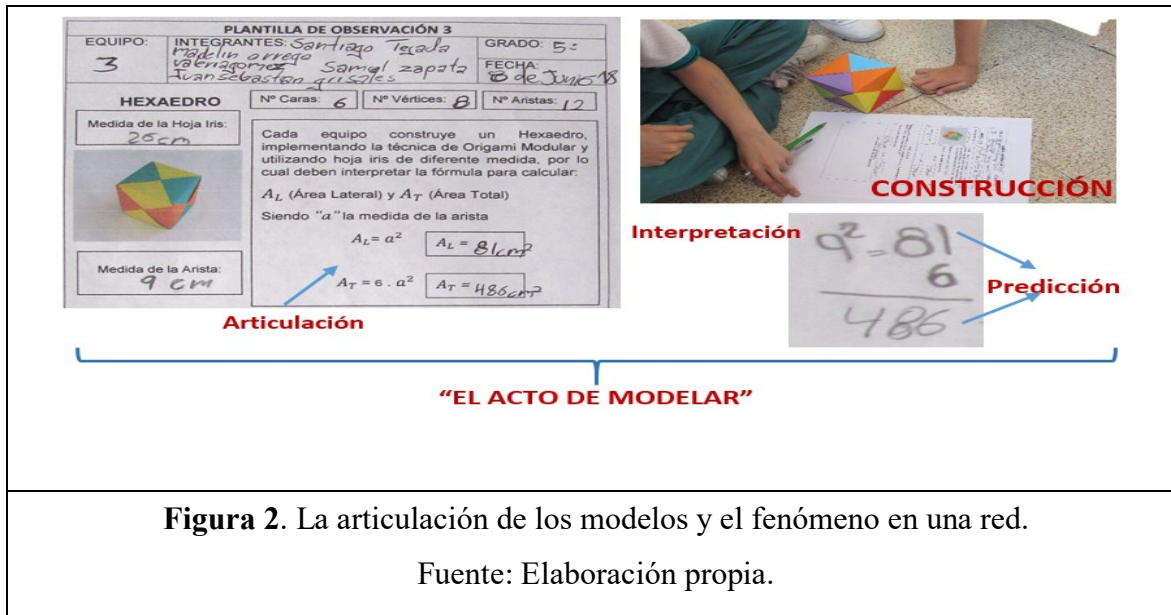
Un equipo logró la construcción del hexaedro gracias a la interpretación de la guía que se les entregó, siguiendo los pasos y realizando un trabajo en equipo. Claramente lograron identificar las características del hexaedro construido, como el número de caras, vértices y aristas. Lograron interpretar la fórmula dada en la guía, e inmediatamente identificaron que la podían relacionar con la forma de resolver ejercicios de potenciación. Midieron la longitud de las aristas del Hexaedro que es de 7 cm y sustituyeron el valor en la fórmula, el cual multiplicaron tres veces, para hallar el volumen del hexaedro construido ( $343 \text{ cm}^3$ , Figura 1).



**Figura 1.** El acto de modelar, la predicción.

Fuente: Elaboración propia.

Otro de los equipos logró apropiarse de los saberes adquiridos en la tarea descrita previamente, calculando el volumen y articulando los saberes con otros conceptos geométricos, para interpretar la fórmula del área lateral y del área total del Hexaedro. El equipo construyó un hexaedro con hojas iris de 26 cm y al utilizar la regla midieron las aristas de 9 cm, interpretaron la fórmula dada y realizaron el proceso para calcular el área lateral del Hexaedro ( $81 \text{ cm}^2$ ) y su área total ( $486 \text{ cm}^2$ ) (Ver Figura 2).



**Figura 2.** La articulación de los modelos y el fenómeno en una red.

Fuente: Elaboración propia.

## CONCLUSIONES

La Socioepistemología reconoce la construcción social del conocimiento matemático tanto en ámbitos escolares como no escolares. Por ello, plantea que los sistemas de enseñanza deben ser “rediseñables,” y favorecer la resignificación continua. Con esta finalidad, articula dimensión didáctica, cognitiva, social y epistemológica, en las que se validan los saberes adquiridos por los estudiantes y su interacción con el maestro, el contexto y el saber. Resignificar los conceptos geométricos relacionados con los poliedros platónicos es validar sus interpretaciones, relaciones, cálculos, predicciones, articulaciones y transferencias hechas durante el proceso, las cuales se evidenciaron en análisis a posteriori de las actividades aplicadas.

Las resignificaciones de los conceptos geométricos relacionados con los poliedros platónicos suceden en los procesos que se generan en las prácticas intencionadas de modelación y predicción y no en el objeto matemático como tal. La predicción y la modelación se constituyen en argumentos para resignificar los conceptos geométricos relacionados con los poliedros platónicos. Estos argumentos son construidos por los estudiantes durante la implementación de las actividades de predicción y modelación y se evidencian en tres aspectos: la construcción de significados, de procedimientos y de procesos.

Al implementar las actividades fundamentadas en la Socioepistemología, en las que los estudiantes experimentan, predicen, articulan y transfieren el conocimiento matemático adquirido

a través de las prácticas de modelación, se evidencian procesos de resignificación de los conceptos geométricos relacionados con los poliedros platónicos. Los hallazgos y las vivencias durante la aplicación de las tareas con los estudiantes del grado quinto nos muestran que sí se logra resignificar. Se evidencia comprensión al enfrentarse a situaciones concretas de modelación y predicción, interpretando y articulando los aprendizajes previos y los adquiridos durante la aplicación de cada uno de los momentos. Durante la implementación, se evidenció la resignificación de los conceptos geométricos de volumen —área lateral—, área total del Hexaedro, como uno de los cinco poliedros platónicos.

Se logran vincular al aula los conocimientos geométricos y matemáticos adquiridos por los estudiantes de forma espontánea en sus contextos; estos se organizan y estructuran a partir de las relaciones establecidas en la interacción individual y grupal en cada momento propuesto. Desde estas particularidades, cada grupo logra articular sus saberes previos con los modelos construidos para ser transferidos a una nueva situación de modelación. En este sentido, el conocimiento matemático adquirido pasa de un aprendizaje abstracto, memorístico y desarticulado, a un aprendizaje con significado, que puede ser aplicado en su contexto porque ha sido explorado, modelado e interpretado.

El análisis de resultados del proceso de investigación es el insumo para el rediseño de la unidad didáctica, de tal suerte que permita resignificar los conceptos geométricos relacionados con los poliedros platónicos, en un escenario de modelación, incorporando el origami modular.

Nuestra intervención en el aula, durante el proceso de investigación, transformó nuestra manera de pensar y asumir la construcción del conocimiento matemático que se desarrolla con nuestros estudiantes. Hemos encontrado en la Socioepistemología un fundamento para hacer de las prácticas de aula, situaciones funcionales y generadoras de conocimiento. Nuestro aporte a la institución se constituye en el diseño de una unidad didáctica que enriquece el currículo institucional y plantea una estructura que puede adaptarse a cualquier objeto geométrico de estudio y en diversos niveles de la educación.



## REFERENCIAS

- Arrieta, J. (2003). *Las prácticas sociales de modelación como procesos de matematización en el aula*. (Resumen de la tesis doctoral). Cinvestav, Ciudad de México.
- Arrieta, J. y Díaz, L. (2015). Una perspectiva de la modelación desde la Socioepistemología. En J. Lezama, M. Sánchez y J. Molina (eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 18* (pp.19-48). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Artigue, M. (1995). *Ingeniería Didáctica*. En R. Douady y L. Moreno. (eds.) *Ingeniería Didáctica en la Educación Matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. (p. 33-59). Bogotá: Ed. Iberoamérica.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. México: Editorial Gedisa.
- Morales, A., Mena, J., Vera, F. y Rivera, R. (2012). El rol del tiempo en un proceso de modelación utilizando videos de experimentos físicos. *Enseñanza de las Ciencias*, 30 (3), 237-256.