EN BÚSQUEDA DE LA ARGUMENTACIÓN: UNA MIRADA A LA CLASE DE GEOMETRÍA

Carolina Hernández, Laura Velásquez, Camilo Sua

Universidad Pedagógica Nacional

dma_achernandezr599@pedagogica.edu.co, dma_llvelasquezj780@pedagogica.edu.co, jcsuaf@pedagogica.edu.co

Presentamos el avance de un estudio realizado en dos colegios de Bogotá, con el fin de analizar la interacción que sostienen el profesor y los estudiantes en una clase de geometría, enfocándonos en la naturaleza de los argumentos que circulan en esta interacción y en la participación de cada individuo. El ejercicio tiene la intención de determinar la correspondencia que hay entre lo que sugieren algunos referentes teóricos, en torno a cómo deben ser las acciones del profesor para fomentar las participaciones en las que se evidencien argumentos y la realidad de las clases.

INTRODUCCIÓN

Recientemente se han considerado las participaciones orales de los estudiantes como elemento fundamental para el aprendizaje de las matemáticas. Esto es corroborado por Sfard (2008), quien afirma que las matemáticas se conceptualizan a través del discurso, de tal manera que cuando se investiga sobre el aprendizaje, se debe conocer cómo modifican los estudiantes sus acciones discursivas. En los estándares del NCTM (citados en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, 1998), se sugiere también, que:

> Las clases deberían caracterizarse por las conversaciones sobre las matemáticas entre los estudiantes y entre éstos y el profesor. Para que los profesores maximicen la comunicación con y entre los estudiantes, deberían minimizar la cantidad de tiempo que ellos mismos dominan las discusiones en el salón de clase (p. 74).

Además de la importancia dada al desarrollo de un discurso por parte de los estudiantes, también es fundamental prepararlos para atender a las demandas que la sociedad impone, incluyendo entre

Hernández, C., Velásquez, L. y Sua, C. (2019). En búsqueda de la argumentación: una mirada a la clase de geometría. En C. Samper y L. Camargo (Eds.), *Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones*, 24 (pp. 177-185). Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

estas la capacidad de ser críticos y reflexivos (Flores, Gómez, y Flores, 2010). Para estos mismos autores es posible alcanzar estas capacidades a partir de la argumentación matemática. La geometría es considerada como una herramienta que permite interpretar y entender el mundo espacial; por tanto, es una fuente de modelación con la que es posible fomentar la argumentación y promover interacciones en torno a modelos y figuras sobre los cuales es posible discutir (Ministerio de Educación Nacional, 1998). La argumentación en la clase y las discusiones que puedan surgir alrededor de esta se logran a partir del uso de "argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos" (p. 17) , así como a través de la validación o rechazo de conjeturas, lo cual favorecen acciones como probar, refutar, dar o pedir razones (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

A partir de lo anterior, se esperaría que los estudiantes tengan un rol más activo en las clases de geometría. Sin embargo, en nuestra experiencia de práctica inicial en la Licenciatura en Matemáticas, en la que se hicieron observaciones sistemáticas de clases de distintos profesores en diversas instituciones en contextos cotidianos, se constató que muchas clases de matemáticas se caracterizan por ser dirigidas por un profesor quien imparte el conocimiento de manera magistral, muchas veces de forma algorítmica, mientras que los estudiantes juegan un rol pasivo, en el que las posibilidades de participación son limitadas. Bajo la panorámica anterior nos cuestionamos por la realidad de lo que ocurre en las clases.

En este documento presentamos algunos resultados derivados de la observación de dos clases de geometría a cargo de dos profesores distintos. En esta vía se han realizado algunos ejercicios analíticos que permiten reconocer la naturaleza del discurso y la argumentación, así como la relación entre ellos. Buscamos con ello reconocer si realmente en una clase de geometría circulan ideas argumentadas sobre los objetos matemáticos involucrados, como lo sugieren algunos referentes teóricos al respecto, y si estas son auténticas.

MARCO TEÓRICO

A continuación, presentamos dos referentes teóricos en los que se enmarca este estudio; la propuesta de Harel y Sowder para analizar los tipos de argumentos y la propuesta de Goffman para estudiar la autenticidad en las participaciones.

ESQUEMAS DE ARGUMENTACIÓN

Harel y Sowder (1998) caracterizan los argumentos que se evidencian en las interacciones en clase. Esta clasificación surgió a partir de un estudio realizado con estudiantes de carreras afines a las matemáticas, lo cual permitió a los autores describir l6 subcategorías, agrupadas en tres esquemas de argumentación denominados: convicción externa, empíricos y analíticos. Cada categoría corresponde a un fenómeno evidenciado reiteradamente en varios experimentos empíricos de enseñanza. Flores (2007), quien adopta esta propuesta, define los esquemas de argumentación como todo aquello que utiliza una persona para convencer a otra y a sí misma sobre la verdad o falsedad de algún hecho matemático.

Esquema de argumentación de convicción externa

- Autoritario (CE-A): se caracteriza por sustentar declaraciones mediante agentes externos como libros o individuos sobre los que su veracidad no se cuestiona.
- Ritual (CE-R): se caracteriza por sustentar declaraciones a partir de la apariencia o la forma que determinada comunidad adopta para presentar este tipo de declaraciones, algunas veces sin tener en cuenta el contenido.
- Simbólico (CE-S): se caracteriza por sustentar declaraciones mediante el uso de símbolos, de los cuales no se tiene consciencia o no se tiene en cuenta su significado.

Esquema de argumentación empírica

- Perceptual (E-P): se caracteriza por sustentar declaraciones en imágenes mentales prototípicas que no necesariamente exhiben un pensamiento deductivo.
- Inductivo (E-I): se caracteriza por involucrar algunos ejemplos como sustento de alguna declaración.
- Ejemplo y contraejemplo (E-EC): se caracteriza por sustentar declaraciones a partir de las inferencias que se hacen al observar múltiples casos en los que se cumple una condición y casos en los que no.

Esquema de argumentación analítica

- Transformacional (A-T): se caracteriza por involucrar objetos que sufren transformaciones con un fin específico. Esto incluye una anticipación de los resultados.

- Axiomático (A-A): se caracteriza por sustentar declaraciones con base en justificaciones apoyadas en una cadena lógica deductiva, en la que se hace uso de un sistema axiomático de referencia establecido previamente.

ANÁLISIS DE LA PARTICIPACIÓN SEGÚN LA ORIGINALIDAD

Para hacer un análisis de la participación de los estudiantes tomamos la propuesta de Goffman (1981, citado en Krummheuer, 2015, p. 7) quien hace una clasificación de las declaraciones, según la originalidad y la responsabilidad de quien las presente, en términos de su sintaxis y semántica.

Categorías	Características de la participación
Autor	La persona es completamente responsable de la sintaxis y semántica de su participación; es decir, expresa su propia idea con sus propias palabras.
Trasmisor	La persona no es responsable ni de la sintaxis ni de la semántica de su expresión; es decir, que en su participación no hay originalidad en las ideas, ni en las palabras que usa.
Fantasma	La persona es responsable de la semántica, pero no de la sintaxis de la expresión; es decir, si se formula una idea propia con apoyo de una expresión conformada a partir de participaciones anteriores.
Portavoz	La persona parafrasea alguna idea de otra persona, por tanto, no es responsable de la semántica, pero sí de la sintaxis de la participación.

Tabla 1. Análisis de la participación según la originalidad

DISEÑO METODOLÓGICO

Este estudio se deriva del proyecto “Voces de los estudiantes en la clase de geometría” realizado por el equipo de investigación Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría (Æ · G). Aun cuando el proyecto de investigación ya contaba con una revisión de literatura sobre aspectos metodológicos, conceptuales y algunos antecedentes, emprendimos una búsqueda adicional de referentes, en atención a los aspectos que configuran el marco teórico, así como antecedentes investigativos relacionados con nuestro asunto de interés. Luego, tomamos las trascripciones de cuatro clases de geometría, dos del grado sexto del colegio Instituto Pedagógico Nacional (IPN) y dos del grado séptimo del colegio Calasanz, ambos ubicados en Bogotá, que nos fueron provistas por el grupo de investigación (Æ · G). Estas transcripciones fueron fragmentadas por episodios en atención al aspecto del objeto matemático que en cada una se involucraba. Cada clase permitió identificar en promedio siete episodios; en cada uno, las intervenciones de los miembros de la clase fueron analizados en función a los referentes conceptuales abordados en este documento.

AVANCES DEL ESTUDIO

Hasta la fecha hemos avanzado en el análisis de las cuatro clases. En la ponencia presentaremos dos ejemplos, uno de colegio IPN y otro del colegio Calasanz. En cada ejemplo mostraremos el análisis de dos intervenciones en las que se evidencian argumentos; las primeras expresiones de ambos ejemplos se categorizan como de la autoría del estudiante que las presentan, mientras que las ideas de los segundos estudiantes son un parafraseo de las ideas anteriores. Todas las intervenciones se consideran esquemas de argumentación, a partir de la definición de Flores (2007), puesto que un estudiante intenta convencer o persuadir a otro de alguna idea.

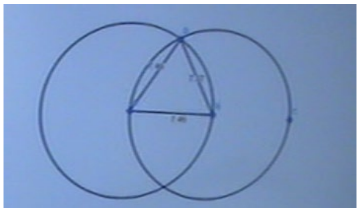

Figura 1. Construcción inicial de Camila
Fuente: Elaboración propia.

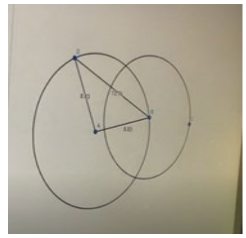

Figura 2. Construcción de Camila luego del arrastre.
Fuente: Elaboración propia.

En el IPN se analizó una clase de grado sexto. El objetivo principal de la clase era construir un triángulo isósceles y un triángulo equilátero con el software GeoGebra, con la condición de que fueran invariantes en el arrastre. Para ello, al iniciar la clase el profesor repasó conceptos como definición de circunferencia, equidistancia, triangulo isósceles y triángulo equilátero, vistos en clases anteriores. Para la construcción del triángulo isósceles, primero se hizo un trabajo por grupos y luego se socializaron algunas construcciones, entre ellas la de Camila (Figura 1), la cual consistió en construir una circunferencia con centro en A radio AB, y otra circunferencia con centro en B y radio BC, de tal manera que parecía que la segunda circunferencia contenía el centro de la primera, de manera similar a la construcción de un triángulo equilátero. La mayoría de los estudiantes estuvieron de acuerdo con la construcción, así que el profesor solicitó arrastrar los vértices para verificar si las propiedades eran invariantes, y en efecto el triángulo seguía siendo isósceles (Figura 2). A pesar de esto, Gabriela refutó afirmando que: "me parece que es muy innecesario el otro círculo, porque si lo necesitara sería para hacer un triángulo equilátero". Algunos estudiantes apoyaron la idea de Camila, entre ellos Santiago, quien afirmó: "A ver. En el trabajito no decía que, que no se pudieran usar cualquier herramienta; y, pues (…) cualquier herramienta; ella en este caso usó dos círculos".

La intervención de Santiago deja ver un esquema de argumento que se apoya en el enunciado de la tarea, con lo cual intenta convencer a algunos de sus compañeros que en la actividad no hay restricciones en el uso de las herramientas, siempre y cuando se cumpla con el objetivo. Es por lo que esta intervención se clasifica como esquema de argumentación por *convicción externa autoritario* (CE-A). Como Santiago es el primer estudiante en presentar esta idea se considera que es de su *autoría*. Posteriormente, una estudiante (María José) participó, apoyando la construcción de Camila: "Sí, porque se puede hacer de diferentes formas".

Esta intervención recoge la idea de Santiago, en la que también se presenta un esquema de argumentación CE-A debido a que se basa en la autoridad de la tarea propuesta, en la que no se especifica la metodología para desarrollarla, con la intención de persuadir a sus demás compañeros de la validez de la construcción de Camila. A pesar de esto, la idea no es de su autoría ya que no hay autenticidad en la semántica, pero sí en la sintaxis, siendo ella *portavoz* de dicho argumento.

La clase del Calasanz giró en torno al tema de la semejanza entre polígonos. En ella, los estudiantes propusieron varios ejemplos de pares de figuras y por medio de las participaciones se determinó qué figuras eran semejantes. Uno de los ejemplos propuestos por el profesor consistió en dos cuadriláteros que a primera vista parecían semejantes. A partir del ejemplo se generó una discusión con el fin determinar si las figuras en efecto eran semejantes. Los estudiantes afirmaron que los ángulos correspondientes en ambas figuras eran congruentes, aunque las figuras tuvieran diferente tamaño. Luego, la discusión se centró en cómo corroborar que las razones entre las longitudes de los segmentos correspondientes en ambas figuras eran iguales. En medio de esta discusión, un estudiante argumentó que existe una relación entre los segmentos correspondientes:

> Johan: Pues (…) yo lo que entiendo es que cuando (…) sin la necesidad de (…) la herramienta, o sea, no debes hacer el cálculo. Digamos, tú ya sabes que esta arista [repisa en la figura más pequeña uno de los lados], tú ya sabes que acá, por decirlo así, está duplicada [repisa un lado de la otra figura] entre un número, y para eso sirve la homotecia.

En la expresión del estudiante se observa un esquema de argumentación *empírico perceptual* dado que intenta convencer a sus compañeros que se puede corroborar que dos figuras son semejantes sin hacer uso de herramientas, solo basta observar que la longitud de los segmentos se duplica, como se hace en la homotecia, y eso lo sustenta a partir de la imagen proyectada. La participación de este estudiante se cataloga como *autor*, dado que es original en su sintaxis y semántica, pues hasta el momento no se había mencionado la palabra homotecia. Posteriormente, el profesor pregunta por qué se puede asegurar que los ángulos correspondientes en ambas figuras son congruentes, a lo que un estudiante responde de la siguiente manera: “Juan José: Para que le quede exacta, se debió haber usado la homotecia”.

En la intervención de Juan José se reconoce un esquema de argumentación *analítico transformacional* dado que él afirma que es posible validar que los ángulos correspondientes de las figuras presentadas son congruentes al emplear la homotecia, es decir que el estudiante está anticipando el resultado de aplicar esta transformación. Con esta idea quiere convencer a sus compañeros del uso de la homotecia Por otro lado, su participación es de *portavoz* dado que se apoya en la idea de Johan sobre el uso de la homotecia, pero la forma de presentar su idea cambia.

INQUIETUDES Y CONCLUSIONES

A partir del análisis de las trascripciones encontramos pertinente hacer dos modificaciones respecto al marco teórico propuesto. En cuanto a los esquemas de argumentación, fue necesario incorporar un nuevo esquema: El esquema Fáctico. Esta categoría ya había sido expresada por Flores (2007), quien también adoptó la teoría de Harel y Sowder (1998) para su estudio; sin embargo, este autor observó esquemas de argumentación que no se ajustaban al marco teórico empleado, por lo que vio la necesidad de incorporar un esquema denominado fáctico, el cuál atiende a la siguiente definición: se presenta cuando se hace un recuento de lo que hizo o se repiten los hechos evidentes de una situación a manera de explicación o justificación de algún resultado; a menudo, el profesor expone una serie de pasos como si fueran un algoritmo (Flores, 2007).

El ejercicio analítico se ha realizado en gran medida a la fecha y los resultados parciales nos han hecho cuestionar sobre la naturaleza de las clases de geometría, específicamente las intervenciones que en estas tienen presencia. Hasta el momento se ha evidenciado que, aunque se pueden presentar situaciones en las que el profesor promueve el discurso y los estudiantes participan, esto no necesariamente implica la presencia de esquemas de argumentación. Cuando estos tienen lugar, muchos de ellos son apenas una repetición de las ideas expuestas inicialmente por un estudiante, dado que asumen una figura de portavoz o trasmisor. Por lo tanto, lo que se pensaría son clases que se ajustan a lo declarado en los referentes curriculares colombianos y en la literatura especializada sobre la argumentación y la participación, puede ser apenas una imagen superficial distinta a la realidad de la clase.

Además del análisis de la autenticidad de la participación y los esquemas de argumentación, en nuestro trabajo de grado se profundiza en la relación de estos aspectos con el tipo de preguntas o expresiones que promueven las interacciones discursivas en la clase. A través de este estudio se quiere hacer una invitación a los profesores de matemáticas a reflexionar sobre cómo es la participación de los estudiantes en sus clases y si esta fomenta ideas argumentadas auténticas. Consideramos que a partir de los resultados obtenidos podría darse inicio al estudio de la gestión del profesor en pro de favorecer en la clase de geometría participaciones argumentadas y expresiones de los estudiantes en las que ellos no sean apenas transmisores.

REFERENCIAS

Flores, C., Gómez, A. y Flores, H. (2010). Esquemas de argumentación en actividades de Geometría Dinámica. *Acta Scientiae*, *12*(2), 22-42.

Flores, H. (2007). Esquemas de argumentación en profesores de matemáticas del bachillerato. *Educación Matemática*, *19*(1), 63-98.

Harel, G., y Sowder, L. (1998). Students' proof schemes: results from exploratory studies. *CBMS Issues in Mathematics Education*, *7*, 234-284.

Krummheuer, G. (2015). Methods for reconstructing processes of argumentation and participation in primary mathematics classroom interaction. *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education*, 51-74. https://doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6

Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares: Matemáticas. *Serie Lineamientos Curriculares*, 103.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá, Colombia. Recuperado de https://doi.org/958-691-290-6

Sfard, A. (2008). *Aprendizaje de las matemáticas escolares desde un enfoque comunicacional*. Cali: Fondo Editorial Universidad del Valle.