Una Interpretación Geométrica para Construir Distribuciones Conjuntas Bivariadas, a través de un tipo de cópulas

Luis Eduardo Castillo Méndez, **Santiago García Pérez**
Universidad Distrital Francisco José de Caldas
lecastillom@udistrital.edu.co; segarciap@correo.udistrital.edu.co

A través de un tipo especial de cópulas, se quiere presentar una interpretación geométrica de cómo se pueden construir distribuciones conjuntas bivariadas de probabilidad, a partir de una pirámide.

Propuesta

Sea la cópula bivariada definida como:

$$C(u,v) = (1-a)uv + aW(u,v) + ab(M(u,v) - W(u,v))$$

definida de $[0,1]^2$ en $[0,1]$ con $0 \leq a, b \leq 1$, donde $W(u,v)$ y $M(u,v)$ son $máx\{u+v-1,0\}$ y $mín\{u,v\}$ respectivamente los límites de Fréchet (Trivedi y Zimmer, 2007). Por el Teorema de Sklar, cualquier distribución conjunta bivariada de variables aleatorias continuas queda determinada de forma única a través de esa cópula. (Nelsen, 2006)

La función $H(u,v) = ab\big(M_S(u,v) - W_S(u,v)\big)$, definida de $[0,1]^2$ en $[0,1]$ y $0 \leq a, b \leq 1$, se puede considerar como una función generadora de cópulas y, por ende, de distribuciones conjuntas bivariadas. La función H representa geométricamente una pirámide y cualquier valor de $0 \leq a, b \leq 1$, define diferentes pirámides de la misma base de H y con altura menor o igual a ½ . (Moise, 1991).Un acercamiento geométrico de H, cuando $a = 1$ y $b = 1$, lo podemos ver a través de la Figura 1. También, y a manera de ejemplo, una pirámide se puede generar cuando $a = 0.25$ y $b = 0.75$, como también se puede apreciar en la Figura 1.

Castillo, L. y García, S. (2019). Una interpretación geométrica para construir distribuciones conjuntas bivariadas, a través de un tipo de cópulas. En C. Samper y L. Camargo (Eds.), *Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones*, 24 (pp. 315-316). Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

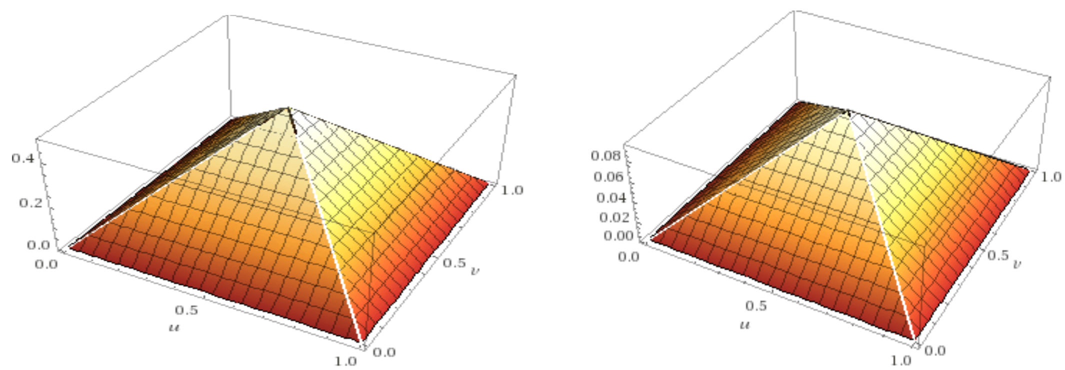

Figura 1: A la izquierda, acercamiento geométrico de la función H, cuando $a = 1$ y $b = 1$; a la derecha, acercamiento geométrico de la función H, cuando $a = 0.25$ y $b = 0.75$.

Finalmente, en la Figura 2, desde una óptica geométrica, se puede ver el comportamiento geométrico de las distribuciones bivariadas de probabilidad, cuando $a = 0.25$ y $b = 0.75$, como una deformación de la pirámide cuando $a = b = 1$ y dada por la cópula:

$$C(u,v) = 0.75uv \; + \; 0.25W(u,v) + 0.1875(M(u,v) \; - \; W(u,v))$$

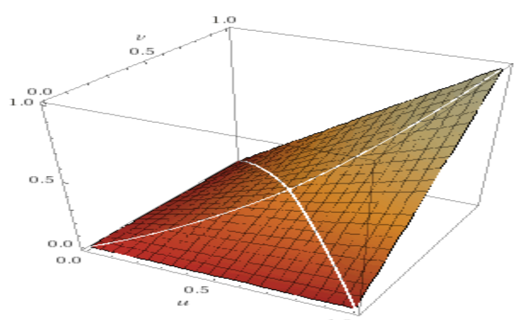

Figura 2: Acercamiento geométrico de la cópula cuando a = 0.25 y b = 0.75

REFERENCIAS

Moise, E. E. y Downs Jr., F. L. (1991). *Geometry* (first edition). Addison-Wesley Publishing Company.

Nelsen, R. B. (2006). *An Introduction to Copulas*. Nueva York: Springer.

Trivedi, P. K., y Zimmer, D. M. (2007). Copula Modeling: An Introduction for Practitioners. *Foundations and Trends in Econometrics*, *1*(1), 1-111. http://dx.doi.org/10.1561/0800000005.