

CONSTRUCCIÓN DE SIGNIFICADO DE CONCEPTOS GEOMÉTRICOS EN UN CURSO DE PRIMARIA

Oscar Cetina, Nathalia Moreno y Carmen Samper

Universidad Pedagógica Nacional

ojcetas@upn.edu.co, inmorenob@upn.edu.co, csamper@pedagogica.edu.co

El presente documento exhibe avances de un estudio realizado para determinar si el uso de ejemplos y de no-ejemplos en un ambiente de tecnología digital, en tareas dirigidas a estudiantes de primaria, incidió favorablemente en su proceso de construcción de significado del objeto matemático triángulo, de los diferentes tipos de triángulo y de otros objetos relacionados con ellos.

PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA

En un trabajo de investigación que se adelanta en este momento, se busca contribuir al aprendizaje de la geometría de estudiantes de grados cuarto y quinto de primaria de las instituciones educativas en las que actualmente se trabaja. A partir de evidencias empíricas, se identificó la necesidad de proveer un mayor apoyo a los estudiantes en el proceso de construcción de significado de objetos y relaciones geométricas específicas. Se decidió entonces centrar la mirada en distintas tareas que apuntan hacia la comprensión de las definiciones, dado que estas son parte importante del proceso de construcción de significado. Como indican Leikin y Winicki-Landman (citados en Silva, 2013), definir es más que asignar un nombre a un objeto geométrico; es un proceso en el cual se captura el significado y el carácter de un objeto. En consonancia con lo anterior, Tsamir, Tirosh y Levenson (2008) afirman que los ejemplos y no ejemplos juegan un papel importante en la conceptualización y en el desarrollo del razonamiento, y pueden mostrar el nivel conceptual que ha logrado un estudiante. Teniendo en cuenta lo anterior, surge nuestra pregunta de investigación: ¿cómo pueden el uso de tecnología digital y las tareas con ejemplos y no-ejemplos contribuir a la construcción de significado de objetos geométricos? En esta ponencia, se presentan avances iniciales sobre el efecto de la actividad desplegada para resolver

las tareas diseñadas con ejemplos y no-ejemplos en la construcción de significado de el triángulo y de objetos geométricos relacionados con este.

El estudio corresponde al trabajo de grado que se realizó para optar por el título de Maestría en Docencia de la Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional (Bogotá, Colombia). Este se encuentra ubicado en el campo investigativo de Educación Matemática, en la línea de investigación *Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría*; específicamente, en el énfasis “Tecnología digital en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas”.

MARCO TEÓRICO

En esta sección se presenta la postura teórica según la cual se concibe la construcción de significado y los aspectos relacionados con dicho proceso. Nos referimos al uso de ejemplos y no-ejemplos y de la tecnología digital para promover aprendizaje.

A partir de lo que exponen Samper, Perry y Camargo (2017), construir significado consiste en lograr compatibilidad de las ideas que un estudiante tiene de un objeto o relación (significado personal) con aquellas que la comunidad de referencia ha establecido (significado institucional), a través de un proceso social y de interacción entre estudiantes y con los objetos en estudio. A medida que se trata al objeto o la relación en diversas situaciones, se descubren nuevas propiedades, y, por tanto, se construye significado. Es decir, el significado de un objeto es mediado por las experiencias que se tienen con él.

Es común ver en la clase de geometría que las definiciones son suministradas por el profesor o, en su defecto, por el libro de texto, y solamente se promueve la memorización de estas. Ello lleva a que los estudiantes repliquen la definición sin comprensión e interpretación. Pero según de Villiers (1995), los estudiantes deben tener la oportunidad de participar en la formulación y elección de definiciones para promover la construcción de significado. Además, Vinner (1991) afirma que la habilidad para construir una definición es posible indicio de comprensión, mientras que memorizarla no lo garantiza.

Tsamir et al. (2008) afirman que los ejemplos prototípicos, usualmente usados por profesores para favorecer la conceptualización inicial de un objeto, pueden obstaculizar el significado personal que se tiene de este, porque se considera que atributos no críticos forman parte del

objeto como, por ejemplo, la orientación o el tamaño. Ellos reconocen que los no-ejemplos aportan a la construcción de significado, no solo porque es posible distinguirlos de los ejemplos sino porque sirven para diferenciar los atributos críticos de los no críticos, proceso necesario para poder definir el objeto. En el caso de objetos geométricos, añaden que ello permite ver una figura representativa de un objeto no solo como un todo, sino como conformada de partes. Lo anterior ofrece una herramienta potente para argumentar por qué una figura es ejemplo o no de un objeto geométrico.

Una forma de hacer viable lo que comunican Tsamir et al. (2008) es a través del diseño de tareas y del uso de diferentes herramientas en la clase de geometría. Perry, Samper, Camargo y Molina (2013) afirman que el uso de geometría dinámica puede mediar en la construcción de significado de objetos geométricos porque las representaciones construidas obedecen los postulados de la geometría euclidiana, y, por tanto, aquellas propiedades que se mantienen invariantes bajo el arrastre, son propiedades que definen al objeto geométrico. También permite ilustrar cómo la ausencia de una propiedad convierte la representación en un no-ejemplo de este.

DISEÑO METODOLÓGICO

A continuación, se presenta el diseño de dos tareas y la metodología que se está utilizando para determinar si se ha incidido en el significado personal de los objetos geométricos involucrados en cada situación.

Diseño de tareas

En la investigación, se diseñaron tres tareas con el objetivo de contribuir al proceso de construcción de significado de triángulos y otros conceptos asociados. Las tareas se pensaron para promover la interacción comunicativa (proceso social) para favorecer la transformación del significado personal que tienen los estudiantes de los objetos y así acercarlos a su significado institucional. Se eligieron los objetos que se trabajan en cada tarea de acuerdo con el plan de estudios y el currículo de cada una de las instituciones en las que trabajamos. Antes de llevar a clase la primera tarea, se realizó una actividad de reconocimiento de las herramientas básicas de GeoGebra y de la función arrastre.

El propósito de la Tarea 1 es establecer la definición de triángulo. Se usan ejemplos y no-ejemplos para que los estudiantes identifiquen las propiedades que definen triángulo: i) puntos no colineales y ii) unión de los segmentos cuyos extremos son dichos puntos. La Tarea 1 se desarrolla en dos momentos: uno en el que los estudiantes trabajan sin GeoGebra y otro con el uso de esta herramienta. En el primer momento, los estudiantes, individualmente, escriben su definición de triángulo. Posteriormente, en grupos de dos o tres, comparan sus definiciones, con la intención de buscar diferencias y llegar a una definición consensuada. Luego, observan en una hoja varias representaciones (Figura 1), con el fin de analizarlas, decidir si cumplen ser o no triángulos usando la definición consensuada y explican el porqué de sus decisiones.

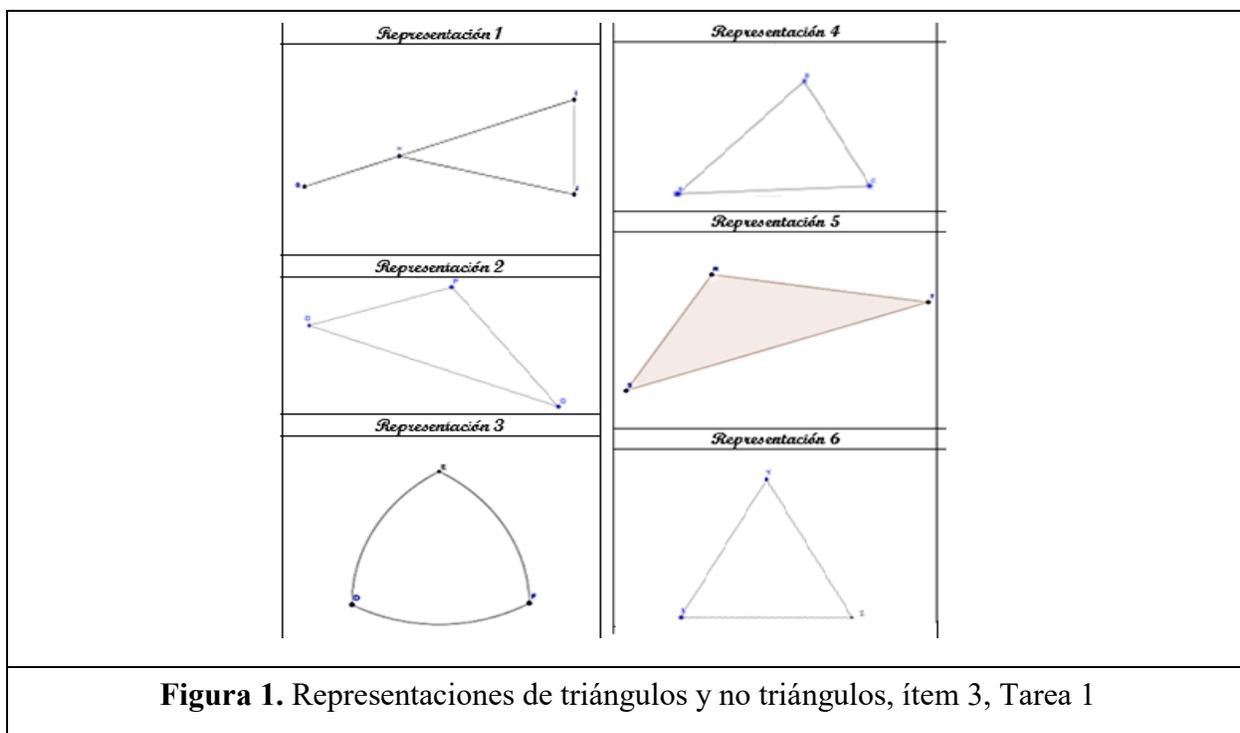
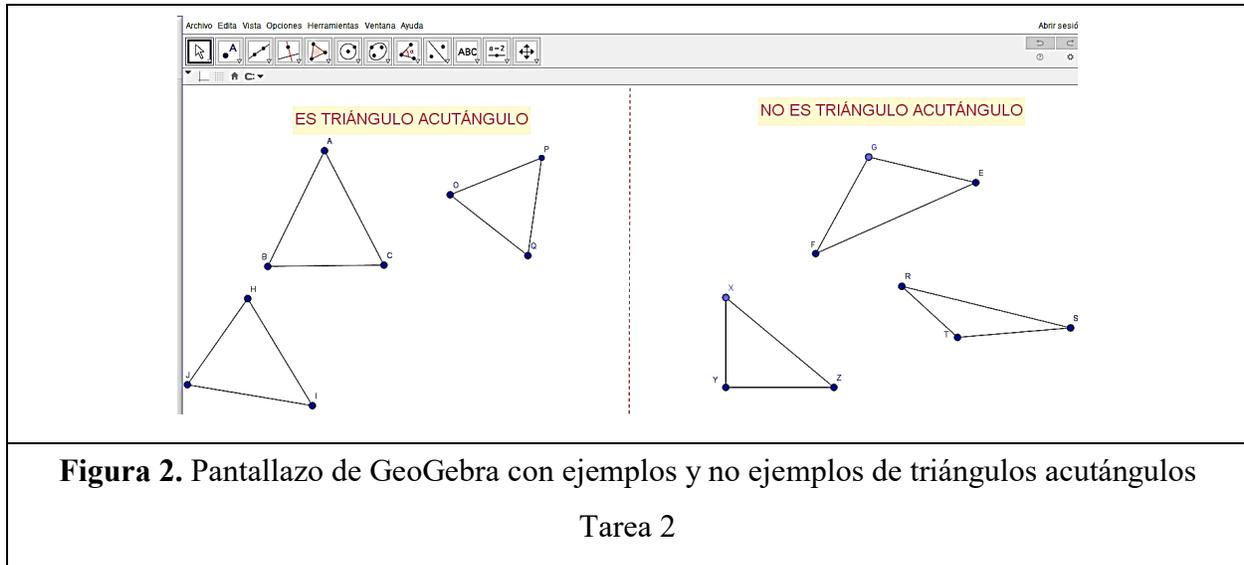


Figura 1. Representaciones de triángulos y no triángulos, ítem 3, Tarea 1

En el segundo momento, en un archivo de GeoGebra, los estudiantes observan las mismas representaciones de la Figura 1. Sin embargo, la Representación 2 no siempre es triángulo porque al arrastrar los vértices los tres puntos pueden resultar colineales, y la Representación 4 no es triángulo ya que, bajo el arrastre, los segmentos no siempre se intersecan en lo que parece ser un vértice. El propósito es determinar si aquellas figuras que visualmente se identifican como triángulos se mantienen como tal bajo el arrastre. Al finalizar la tarea se solicita contrastar la definición consensuada con lo observado durante la exploración para modificarla, en caso de ser necesario.

El propósito de la segunda tarea es construir definiciones de triángulo acutángulo y obtusángulo. Inicialmente, se usan dos archivos de GeoGebra en los que se muestran ejemplos y no-ejemplos de cada uno de esos tipos de triángulos (Figura 2, para triángulos acutángulos). Los estudiantes deben determinar las características esenciales que distinguen a cada tipo de triángulo, a partir de las medidas de los lados y de los ángulos que tienen que encontrar. Deben consignar las propiedades que comparten los ejemplos en una definición.



Para incentivar el uso de la definición, como tarea extraclase, los estudiantes tienen que dibujar ejemplos y no-ejemplos de triángulos acutángulos. Luego deben solicitarle a un adulto conocido que analice lo que está representado y, a partir de ello, definir triángulo acutángulo.

Finalmente, en grupo, deben responder preguntas como las siguientes:

- ¿Pueden los triángulos isósceles ser acutángulos?
- ¿Pueden los triángulos isósceles ser obtusángulos?
- Cuando el triángulo es obtusángulo, responda: ¿Puede tener un ángulo agudo?; ¿Puede tener dos ángulos agudos? ¿Puede tener un ángulo recto?

Estrategia de investigación

Para el estudio, empleamos una aproximación de tipo interpretativa, con un enfoque fenomenológico, pues se busca desentrañar lo que dicen y hacen los estudiantes de primaria al

resolver las tareas y cómo estas contribuyen al proceso de construcción de significado. La estrategia investigativa adoptada para el desarrollo del presente estudio es la “Entrevista basada en tareas” que expone Goldin (2000). Su propuesta se caracteriza por realizar una indagación sistemática de la actividad que realizan los estudiantes, durante la resolución de una tarea previamente diseñada con ayuda o no de recursos, a través de un diálogo ocasionado por los investigadores. El objetivo es rastrear los mecanismos de exploración, las causas de sus decisiones, las estrategias que usan y evidenciar la construcción conceptual al resolver la tarea propuesta.

Para aprender a usar la estrategia como la propone Goldin (2000), dado que ello exige una gestión inusual en la práctica del aula, se realizó una adaptación de esta para las dos primeras tareas. En vez de hacer preguntas mientras los estudiantes trabajaban, las hicimos después en una entrevista. El fin era saber qué tipo de preguntas se deben hacer, aprender a interpretar sus respuestas, y acostumar a los estudiantes a ese tipo de intervención.

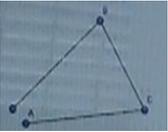
La entrevista para cada grupo fue diferente pues se construyó a partir de sus respuestas específicas. Con las preguntas que se hicieron, se buscó que los estudiantes expresaran con claridad lo que subyace a su proceso de solución, a sus decisiones, y que aclararan los términos que usaban en su comunicación. Se propuso un problema durante la entrevista con el objetivo de poder evidenciar directamente el proceso que realizaban para resolverlo y determinar si las preguntas hechas por el profesor eran adecuadas para obtener nueva información acerca de lo que pensaban los estudiantes. Para la Tarea 3, se planificaron, con anterioridad, las preguntas que se harían, para seguir así la estrategia como la propone Goldin (2000).

AVANCES

Se presentan ejemplos de situaciones en las que se evidencia que el uso de tecnología, y el uso de ejemplos y no-ejemplos afectan significados personales. También se muestra un ejemplo de cómo una pregunta del profesor puede sacar a la luz qué motivó una decisión.

Ejemplo 1: los estudiantes utilizan e identifican una de las propiedades inmersas en la definición de triángulo, que ellos mismos elaboraron, para descartar una de las figuras representadas con GeoGebra. Públicamente, Juan e Isabel informan que la Representación 4 de la Tarea 1 no es un

triángulo y aluden a que no cumple con la propiedad de la unión de segmentos. Entrevemos aquí que el uso de no ejemplos contribuyó a destacar la necesidad de esta propiedad en la definición. Además, se evidencia la importancia del uso de tecnología digital, ya que mediante la función arrastre y la pregunta que hace el profesor, los estudiantes reconocieron que se incumplía dicha propiedad. Ello les mostró que no se pueden tomar decisiones únicamente a partir de lo que se ve.

Juan:	No es un triángulo. No sé cómo decirlo realmente, pero un triángulo (...)		no es
Isabel:	Sí, porque los lados se separan y no podría ser un triángulo.		
Profesor:	Entonces ahí nos dimos cuenta de algo. ¿Cómo tiene que ser la figura entonces [para ser triángulo]?		
Muchos estudiantes:	Unidas		

Ejemplo 2: Al finalizar la Tarea 1, evidenciamos que la geometría dinámica por sí sola no incide en el proceso de construcción de significado de los objetos geométricos, a menos que el estudiante interprete lo que ve durante la exploración y lo contraste con su definición personal. Esto se muestra en el siguiente fragmento.

Profesor:	Quiero escuchar en qué les ayudó (...) si les ayudó o no para definir el triángulo [refiriéndose al archivo de GeoGebra] (...)
Isabel:	A mí se me ayudó, porque yo solo decía: una figura geométrica. Pero me doy cuenta que es un polígono con tres lados y vértices que no sean colineales.

Gracias al uso de GeoGebra, Isabel logró cambiar su significado personal, pues descubrió nuevas propiedades que desconocía o no tenía en cuenta para definir o referirse al triángulo, acercándose así al significado institucional del objeto.

Ejemplo 3: Para resolver la tarea en la que debían dibujar ejemplos y no-ejemplos de triángulos acutángulos, María recurre a la definición construida con Isabel, a partir del uso de los ejemplos y no-ejemplos representados en la Tarea 2. Esto es evidencia de que la experiencia de construir la definición, trascendió hasta el punto de recordarla para poder usar la definición.

Profesor:	¿Cómo hiciste la tarea [extraclase]?
María:	Me acordé que con Isabel habíamos dicho que los acutángulos son menores de 90 y los no acutángulos son mayores de 90 o dan 90. Entonces eso fue lo que yo dibujé.

Ejemplo 4: El siguiente fragmento refleja la importancia de los no-ejemplos, pues para determinar lo que define un triángulo obtusángulo, bajo la sugerencia de la profesora, Jorge se valió de estas representaciones.

Profesora:	Entonces miremos los no obtusángulos, a ver qué pasa.
Jorge:	¡Ah! Ya entendí. Tenemos que hallar la diferencia (entre los ejemplos y los no-ejemplos) y esa diferencia es lo que define los triángulos obtusángulos (...)
Profesora:	Sí señor.
Jorge:	Ok está fácil...otro de 90 ¡Ah!, ya entendí (...) un triángulo rectángulo no puede ser un triángulo obtusángulo.

Así, Jorge identifica que los no-ejemplos tienen atributos que no hacen parte de la definición del objeto o que carecen de alguno requerido.

Las evidencias anteriores parecen indicar que las tareas con ejemplos y no ejemplos y el uso de tecnología digital en estas sí pueden incidir en el proceso de construcción de significado. En parte se puede deber a que estas animan a los estudiantes a examinar, explorar y comunicar sus ideas en la clase de geometría.

REFERENCIAS

- De Villiers, M. (1995). The Handling of Geometry Definitions in School Textbooks. *Pythagoras*, 38, 3-4.
- Goldin, G. (2000). A scientific perspective on structured, task-based interviews in mathematics education research. En, A. Kelly y R. Lesh (2000). *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 517-545). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Perry, P., Samper, C., Camargo, L. y Molina, Ó. (2013). Innovación en un aula de geometría de nivel universitario. En C. Samper y Ó. Molina (ed.), *Geometría Plana: un espacio de aprendizaje* (pp. 30-31). Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.
- Samper, C., Perry, P., y Camargo L. (2017). Construir significado, más que conocer la definición. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 77, 51-58.
- Silva, L. (2013). *Argumentar para definir y definir para argumentar*. (Trabajo de grado de Maestría). Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia.
- Tsamir, P., Tirosh, D., y Levenson, E. (2008). Intuitive nonexamples: the case of triangles. *Educational Studies in Mathematics*, 69, 81-95.
- Vinner, S (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. En D. Tall (ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 65-81). Dordrecht: Kluwer Academic Press.