

EL CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS EN LA ENSEÑANZA DE LAS TRANSFORMACIONES EN EL PLANO

Isaac Lima Díaz

Universidad Nacional de La Plata – Universidad de Salamanca

isaacsito@gmail.com

Se presentan los avances de la investigación titulada “Conocimiento especializado del profesor de matemáticas en la enseñanza de las transformaciones en el plano”, en el marco del Doctorado en Educación de la Universidad de Salamanca, planteada a partir de las limitaciones y perspectivas de la tesis doctoral en Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional de La Plata “Desarrollo profesional del profesor de matemáticas: estudio de caso en el nivel medio de secundaria”. Tiene como fin caracterizar el conocimiento del profesor en la enseñanza de las transformaciones en el plano y diseñar y gestionar una propuesta en la que este objeto matemático es el eje transversal del desarrollo de los diferentes pensamientos matemáticos.

INTRODUCCIÓN Y PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

A pesar de la valoración acerca de la importancia de la enseñanza de la geometría en la escuela primaria y las propuestas curriculares que destacan la necesidad de desarrollar distintos pensamientos matemáticos, la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la escuela aún se centra en el desarrollo del pensamiento y los sistemas numéricos (Chamorro, 2003). Estudios acerca de la práctica del profesor revelan una particularidad en el ejercicio de la enseñanza de la geometría (que a la vez se extiende a la probabilidad y la estadística): pareciera relegada al último renglón de algunos planes de estudio y diseños curriculares (Chamorro, 2003).

La enseñanza de la geometría se reduce, en algunos casos, a contenidos mínimos, mal coordinados con el resto de los aspectos matemáticos. Estos incluyen cuestiones de tipo aparentemente práctico, rodeados definiciones y reglas memorísticas. Esa particularidad se

destaca más en primaria, donde la enseñanza de las matemáticas, incluyendo la geometría, es realizada muchas veces por un profesor cuya formación inicial no ha sido específica en este campo del conocimiento (Chamorro, 2003).

Quizás el maestro no cuente con los suficientes elementos para proponer la enseñanza de la geometría como eje transversal en el desarrollo de los diferentes pensamientos matemáticos. Entonces, es necesario establecer estrategias para ubicar a la enseñanza de la geometría en un lugar central en la enseñanza de las matemáticas en primaria, y de ahí, proponerla como eje transversal en el desarrollo del pensamiento matemático. Consecuencia de lo anterior, surge la necesidad de indagar acerca del conocimiento del profesor, proponiendo como objeto matemático de estudio las transformaciones en el plano y el conocimiento que requiere el profesor de matemáticas para llevar a cabo su enseñanza.

OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

La investigación tiene como propósito indagar acerca del conocimiento especializado que manifiesta un maestro de primaria cuando enseña las transformaciones en el plano, y construye y gestiona una propuesta de enseñanza de las matemáticas cuyo eje transversal sea dicho objeto matemático. El propósito se expresa en tres objetivos:

- Describir, identificar y caracterizar el conocimiento especializado que manifiesta un maestro de primaria al enseñar las transformaciones en el plano.
- Caracterizar qué elementos del currículo de matemáticas se pueden abarcar a partir de la enseñanza de las transformaciones en el plano.
- Identificar qué componentes del conocimiento matemático especializado se caracterizan cuando se construye y gestiona, consecuencia de la reflexión sobre la práctica y de manera colaborativa, una propuesta para la enseñanza de las matemáticas a partir del estudio de las transformaciones en el plano.

AVANCES DEL ESTUDIO

Esta investigación pretende centrarse en uno de los protagonistas de la actividad en el aula, el maestro, buscando profundizar en el conocimiento matemático y didáctico que pone en juego en la enseñanza. Por las características del tema y porque el medio natural es un entorno privilegiado

para el estudio de individuos, es pertinente abordar los objetivos a través de un estudio de caso colaborativo (Lima, 2019) que permita la descripción y caracterización del conocimiento especializado que manifiesta el profesor en su tarea de enseñanza.

Analizar las prácticas de un maestro implica involucrarse en un proceso de colaboración entre docente e investigadores, lo cual conlleva a reconocer el saber del docente para enfrentar la enseñanza que será objeto de análisis en la colaboración, asumir que el educador tiene razones para actuar como lo hace, considerar los condicionamientos que moldean la práctica docente, ser conscientes de los desajustes de ciertas producciones del campo de la didáctica con relación a la viabilidad de su funcionamiento en el sistema, entre otros aspectos (Bednarz y Jean-Luc, 2015). De esta manera es necesario identificar los aspectos matemáticos del objeto de estudio y caracterizar el marco teórico por medio del cual se llevará a cabo el análisis de la práctica.

Aspectos matemáticos del concepto transformaciones en el plano

En matemáticas, una transformación es una operación por la cual una relación, expresión o figura se cambia en otra siguiendo una ley dada; estas leyes se pueden expresar analíticamente por una o más ecuaciones llamadas ecuaciones de transformación (Lehman, 1989), y están ligadas con el concepto de función así: una transformación o función $\varphi: S \rightarrow T$, de un conjunto S no vacío en un conjunto T es, una regla φ que asigna a cada elemento $p \in S$ un único elemento $\varphi p \in T$, p se llama elemento original y φp se llama elemento imagen (Birkhoff y Mac Lane, 1970).

En el caso particular, la transformación se hace de figuras en el plano a figuras en el mismo plano, lo que en términos de funciones estaría regido por una función del tipo $f: R^2 \rightarrow R^2$, en donde la figura original es un elemento de R^2 , f es la regla que describe el cambio, y la figura que resulta después de cambio pertenece al codominio R^2 , teniendo en cuenta tres elementos: la figura original u objeto al que se le aplicará la transformación llamada objeto inicial o preimagen, una regla u operación que describa el cambio, y la figura que resulta después del cambio denominada imagen (Clemens, O'daffer y Cooney, 1981).

Traslación

En geometría, un objeto se traslada cuando se desplaza a lo largo de una recta, una distancia dada y en un sentido determinado.

La traslación de un punto P en R^2 con respecto a una distancia fija d , mediante la función $\varphi d: R^2$

→ R^2 es tal que $\varphi(P) = P'$, si y solo si la distancia de P a P' es d , para todo P que pertenece a R^2 .

Rotación

Un objeto rota cuando gira alrededor de un punto fijo (centro de rotación), un ángulo determinado (ángulo de rotación) y un sentido, que por lo general está dado respecto al movimiento de las manecillas del reloj.

La rotación de un punto P en R^2 con respecto a un punto C en R^2 y a un ángulo orientado β , mediante la función $\varphi_{C, \beta}: R^2 \rightarrow R^2$ tal que $\varphi_{C, \beta}(P) = P'$, si y solo si la distancia del punto C al punto P es igual a la distancia de C al punto P' y la medida del ángulo PCP' es igual a la medida de β , para todo P que pertenece a R^2 .

Reflexión axial

La reflexión axial es un movimiento rígido que se hace con respecto a una recta como eje de reflexión. El eje de reflexión es la mediatriz de cada uno de los segmentos determinado por cada punto del objeto inicial y su imagen.

La reflexión axial de un punto P en R^2 con respecto a una recta l se define por la función $\varphi_l: R^2 \rightarrow R^2$ tal que $\varphi(P) = P'$, si y solo si la recta l es mediatriz del segmento PP' ; es decir, el segmento PP' es perpendicular a l y la distancia de P a l es igual a la distancia de l a P' , para todo P que pertenece a R^2 .

Conocimiento especializado del profesor de matemáticas como marco teórico de investigación

Las transformaciones en el plano permiten estudiar las relaciones intra figurales y la correspondencia entre los elementos de una figura y los de su transformación. Estos aspectos están relacionados, en el pensamiento espacial, con la localización en el espacio, la trayectoria recorrida, las formas y sus relaciones.

Pensar en proponer la enseñanza de las transformaciones en el plano como eje transversal en los procesos de aprendizaje de las matemáticas, implica comprender distintos factores que influye en la construcción de estructuras matemáticas, el papel del conocimiento en la práctica docente y el impacto que pueda tener en el aprendizaje de los alumnos. Esto se corresponde con algunas de las perspectivas de investigación acerca del conocimiento del profesor de matemáticas (Lima, 2019).

El foco de interés se centra en conocimiento que dispone el profesor para la enseñanza de las

matemáticas, en particular de la geometría. Así, se estudia el conocimiento especializado del profesor de matemáticas, entendido como aquel conocimiento que se pone en juego cuando se tiene la intencionalidad de enseñar un contenido matemático (Muñoz-Catalán et al., 2015; Carrillo et al., 2018), el cual es caracterizado por dos subdominios y seis componentes, tal como se presenta en la Figura 1.

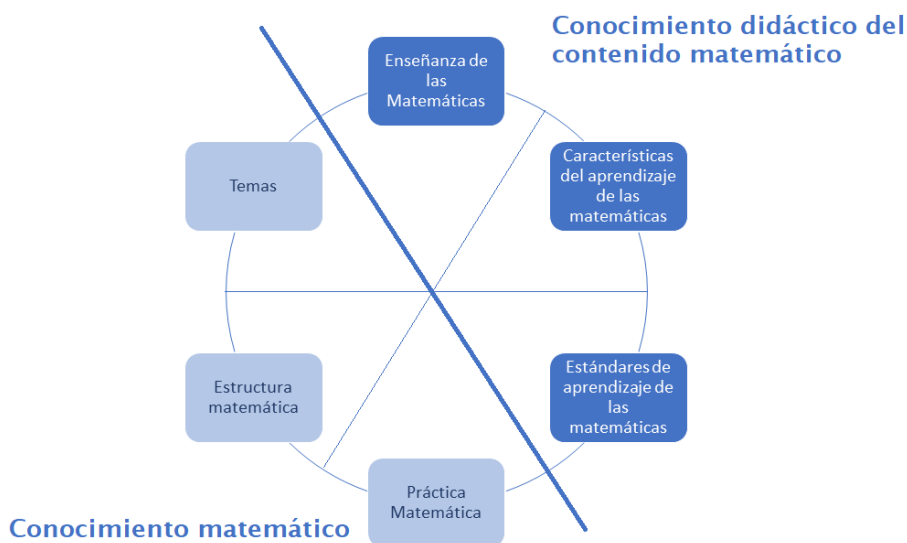


Figura 1. Subdominios y componentes del conocimiento especializado del profesor Fuente: Recuperado de Lima, 2019; adaptado de Muñoz-Catalán et al. (2015); Carrillo et al. (2018)

Conocimiento de los temas

El conocimiento del contenido escolar incluye aspectos de los conceptos que permiten relacionarlos con contextos reales y aportar elementos epistemológicos, ligados a las matemáticas, que llevan a la comprensión de diferentes significados que pueden atribuirse a los conceptos en los contextos en los que se sitúan.

Conocimiento de la estructura matemática

El subdominio integra relaciones entre conceptos avanzados y conceptos elementales, permitiendo que el profesor comprenda las matemáticas escolares desde un punto de vista superior no solo en el contenido sino en la percepción de su organización (Muñoz-Catalán et al., 2015; Carrillo et al., 2018). Este conocimiento se puede interpretar como un sistema integrado de conexiones como las presentadas en el apartado “Aspectos matemáticos del concepto transformaciones en el plano”.

Conocimiento de la práctica matemática

Este subdominio está orientado directamente con el conocimiento del profesor acerca de cómo pone en funcionamiento la matemática en la clase: formas de mostrar y demostrar, criterios para establecer generalizaciones válidas, significado de elementos constituyentes de las matemáticas, el conocimiento de la sintaxis matemática, entre otros.

En este punto será fundamental conocer la manera en que el profesor vincula el conocimiento de temas y el conocimiento de las estructuras matemáticas, a fin de establecer una propuesta para el aula en la que las transformaciones en el plano sean el eje transversal.

Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas

Este subdominio está referido al conocimiento que tiene el profesor de las vías, recursos y formas de enseñar matemáticas. En particular se refiere al conocimiento que posee de diferentes estrategias y teorías, ya sean institucionales o personales sobre la enseñanza de las matemáticas. ¿conoce el profesor diferentes alternativas para la enseñanza de las transformaciones en el plano?

En este conocimiento, para el caso de primaria, será fundamental caracterizar e identificar elementos que permitan relacionar el objeto matemático con el desarrollo del pensamiento de sus estudiantes.

Conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas

En este subdominio se indaga por el conocimiento que el profesor posee y desarrolla acerca de cómo se aprenden y piensan los contenidos matemáticos y las formas en que los estudiantes interactúan, en este caso particular, con las transformaciones en el plano.

Este tipo de conocimiento consiste en conocer las expectativas de aprendizaje que figuran en el currículo, o las que se hacen constar en la literatura de investigación, asociadas al nivel educativo en el que se aborda este aprendizaje. Así, desde las creencias y concepciones del profesor, será posible interpretar la manera en que las transformaciones en el plano permiten el desarrollo de los diferentes pensamientos en matemáticas.

Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas

El conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas tiene que ver con la visión de la noción del conocimiento curricular que abarca los grados de profundidad en que el profesor puede conocer el currículo oficial visto como el referente estandarizado (Muñoz-Catalán et al.,

2015; Carrillo et al., 2018) de los contenidos y capacidades que debe aprenderse y desarrollarse en un curso y las indicaciones de la forma en que deben enseñarse y aprenderse los contenidos. Dichos referentes pueden hallarse fuera del currículo, como las propuestas de asociaciones profesionales, eventos de educación matemática y la opinión de los profesores expertos en el conocimiento de la práctica docente sobre qué, cómo y cuándo explicar los contenidos matemáticos (Hobbs, 2016).

APORTES E INQUIETUDES

Teniendo en cuenta que el constructo *conocimiento especializado* es, en principio “para la investigación” (Lima, 2019), el modelo de *análisis didáctico* puede ser pertinente para el diseño y gestión de la propuesta planteada en los objetivos, en cuanto permite indagar el impacto en la realidad del aula y complementa la aproximación teórica de la propuesta de Muñoz-Catalán et al. (2015).

Así, recurrir al *análisis didáctico*, lleva a la siguiente pregunta: ¿el modelo de análisis didáctico y el estudio que propone sobre el contenido, la cognición, la instrucción y la evaluación permite vincular los componentes que caracterizan el conocimiento especializado e identificar dimensiones del conocimiento profesional del profesor que tienen un impacto directo en el aula? Las respuestas a la pregunta anterior, así como las generalizaciones propuestas, los análisis, los resultados y los aportes basados en la sensibilidad teórica que se realicen durante el estudio, no pretenden ser exhaustivos. Son intensivos en la medida que los datos, su interpretación y el contraste con la literatura especializada así lo permiten y tienen como fin generar información sobre los procesos de formación inicial y continua de los profesores de matemáticas.

REFERENCIAS

- Bednarz, N. y Jean-Luc, E. (2015). La recherche collaborative. *Carrefours de l'éducation*, 39(171), 171-184.
- Birkhoff, G. y Mac Lane, S. (1970). *Algebra moderna* (4.^a ed.). Madrid: Editorial Vicens-Vives.
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M. y Muñoz-Catalán, M.

(2018). The mathematics teacher's specialized knowledge model. *Research in Mathematics Education*, 20, 263-253.

Chamorro, M. (2003). *Didáctica de las Matemáticas para primaria*. Madrid: Pearson Educación.

Clemens, S., O'daffer, P. y Cooney, T. (1981). *Geometría*. Ciudad de México: Editorial Addison Wesley Logman.

Hobbs, L. (2016). The heart of the educator: Aesthetic experience shaping knowledge, identity and passion. En A. Bellochi, K. Otreel-Cass, y C. Quigley, *Beyond cognition in science education: considering the role of emotions, well-being, and aesthetics*. Springer.

Lehman, C. (1989). *Geometría Analítica*. Ciudad de México: Editorial Limusa S. A.

Lima, I. (2014). *El conocimiento profesional del profesor de matemáticas y el teorema de los cuatro colores* (Tesis de maestría). Universidad Nacional de General San Martín, Buenos Aires, Argentina.

Lima, I. (2019). *Desarrollo profesional del profesor de matemáticas: estudio de caso en el nivel medio de secundaria* (Tesis doctoral). Universidad Nacional de La Plata, Provincia de Buenos Aires, Argentina.

Muñoz-Catalán, M., Contreras, L., Carrillo, J., Rojas, N., Montes, M. y Climent, N. (2015). Conocimiento especializado del profesor de Matemáticas: un modelo analítico para el estudio del conocimiento del profesor de Matemáticas. *Gaceta de la RSME*, 18(3), 1801-1817.