¿CÓMO ARGUMENTA EL PROFESOR DE MATEMÁTICAS? REFLEXIONES EN CLASE DE GEOMETRÍA

Jorge Toro

Universidad de Antioquia

jandres.toro@udea.edu.co

Se presentan algunos resultados de una tesis doctoral en curso cuyo objetivo es comprender la argumentación del profesor de matemáticas durante su gestión de la enseñanza en clase. El episodio de análisis corresponde a una lección de geometría, cuando la profesora y sus estudiantes discuten sobre propiedades del triángulo equilátero. Se presenta una concepción de argumentación y un marco de referencia sobre el análisis del discurso en clase, que permiten dirigir el análisis respectivo.

INTRODUCCIÓN

En esta contribución se presenta un análisis de la práctica educativa en la clase de matemáticas de una profesora, considerando aspectos asociados a la argumentación. La argumentación del profesor ha sido estudiada desde diferentes puntos de vista, perspectivas teóricas y utilizando diferentes métodos de análisis. Por ejemplo, durante procesos de demostración (Knipping y Reid, 2015), en el análisis de la estructura, utilizando elementos del modelo de Toulmin (Metaxas, Potari y Zachariades, 2016), o en las respuestas de los profesores en escenarios hipotéticos de clase (Nardi, Biza y Zachariades, 2012). Sin embargo, se considera que poco se conoce aún sobre aspectos asociados a la argumentación del profesor en su ambiente natural de clase, intención que va más allá de indicar un rol, de estudiar el tipo de preguntas que hace o de seguir un modelo para identificar una determinada estructura.

La pregunta que orienta la investigación es la siguiente: ¿cómo es la argumentación del profesor de matemáticas durante su gestión de la enseñanza en clase? En este documento se pretende describir algunas características de la argumentación de la profesora en la clase de geometría.

Toro, J. (2019). ¿Cómo argumenta el profesor de matemáticas? Reflexiones en clase de geometría. En C. Samper y L. Camargo (Eds.), *Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones*, 24 (pp. 213-221). Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

Para ello se utiliza un episodio durante el desarrollo de una lección en un curso de décimo grado. En lo que sigue, se resume la perspectiva teórica y su uso para la interpretación de datos.

PERSPECTIVA TEÓRICA

Al igual que otros teóricos en investigación educativa (Ayalon y Hershkowitz, 2018), en este trabajo se asume la argumentación desde una perspectiva dialéctica. Para ello se retoma la definición presentada por van Eemeren y sus colegas (2014):

> La argumentación es un acto complejo comunicativo e interaccional, destinado a resolver una diferencia de opinión con el destinatario, presentando una constelación de proposiciones, por las que se puede responsabilizar al argumentador, para hacer que el punto de vista en cuestión sea aceptable para un juez racional que juzgue razonablemente. (p. 7) [Traducción propia].

Esta consideración respecto a la argumentación busca atender a "interacciones complejas" en la clase de matemáticas, en las que el profesor y los estudiantes discuten durante el desarrollo de una lección sobre una determinada tarea. Implica, además, que el objeto de esta investigación intenta aislarse de la postura clásica, en la que la argumentación es asumida como un conjunto de premisas y conclusiones formuladas con la ayuda de símbolos formales. Más bien, se asume una postura más cercana a la llamada teoría de la argumentación (van Eemeren, Grootendorst y Snoeck, 2006).

En lugar de ser solo una entidad estructural (valerse de los elementos del modelo de Toulmin: datos, garantía y aserción), la argumentación es un acto complejo comunicativo e interaccional, que ocurre por medio del uso del lenguaje y puede desempeñarse en forma oral o escrita (van Eemeren et al., 2006). El argumentador y el destinatario, en este caso el profesor y sus estudiantes en clase de matemáticas, usan ciertas palabras y oraciones para expresar, cuestionar o negar algo, para responder a afirmaciones o a preguntas.

La argumentación surge en respuesta a, o en anticipación a, una diferencia de opinión, la cual no necesariamente toma la forma de un desacuerdo, disputa o conflicto; lo que hay es una parte que tiene una postura y otra parte que tiene dudas sobre si aceptar o no dicha postura (van Eemeren et al., 2014). En la clase de matemáticas, los estudiantes pueden manifestar de manera explícita dudas respecto a una aseveración, explicación o indicación expresada por el profesor, o dudas respecto a una respuesta o procedimiento de solución diferente al presentado por el profesor, o

diferentes respuestas a una misma tarea en el trabajo de los estudiantes, que exigen que el profesor argumente.

Considerar la argumentación como un acto complejo comunicativo e interaccional dirigido a resolver una diferencia de opinión, implica considerar el "proceso de la argumentación"; asumir la argumentación como una constelación de proposiciones diseñadas para hacer aceptable el punto de vista en cuestión implica aludir al "producto de la argumentación" (van Eemeren et al., 2014). En esta investigación se considera tanto el proceso de la argumentación como el producto. El proceso es analizado desde lo que se llama "dimensiones", que, en sintonía con la postura teórica, incluye: i) la dimensión comunicativa: qué dice el profesor y para qué lo dice; y ii) la dimensión interaccional: en dónde lo dice y a quién lo dice. Dado que la argumentación tiene lugar en un contexto educativo, con unos propósitos instruccionales de educar en matemáticas, se considera una tercera dimensión, iii) la dimensión epistémica: cómo lo dice y por qué lo dice. El producto aquí es asumido como cada uno de los episodios seleccionados para el análisis, el cual inicia con una "intervención argumentativa", en la que se hace explícita la diferencia de opinión, por parte del profesor o de un estudiante, y termina con el "cierre", en el que se concluye la diferencia de opinión, por parte del profesor.

Dado que la argumentación se expresa principalmente en forma oral y por un grupo de participantes (Knipping y Reid, 2015), se retoman elementos del análisis del discurso en clase para poder hacer explícito el objeto de estudio de esta investigación. Específicamente, se retoma la tipificación de reacciones del profesor ante las intervenciones de los estudiantes propuesta por Ruthven y Hoffman (2016). Estos autores presentan un marco que permite teorizar y analizar el discurso en la clase a partir de una serie de reacciones: *Aprobar (Apr):* indicar explícitamente la aprobación de la intervención del estudiante; *Desaprobar (Des):* indicar explícitamente la desaprobación de la intervención del estudiante; *Repetir (Rep):* repetir (parte clave de) la intervención del estudiante en las mismas palabras; *Replantear (Rel):* replantear (parte clave de) la intervención del estudiante en diferentes palabras; *Traducir (Tra):* traducir (parte clave de) la intervención del estudiante a una forma o idea equivalente; *Redireccionar (Red):* redireccionar el conocimiento mostrado en la intervención del estudiante; *Averiguar (Ave):* averiguar (sondear, explorar, examinar) la intervención del estudiante; *Expandir (Exp):* expandir (ampliar) la intervención del estudiante o construir sobre ella; *Retomar (Ret):* retomar (volver a plantear,

referirse a) la pregunta o intervención anterior; y *Transferir (Trn):* transferir la consideración de la intervención del estudiante a otro estudiante o clase.

EPISODIO, TAREA, PARTICIPANTES Y MÉTODO

El episodio aquí reportado tuvo lugar en una clase con 32 estudiantes de décimo grado, de una institución educativa de carácter público en la ciudad de Medellín (Colombia). La profesora, protagonista de la investigación, en adelante Emma, estuvo de acuerdo en hacer parte del estudio. Ella cuenta con varios años de experiencia en la enseñanza de las matemáticas y con formación posgraduada en Educación Matemática. El autor, como investigador, actuó como observador no participante y no colaboró en la planificación de las tareas presentadas durante las seis lecciones de clase observadas. Emma contó con autonomía en la preparación de sus lecciones, ya que el interés fue observarla en su ambiente habitual de clase, porque el objeto de interés investigativo debería emerger durante su gestión de la enseñanza. La cámara de vídeo tuvo siempre en primer plano a Emma, bien cuando se dirigía a todos los estudiantes o bien cuando trabajaba con un pequeño grupo. Cabe aclarar que en este documento solo se presenta un episodio de una lección, específicamente la tarea presentada por Emma a sus estudiantes en la primera lección. El enunciado de esta es: *Construir, con regla y compás, un triángulo equilátero. Luego verificar, con el transportador, si en realidad es un triángulo equilátero.*

Para el análisis de la argumentación a lo largo de las lecciones, se filtran los turnos de habla en búsqueda de evidencias de intervenciones argumentativas y sus respectivos cierres. Luego se analiza cada turno del profesor, en una primera instancia se indican las respectivas reacciones a las intervenciones de los estudiantes; si en un mismo turno hay más de una reacción se utiliza un marcador de posición con una letra en minúscula. A continuación, se identifican acciones asociadas a las tres dimensiones de análisis —comunicativa, interaccional y epistémica—. Luego se encuentran algunas regularidades en dichas acciones, acá nombradas como categorías, que corresponderían con las características de la argumentación de la profesora.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En lo que sigue se presenta el episodio de análisis. Cada acción está acompañada por un marcador de posición para hacerla fácilmente reconocible en el episodio.

50.	Sara:	¿Uno puede medir 59°?
51.	Emma:	*Uno puede medir 59°$_{aRet}$. Pues si hablamos desde la parte exacta tiene que medir 60° $_{bExp}$. Sin embargo, recordemos que nosotras siempre manejamos un margen de error $_{cRed.}$ ¿Cuánto puede ser ese margen de error en los ángulos? $_{dAve}$*
52.	Estudiantes:	De dos...
53.	Emma:	*¿De dos qué? $_{Ave}$*
54.	Ana:	Adelante y atrás.
55.	Emma:	*¿Pero de dos qué?... ¿centímetros? ¿milímetros?...$_{Red}$*
56.	Paula:	¡Centésimas!
57.	Emma:	*¿Centésimas? $_{Des}$*
58.	Estudiantes:	[Risas]
59.	Emma:	*¿Qué es lo que estamos midiendo? $_{Ave}$*
60.	Estudiantes:	Grados.
61.	Emma:	*Lo que estamos midiendo $_{Ret}$...*
62.	Ana:	De dos grados.
63.	Emma:	*Sería de dos grados $_{aApr.}$ Porque lo que estamos midiendo, ¿qué son? $_{bAve}$*
64.	Estudiantes:	Grados.
65.	Emma:	*¡No! $_{Des}$*
66.	Paula:	¿Triángulos?...
67.	Estudiantes:	¡Ángulos!
68.	Emma:	[*Asienta con la cabeza $_{aApr}$*] *Entonces si estamos midiendo ángulos,*

		recordemos que los ángulos se miden son en grados, no se miden en centímetros, ni milímetros... Porque los ángulos… Eh... nos están mostrando es la amplitud. Estamos midiendo es la amplitud que hay entre un segmento y otro. Cuando estamos midiendo una longitud, esa sí la estamos midiendo en centímetros, milímetros, metros ***bExp*** [...]

A continuación, en las tablas se presentan las tres dimensiones de análisis.

Aseveraciones	Plantear aseveración para retomar y expandir intervención de un estudiante. [51a-b] Plantear aseveración para redireccionar la intervención de un estudiante. [51c] Plantear aseveración para retomar la intervención anterior. [61] Plantear aseveración para aprobar la intervención de un estudiante. [63a] Plantear aseveración para expandir la intervención de un estudiante. [68b]
Preguntas	Plantear pregunta para redireccionar la intervención de un estudiante. [55] Plantear pregunta sobre conceptos que han sido abordados en lecciones anteriores. [51d] Plantear pregunta para solicitar aclaración ante la intervención de un estudiante. [53a, 63b]
Gestos o expresiones	Utilizar expresión para desaprobar la intervención de un estudiante. [65] Aprobar con un gesto la intervención de un estudiante. [68a]
Tabla 1. Acciones asociadas a la dimensión comunicativa	

Participación	Involucrar a los estudiantes en la respuesta de una pregunta presentada por ella misma o por un estudiante. [51, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 68] Atender a duda presentada por un estudiante. [51]
Normas de clase	Utilizar normas de clase para responder la pregunta presentada por un estudiante o por ella misma. [51c]
Convencer	Convencer a los estudiantes de la respuesta a la pregunta presentada por un estudiante. [51b-c, 68]

Tabla 2. Acciones asociadas a la dimensión interaccional

Tratamiento del objeto matemático	Plantear propiedades del objeto matemático asociado a la respuesta de una determinada pregunta. [51b, 68b] Solicitar claridad en el uso de un determinado objeto matemático. [53, 55, 59, 61, 63b]
Retomar otras lecciones	Retomar temas ya vistos para dar respuesta a una determinada pregunta. [51c]
Justificar y/o refutar	Refutar la intervención de un estudiante. [57, 65] Presentar justificación sobre el uso de conceptos asociados a la solución de una determinada pregunta. [68b]

Tabla 3. Acciones asociadas a la dimensión epistémica

Respecto al producto de la argumentación, en [50] se reconoce la intervención argumentativa en una pregunta de un estudiante que tiene dudas respecto a la figura que ha construido. Observa que su triángulo no cumple de manera exacta con la indicación de la tarea, por lo cual solicita la aceptación de la profesora. La reacción de Emma en [51] parece ser el cierre, pues se vale de una norma de clase que había sido estipulada en lecciones anteriores para dar por terminada la diferencia de opinión; efectivamente da la respuesta que la estudiante quizás estaba esperando: no hay problema con la construcción pues el resultado está dentro del "margen de error". Sin

embargo, como parte de la gestión de la enseñanza de Emma, plantea una pregunta en [51d] para involucrar a los demás estudiantes en la respuesta a la pregunta. La pregunta parece ser solo de seguimiento al discurso; es decir, la profesora esperaba que los estudiantes respondieran: "de dos grados". Pero las intervenciones de los estudiantes en [52, 54, 56, 60, 62, 64 y 66] permiten ver que aún no hay la comprensión y apropiación de los conceptos que Emma esperaba. Por lo que solo hasta el turno [68], el cual estuvo precedido de una serie de preguntas en las que Emma intentó redireccionar las intervenciones de los estudiantes, puede darse el cierre. Por lo tanto, es ahí que se puede concluir que la diferencia de opinión ha sido superada y que no solo Sara se ha convencido sino todo el grupo.

Sobre el proceso de la argumentación, pueden identificarse varios aspectos interesantes. Las Tablas 1, 2 y 3 permiten intuir al menos dos propósitos de la argumentación de la profesora en este episodio: i) tratar con dificultades en la medición y ii) tratar con dificultades en cómo nombrar adecuadamente los objetos matemáticos, propósitos que coinciden con intenciones educativas de la práctica de Emma. Parece, además, que la argumentación de Emma está caracterizada por una serie de acciones que dejan ver aspectos relacionados con el tipo de preguntas, aseveraciones o gestos que hace, y cómo intenta involucrar a sus estudiantes en el discurso de clase. Es decir, Emma no solo expresa proposiciones, sino que tiene una intención y un propósito de educar en matemáticas con cada una de ellas. Las acciones asociadas a la dimensión epistémica permiten vincular la argumentación con el conocimiento profesional: cómo es puesto en juego el conocimiento de las matemáticas de la profesora en su argumentación, en el tratamiento de los objetos matemáticos, en cómo retoma otras lecciones y en cómo se vale de la justificación o la refutación para apoyar su argumentación. Finalmente, el análisis de este episodio podría sugerir que hay elementos del discurso en la clase de matemáticas que además de estar relacionados con la argumentación, en este caso de la profesora, también podrían ser vistos con el lente de cómo el profesor favorece la argumentación en su clase.

REFERENCIAS

Ayalon, M. y Hershkowitz, R. (2018). Mathematics teachers' attention to potential classroom situations of argumentation. *The Journal of Mathematical Behavior,* 49, 163-173. doi: https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.11.010

van Eemeren, F., Grassen, B., Krabbe, E., Snoeck Henkemans, F., Verheij, B. y Wagemans, J. (2014). *Handbook of argumentation theory.* Dordrecht: Springer.

van Eemeren, F., Grootendorst, R. y Snoeck, F. (2006). *Argumentación. Análisis, evaluación, presentación.* Buenos Aires: Biblos.

Knipping, C., y Reid, D. (2015). Reconstructing argumentation structures: A perspective on proving processes in secondary mathematics classroom interactions. En A. Bikner-Ahsbahs, C. Knipping y N. Presmeg (eds.) *Approaches to qualitative research in mathematics education* (pp.75-101). Nueva York: Springer.

Metaxas, N. Potari, D. y Zachariades, T. (2016). Analysis of a teacher's pedagogical arguments using Toulmin's model and argumentation schemes. *Educational Studies in Mathematics*, 93, 383-397. doi 10.1007/s10649-016-9701-z

Nardi, E., Biza, I., y Zachariades, T. (2012). 'Warrant' revisited: Integrating mathematics teachers' pedagogical and epistemological considerations into Toulmin's model for argumentation. *Educational Studies in Mathematics, 79*(2), 157-173. doi: 10.1007/s10649-011-9345-y

Ruthven, K., y Hofmann, R. (2016). A case study of epistemic order in mathematics classroom dialogue. *PNA, 11*(1), 5-33.