

La Responsabilidad de Educar y las Condiciones Institucionales en la Enseñanza de las Matemáticas y su Evaluación: Paradigma Didáctico

César Delgado García¹

Cuando los organizadores de este encuentro con investigadores en Educación Matemática me asignaron la tarea de realizar la Conferencia Inaugural inmediatamente, invitación de la cual estoy muy agradecido, pensé en la *responsabilidad* que adquirí al aceptar, entendiendo este término según una de sus acepciones en el Diccionario de La Real Academia de la Lengua Española: «Cargo u obligación moral que resulta para alguien del posible yerro en cosa o asunto determinado» y por supuesto no me permitiría fallarles al grupo de profesores-investigadores pertenecientes a esta nueva disciplina científica llamada *Educación Matemática*.

Yo entiendo la *Educación* como la *responsabilidad* que tienen las diferentes Instituciones Sociales de proporcionar los mejores medios para que cada miembro de las nuevas generaciones se dé forma a sí mismo anteponiendo, al beneficio personal, el «bien común». De esta manera las instituciones son las primeras responsables, en el sentido ya expresado, de educar.

La ideología dominante en la Aldea Global. Jerome Bruner (1915-2016), el psicólogo cognitivo norteamericano más citado del siglo XX, señala un primer responsable, institucional, de las fallas que impiden alcanzar una educación en función del **bien común** cuando afirma:

Mi trabajo sobre la educación y clase social en los primeros años, por ejemplo, me ha convencido de que el sistema escolar es, en efecto, nuestra forma de mantener un sistema clasista (...); por lo que a los niños de la parte

¹ Universidad del Valle, Santiago de Cali. Colombia

más baja de los niveles socioeconómicos se refiere, es un sistema que mutila su capacidad de participar con plenos derechos en la sociedad, mutilación que lleva a cabo de manera efectiva y a una edad muy temprana

Por supuesto, el sistema al que se refiere es el de Estados Unidos de América pero bien podría ser cualquier país de América Latina. Los sistemas escolares de los países son pensados, propuestos y negociados o impuestos por los Gobiernos, Gremios Económicos, Instituciones Académicas, Asociaciones de Padres, Grupos Religiosos, etc., de acuerdo a los intereses de la época. Yves Chevallard agrupa a estas organizaciones en lo que él llama la «noosfera».² El resultado de esta negociación o imposición se expresa en nuestro país, por ejemplo, en leyes educativas como la Ley 115 de 1994: y su decreto reglamentario 1860 del mismo año. Allí se define la organización de la escuela, la autonomía escolar es ordenada por el artículo 77 de la Ley, se da libertad para proponer el Proyecto Educativo Institucional (**PEI**) y se instaura la «Evaluación por Logros». Ocho años más tarde, en el 2002 el Decreto 230, ordenó la promoción automática con el fin de retener a los estudiantes en las instituciones educativas. Sin embargo, según algunas investigaciones ya realizadas, son pocas las instituciones que logran construir un *PEI* que esté *orgánicamente* conectado con la *actividad de enseñar* de los profesores y la *actividad de estudio* que tiene por objetivo el aprendizaje: Los primeros, por lo general, no conocen el *PEI* de su institución y por supuesto no participan en su elaboración –menos en el seguimiento y evaluación de los resultados– y los segundos, como consecuencia de la ley que buscaba retenerlos en el sistema escolar, creen que basta con asistir a clases para aprender y en consecuencia no saben qué es estudiar. De esta manera el funcionamiento del «contrato

² Centro de negociación de lo que será transpuesto del Saber Sabio al Saber Escolar: qué enseñar y para qué, de acuerdo a los intereses sociales y económicos de cada época.

didáctico» (Guy Brousseau, 1986) que regula los sistemas didácticos de la escuela –ahora carente del control estricto que anteriormente ejercía el Ministerio de Educación– queda a merced de las reglas tradicionales que dictan las experiencias de los profesores.

Las Evaluaciones externas y nuestro sistema educativo.

Los resultados de evaluaciones externas –como las pruebas PISA, 2006, 2009, 2012, 2015– revelan que los estudiantes de Colombia, que han participado en las últimas cuatro convocatorias, presentan niveles de desempeño muy bajos en las competencias evaluadas: lectura, ciencias naturales y matemáticas –ver Gráfica 1.

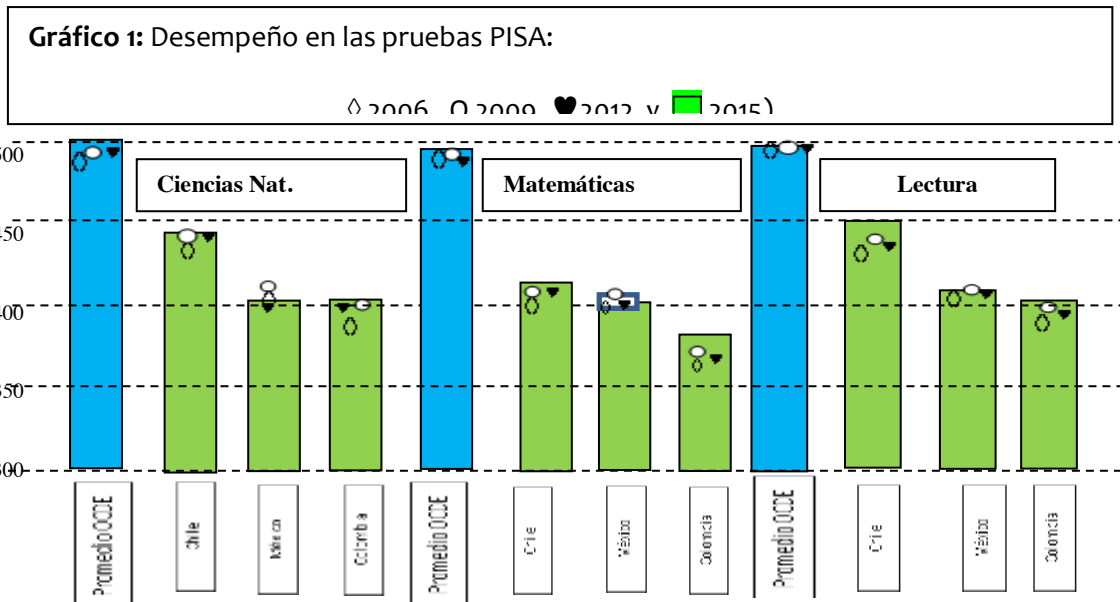
La prueba matemática tiene seis niveles. El nivel superior, niveles 5 y 6, se establece que:

«En el nivel 6 los alumnos saben formar conceptos, generalizar y utilizar información basada en investigaciones y modelos de situaciones de problemas complejos. Pueden relacionar diferentes fuentes de información y representaciones y traducirlas entre ellas de manera flexible. Los estudiantes de este nivel poseen un pensamiento y razonamiento matemático avanzado. Estos alumnos pueden aplicar su entendimiento y comprensión, así como su dominio de las operaciones y relaciones matemáticas simbólicas y formales y desarrollar nuevos enfoques y estrategias para abordar situaciones nuevas. Los alumnos pertenecientes a este nivel pueden formular y comunicar con exactitud sus acciones y reflexiones relativas a sus descubrimientos, interpretaciones, argumentos y su adecuación a las situaciones originales.» (OCDE, 2016, p. 87)

Ningún estudiante de Colombia de los que presentaron la prueba alcanzó este nivel en las cuatro convocatorias.

«En el nivel 5, los alumnos saben desarrollar modelos y trabajar con ellos en situaciones complejas, identificando los condicionantes y especificando los supuestos. Pueden seleccionar, comparar y evaluar estrategias adecuadas de solución de problemas para abordar problemas complejos relativos a estos modelos. Los alumnos pertenecientes a este nivel pueden trabajar estratégicamente utilizando habilidades de pensamiento y razonamiento bien desarrolladas, así como representaciones adecuadamente relacionadas, caracterizaciones simbólicas y formales, e intuiciones relativas a estas situaciones. Pueden reflexionar sobre sus acciones y formular y comunicar sus interpretaciones y razonamientos.» (OCDE, 2016, p. 87)

En el 2005, sólo el 0,3% de los estudiantes Colombianos que presentaron la prueba alcanzan este nivel. (Mineducación-Icfes., 2016, p. 15)



En el nivel Bajo, Niveles 1 y 2, los estudiantes colombianos en su mayoría se ubicaron en el Nivel 1 y según la descripción de tareas en PISA:

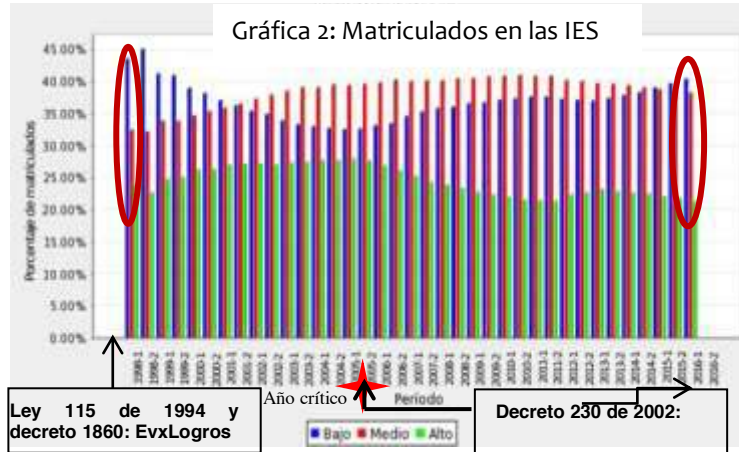
«En el nivel 1, los alumnos saben responder a preguntas relacionadas con contextos que les son conocidos, en los que está presente toda la información pertinente y las preguntas están claramente definidas. Son capaces de identificar la información y llevar a cabo procedimientos rutinarios siguiendo unas instrucciones directas en situaciones explícitas. Pueden realizar acciones obvias que se deducen inmediatamente de los estímulos presentados» (OCDE, 2016, p. 87)

El 66% de los de los estudiantes Colombianos que presentaron la prueba se ubican en el nivel 1. (Mineducación-Icfes., 2016, p. 15).

Concluimos que: según los criterios que definen los niveles del estado de la competencia en matemática, el 99,7 % de los estudiantes colombianos que presentaron la prueba en el 2015 no alcanzan el nivel de *Alto Desempeño* –Niveles 5 y 6– que se cree necesario para tener cierta garantía de éxito en los estudios terciarios o en el mundo de la vida. El 66% que se ubica en el nivel bajo, esto significa que «no pueden utilizar fórmulas, algoritmos, convenciones o procedimientos en un nivel básico y no son capaces de hacer razonamientos directos ni interpretaciones literales» de los resultados lo cual les impediría enfrentar las demandas que plantean los estudios terciarios y los que se vincularían al mundo de trabajo tendrían serias limitaciones para realizar aprendizajes en una educación para la vida.

Por otra parte, pero relacionada con la situación anterior, las Instituciones de Educación Superior se enfrentan a la problemática de atender estas poblaciones que en tan alto

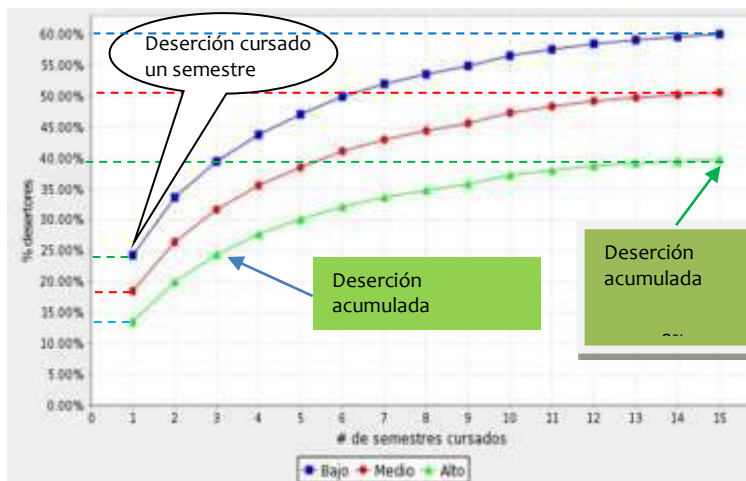
porcentaje no poseen las competencias de Nivel Avanzado que son necesarias para desempeñarse en los estudios terciarios.



La Gráfica 2., muestra que las leyes en la educación promulgadas no han sido coherentes: Si bien la Ley 115 y el decreto 1860 apuntaban a la autonomía de las instituciones escolares y definió la participación de los interesados –directivos, padres de familia, profesores y estudiantes– no se logró un ejercicio informado que orientara el funcionamiento efectivo del PEI y más bien los directivos y profesores continuaron aplicando las prácticas del modelo educativo tradicional centrado en los contenidos y confiando en el poder de la *transmisión* de conocimientos y su evaluación puntual en función de respuestas cerradas. En el año 2005, tres años después de ser aprobado el Decreto 230 de la promoción automática, se produce un punto crítico –ver gráfica 2– en el que el número de estudiantes con Icfes de Nivel Alto que se matriculan en la universidad llega a su máximo histórico y comienzan a disminuir hasta situarse en el 2016 –21%– por debajo del porcentaje –24%– de 1996. En tanto que *los matriculados de nivel bajo aumentaron significativamente* respecto al porcentaje del 2005. Con la promoción

automática los estudiantes aprendieron que los logros que no se alcanzaron en un año de asistencia a la escuela se podían recuperar en un par de semanas y a los profesores no se les dio la oportunidad de aprender qué son las competencias matemáticas y mucho menos a desarrollar competencias con sus estudiantes.

Gráfica 3: Deserción en las IES por cohorte según puntaje



El nivel de desarrollo de las competencias parece ser el factor más decisivo de la deserción en el sistema universitario como se muestra en la Gráfica 3 en los dos primeros años los estudiantes de nivel alto, medio y bajo presentan un altísimo porcentaje de deserción: 27%, 35% y 40%, respectivamente.³

Esta situación es preocupante y claramente hemos perdido un poco más de dos décadas, en el propósito de mejorar la calidad de la educación, desde que se implementó la Ley 115 y los decretos que la reglamentaron. Vista con los ojos de hoy podemos decir que la intención era

³ Fuente: SPAIDES (Sistema de Prevención y Análisis a la Deserción en las Instituciones de Educación Superior). 5-08-2017. Disponible en: https://spadies.mineducacion.gov.co/spadies/consultas_predefinidas.html?

correcta, pero que no se crearon las condiciones y no se eliminaron ciertas restricciones para que la labor educativa de los profesores, directivos y padres de familia pudiera realizarse y esto en relación con el clima social de violencia y pérdida de valores que imponen serias restricciones a sus acciones. Bien decía el gran filósofo español Ortega y Gasset:

La fortaleza de una nación se produce íntegramente. Si un pueblo es políticamente vil, es vano esperar nada de la escuela más perfecta. Sólo cabe entonces la escuela de minorías que viven aparte y contra el resto del país.

Acaso un día los educados en ésta influyan en la vida total de su país y al través de su totalidad consigan que la escuela nacional (y no la excepcional) sea buena.

Principio de educación: la escuela, como institución normal de un país, depende mucho más del aire público en que íntegramente flota que del aire pedagógico artificialmente producido dentro de sus muros. Sólo cuando hay ecuación entre la presión de uno y otro aire la escuela es buena.

(Ortega y Gasset, 1930, p. 2)

Sin comentarios.

La responsabilidad de la Planeación de la actividad en el aula ¿De qué depende?

Además de las condiciones y restricciones **institucionales** que ya hemos señalado, el funcionamiento de la terna didáctica (Profesor, Alumno, Saber) depende de las respuestas que los actores dan a las siguientes preguntas:

- ¿Cómo aprenden los seres humanos?
- ¿Qué son las matemáticas?

Que se relacionan con la respuesta a la pregunta:

- ¿Cómo se aprenden las matemáticas?
- ¿Para qué se enseñan las matemáticas? y
- ¿Cómo se deberían enseñar las matemáticas?

Por supuesto que no existe unanimidad en las respuestas, pero cada uno de los actores posee alguna desde su propia experiencia. Dado que las respuestas conforman un *sistema de concepciones* que orientan las acciones de los sujetos que participan activamente en las actividades de enseñar y estudiar es conveniente que los profesores tengan un referente teórico que les permita mantener bajo vigilancia sus propias acciones de *planificación, ejecución* y *evaluación* de la actividad en el aula.

Referentes para la reflexión

«Si he logrado ver más lejos, ha sido porque he subido a hombros de gigantes»

(Isaac Newton)

Mi experiencia investigativa y el estudio de los trabajos de muchos Didactas de las Matemáticas me han enseñado a tomar provecho de las teorías de dos gigantes: Jean Piaget (1896-1985) y Lev Vigotsky (1896-1934). Expresaré sus conceptos fundamentales en la siguiente tabla sin entrar en discusiones que tomarían varios seminarios de investigación.

Jean Piaget	Lev Vigotsky
<p>«¿Cómo se pasa de los estados de menor conocimiento a los estados de conocimiento más avanzados?» (Piaget, 1967/1979: vol. 1, p. 16).</p>	<p>«Ni la mente ni la mano solas, libradas a sí mismas, valen mucho. Instrumentos y auxiliares las perfeccionan.» (F. Bacon, citado por Vigotsky).</p>
<p>Acción: conocer es actuar y transformar.</p> <p>Esquema de Acción: Piaget respecto a las conductas que se repiten y se generalizan dice:</p> <p>[...] Por definición, el esquema de una acción es el conjunto estructurado de sus rasgos generalizables, esto es, de los que permitan repetirla o aplicarla a nuevos contenidos. Ahora bien, un esquema de acción no es ni perceptible (lo que se percibe es una acción determinada, no su esquema) ni directamente introspeccionable, y sólo se adquiere conciencia de sus implicaciones repitiendo la acción y comparando sus resultados sucesivos. (Beth y Piaget , 1961/1980, p. 259).</p>	<p>Acción mediada:</p> <p>La acción está mediada por herramientas técnicas y psicológicas. La apropiación de estas herramientas por parte del sujeto se realiza en las prácticas sociales y culturales en las que éste se involucra. El concepto de acción mediada, una acción indirecta que se apoya en instrumentos para alcanzar un fin, tiene su inspiración en Hegel y Marx, agregando que:</p> <p>El empleo de signos, a nuestro entender debe incluirse también en la actividad mediadora, ya que el hombre influye sobre la conducta a través de los signos, o dicho de otro</p>

<p>El esquema es la unidad de análisis básica de la epistemología genética. Se postula que el mecanismo de intercambio entre el sujeto y el medio no es el sistema sensoriomotor sino la acción. La acción es la expresión del funcionamiento de la mente frente a los intercambios con el medio y su desarrollo –reacciones circulares primarias, secundarias y terciarias– da origen a estructuras internas que Piaget llama <i>esquemas de acción</i>. Estas estructuras constituyen la relación personal que el sujeto establece con el objeto y éste sólo se limita a ser y existir, desde el punto de vista subjetivo, en función de tal relación; a menos que, nuevas experiencias conduzcan a modificar tales estructuras que por lo demás son estructuras dinámicas.</p>	<p>modo, estímulos, permitiendo que actúen de acuerdo a su naturaleza psicológica. (Vygotski, L. 1931/1995, pp. 93-94).</p> <p><i>Mediación:</i> Es la acción intencionada de un experto para afectar los procesos cognitivos de otro y también incluye instrumentos técnicos y artefactos cuando se articulan con dichos procesos.</p>
<p><i>Comportamiento:</i> es una actividad que manifiesta algo respecto de la estructura del organismo cuando este actúa sobre el medio.</p> <p>Por comportamiento entendemos el</p>	<p><i>Ley genética del desarrollo cultural:</i></p> <p>En el desarrollo cultural del niño, toda función aparece dos veces: primero, a nivel social, y más tarde, a nivel individual. Primero, entre</p>

<p>conjunto de acciones que los organismos ejercen sobre el medio exterior para modificar algunos de sus estados o para alterar su propia situación con relación a aquél (Piaget,, 1977a. p.7)</p>	<p>personas (<i>interpsicológica</i>), y después, en el <i>interior</i> del propio niño (<i>intrapsicológica</i>). (Vygotsky, 1930/1996. p.94)</p>
<p><i>Asimilación-Acomodación</i>; son invariantes funcionales que organizan la acción. La asimilación incorpora el dato externo al medio interno y lo transforma en función de las estructuras actuales. La acomodación es la adecuación de las estructuras, formas generales, al dato particular. El equilibrio entre asimilación y acomodación define la acción.</p>	<p><i>Zona de Desarrollo próximo</i>: Es el punto de encuentro de la cultura con el sujeto. Se construye actuando sobre lo que el sujeto ya sabe –<i>desarrollo actual</i>: capacidad de resolver independientemente un problema – y jalonando sus actuaciones hacia lo que éste puede llegar a saber y hacer –<i>desarrollo potencial</i>– , gracias a la guía de un adulto o en colaboración con un par más capacitado.</p>
<p><i>Adaptación</i>: es el <i>equilibrio</i> entre las acciones recíprocas organismo-medio: el organismo actúa sobre el medio cuando <i>tiende</i> a asimilar los elementos externos que son compatibles con su naturaleza y los transforma; recíprocamente, el medio actúa</p>	<p><i>Internalización</i>: Esta función mediadora de los signos y más propiamente de los lenguajes en el desarrollo (formación de las funciones superiores) y de las acciones de otros, lleva a Vigotsky (1930/1996) a introducir concepto de internalización para</p>

<p>sobre el organismo porque este no sufre las acciones pasivamente sino que se transforma cuando se <i>obliga</i> a acomodarse a los objetos, «es decir a modificarse en función de sus particularidades».</p>	<p>explicar la apropiación de aquello que sucede externamente: «reconstrucción interna de una operación externa» (p.92)</p>
<p><i>Aprendizaje:</i> es «modificación de la experiencia por efecto del comportamiento». Esta posición es contraria al conductismo que ve el aprendizaje como modificación del comportamiento por efecto de la experiencia. El aprendizaje en sentido estricto es un proceso provocado por las retroacciones del medio y en particular por las acciones que tienen el propósito de enseñar.</p>	<p>La idea de Aprendizaje Mediado es la transformación de los estímulos remitidos por el ambiente por un agente mediador. Este agente mediador guiado por sus intenciones, su cultura y sus valores, selecciona y organiza el mundo de los estímulos, en concordancia con las necesidades potenciales del aprendiz.</p>
<p style="text-align: center;">Interactividad</p> <p style="text-align: center;">César Coll (1995)</p> <p>Este concepto junto con cierta interpretación de la abstracción piagetiana (Delgado, 2012) permite operacionalizar la noción de internalización propuesto por Vigotsky. Así, la interactividad,</p> <p style="text-align: center;">[...] definida como la articulación de las actuaciones de los profesores y los alumnos</p>	

(o del adulto y del niño, en el caso de situaciones educativas no escolares) en torno a una tarea o un contenido de aprendizaje determinado, supone pues una llamada de atención sobre la importancia de analizar actuaciones de los alumnos en estrecha vinculación con las actuaciones del profesor; y recíprocamente. (Coll, C., et al 1995. p. 204).

Los referentes teóricos de la epistemología y el funcionamiento de la cognición humana son necesario para mantener bajo examen nuestras concepciones pues son ellas junto con las condiciones y restricciones institucionales lo que define, en última instancia la actividad de enseñar y de estudio. Es por ello que, a continuación, tomo el riesgo de plantear algunas respuestas a las preguntas que he planteado desde mi experiencia profesional e investigativa, sin que ninguna de las respuestas pueda ser tomada como definitiva.

¿Qué son las matemáticas?

Si vamos a enseñar matemáticas deberíamos tener una respuesta a esta pregunta. Se afirma que para responder a esta pregunta «hay que estar en contacto con las matemáticas vivas» y de verdad que creo que es así. Sobre este tema se han escrito muchos tratados y conviene familiarizarse con la historia de las matemáticas y de las ciencias en general. Sin embargo todos los autores coinciden en afirmar que junto con la lógica las matemáticas son las únicas disciplinas científicas *totalmente deductivas*, y por ello es importante reconstruir los conceptos fundamentales y validar las proposiciones que los relacionan, es por ello que la *prueba* y el *razonamiento lógico* son parte fundamental de las matemáticas. Otra característica, aunque ya

no es exclusiva de las matemáticas, es su carácter abstracto; pero, sus objetos no son perceptibles y sólo son ostensibles gracias a los *sistemas de representación semióticos* (ver, Raymond Duval, 1995).

Para no pecar de «purista» debo decir que las matemáticas cobran sentido y existencia cuando se reconoce su poder explicativo y se vive como inherente a la facultad de razonar en los problemas que plantean las ciencias experimentales y sociales e incluso las diferentes expresiones artísticas. Richard Feynmann (1918-1988), Premio Nobel de Física (1965) caracteriza las matemáticas así:

Las matemáticas son otro lenguaje más razonamiento; son como un lenguaje más una lógica. Las matemáticas son un instrumento para razonar. Son de hecho una gran colección de resultados obtenidos por un cuidadoso proceso de pensar y de razonar. Mediante las matemáticas es posible establecer una conexión entre una afirmación y otra.

No hay nada que agregar.

Piaget hace referencia a la naturaleza epistemológica de las matemáticas:

[...] se puede considerar la matemática como un sistema de construcciones que se apoyan igualmente, en sus puntos de partida, en las coordinaciones de las acciones y las operaciones del sujeto y que avanzan mediante una sucesión de abstracciones reflexivas de niveles cada vez más elevados. (Piaget, 1967/1979, Vol. III, p. 17)

Por otra parte, pero de manera complementaria a la anterior, Gerson Harel, responde a la pregunta epistemológica desde un punto de vista pedagógico. Para él las matemáticas son producto de actos mentales tales como inferir, razonar, interpretar, resolver problemas, etc.

Los actos mentales pueden ser estudiados mediante la observación de las declaraciones y acciones de las personas. Declaraciones y acciones de una persona pueden significar productos cognitivos de un acto mental llevada a cabo por la persona. Dicho producto es un **modo de comprender** asociado a ese acto mental de la persona. Observaciones repetidas de modos de comprender de uno asociadas a un acto mental determinado pueden revelar ciertas características cognitivas del acto. Tal característica se conoce como un **modo de pensar** asociado a ese acto. (Harel, 2008a, p. 267) (negritas y cursivas incorporadas)

De lo anterior, Harel (2008a) define las matemáticas en términos de dos subconjuntos complementarios: Modos de comprender (**MoC**) que son **productos** de *actos mentales* y Modos de pensar (**MoP**) que son las *características* de tales actos que se infieren de «observaciones repetidas» de los MoC. Por ejemplo, ante la tarea:

Determine el conjunto solución de la ecuación

$$ax = b, \quad a, b \in P$$

Generalmente los estudiantes responden:

$$x = b/a$$

Esta respuesta es un MoC producto del acto mental interpretar y resolver. Pero la característica de estos actos mentales indica que el MoP del estudiante no procede de *manera fundamentada* –interpretando los valores posibles de a y b de acuerdo a las propiedades de la estructura de *cuerpo* de los números reales. Y, en consecuencia, no puede establecer que

dependiendo de los valores de a y b , la ecuación puede tener solución única ($a \neq 0$), infinitas soluciones ($a=0$ y $b=0$; «todo número real multiplicado por cero es igual a cero») o el conjunto solución es vacío ($a=0$ y $b \neq 0$). Además pueden no disponer de una definición de «conjunto solución» de una ecuación.

El estudio de la historia de las matemáticas muestra que ellas se han constituido como producto de MoC y MoP que evolucionan en el tiempo constituyéndose en significados socialmente compartidos. Así, Harel afirma que las matemáticas son la unión de dos conjuntos:

- a) el primero consiste de MoC institucionalizados. Una colección de las definiciones, axiomas, teoremas, pruebas, problemas y soluciones que han sido aceptadas por la comunidad matemática; y
- b) el segundo es una colección de MoP, que son herramientas conceptuales que son útiles para la generación del primer subconjunto.

La distinción entre MoP y MoC subraya la importancia de los hábitos matemáticos de la mente, que tienden a ser descuidados en los programas de matemáticas tradicionales, cuando se centran en los contenidos (MoC) descuidando las características de los actos mentales (MoP) necesarios para producir los MoC. Según esta definición, las matemáticas son como un organismo vivo. Crecen continuamente cuando los matemáticos realizan actos mentales y sus comunidades matemáticas asimilan los modos de comprender y modos de pensar asociados con los actos mentales de los matemáticos.

¿Cómo se aprenden las matemáticas?

Si somos consecuentes con las respuestas a las anteriores preguntas tendremos que afirmar que se aprende matemáticas enfrentado situaciones para las cuales no se dispone de las explicaciones ideales I dado un estado actual de conocimiento C lo cual implica la constitución de un verdadero problema P (Stephen Toulmin, 1972/1977)

$$P = I - C$$

Es decir, se aprenden matemáticas resolviendo verdaderos problemas. Así;

- ✓ Toda nueva noción debe responder a la solución de un problema.
- ✓ El aprendizaje conceptual es un proceso de construcción de significados socialmente compartidos
- ✓ Esto implica que el significado de una noción se construye enfrentando una situación o un conjunto de situaciones que provocan una adaptación
- ✓ La significación de un concepto está dada por su relación con otros conceptos.
- ✓ Estas relaciones conforman una estructura cognitiva que organiza las acciones frente a clases de situaciones.

La *actividad matemática* cuando se resuelven verdaderos problemas no se diferencia de la actividad de los matemáticos, excepto en lo que se refiere a que los estudiantes están resolviendo problemas nuevos para ellos.

[..]Entre el trabajo de un estudiante que trata de resolver un problema de geometría o de álgebra y un trabajo de invención, puede decirse que hay

únicamente una diferencia de grado, una diferencia de nivel, tratándose en realidad de trabajos de naturaleza muy análoga. (Hadamard, 1954, p. 175).

¿Cómo se deberían enseñar las matemáticas

Una respuesta posible y coherente con las respuestas que hemos expuesto se encuentra en el marco teórico propuesto por Harel que se fundamenta en tres principios;

- Dualidad: las matemáticas están constituidas por MoP y MoC
- Necesidad: se aprende lo que es necesario
- Razonamiento Repetido.

Este marco teórico se expresa con la sigla **DNR**. Las premisas del modelo, excepto la de la dualidad responden a la teoría de equilibración de Piaget (1975), la teoría de la mediación de Vigotsky la teoría de situaciones de Guy Brousseau (1986).

[...] el objetivo final de la instrucción debe ser inequívoco: ayudar a los estudiantes a desarrollar modos de comprender y modos de pensar que sean compatibles con los actualmente aceptados por la comunidad matemática en general. En la DNR, este objetivo no tendría sentido si no se considera una de las premisas de la DNR, que, después Piaget, afirma que el proceso de conocer es producto de una tensión continua entre la acomodación y la asimilación, y, así, implica que el proceso de estudio necesariamente entraña la construcción de imperfectos y aún erróneos modos de comprender y deficientes, o aún defectuosos, modos de pensar. (Harel, 2008b, p. 494)

Estas ideas tienen antecedente como la ya mencionada Teoría de Situaciones de Guy Brousseau y se orientan en la misma dirección que propone la Teoría Antropológica de lo Didáctico (*TAD*) que actualmente sostiene que el paradigma de enseñanza de las matemáticas tradicional que él y sus colaboradores, Berta Barquero, Mariana Bosch y Josep Gascón, han denominado «*Monumentalista*» está en crisis y se propone uno nuevo.

Paradigma didáctico monumentalista

El paradigma didáctico, *actualmente* dominante, se asimila metafóricamente a la «*visita de obras como monumentos*». Consiste de trozos de conocimientos –*MoC* en la terminología de Harel– que se exponen a los estudiantes, se ejemplifica su uso y se espera que el estudiante domine, por cuenta propia, las aplicaciones de éstos conocimientos a las diferentes situaciones donde ellos son necesarios, Chevallard llama a esta manera de proceder *monumentalismo*. Así, Bertha Barquero, Bosch, M. y Gascón, J. (2011) describen el paradigma didáctico tipo *monumentalista* que caracteriza la enseñanza de los cursos de matemáticas del ciclo básico en una facultad de ciencias de nivel universitario:

[...] Primero, se enseñan unos conocimientos elementales que se proporcionan a los estudiantes como instrumentos «ya contruidos» sin especificar con claridad ni su origen, ni su razón de ser, ni su ámbito de aplicación. Posteriormente, los estudiantes deben aprender a utilizar o, mejor, a «aplicar» estos conocimientos elementales y generales a las situaciones problemáticas prototípicas con las que se encontrarán en su especialidad científica (biología, geología, etc.). El tipo de adaptaciones o modificaciones que puedan requerir estos conocimientos para que sean

efectivamente «aplicables» se interpreta como un problema secundario, si no en prioridad, sí en cronología. Esta situación refuerza una enseñanza que prioriza el carácter generador de los elementos teóricos (nociones, teoremas, definiciones, etc.) de las organizaciones matemáticas, restándole fecundidad productiva a sus elementos prácticos (problemas, técnicas, limitaciones de las técnicas, etc.). (Barquero et al, 2011, p. 339-340)

Chevallard le asigna el nombre de paradigma de “*visita de obras*” o “*monumentalista*”:

En el marco de la teoría antropológica de lo didáctico, este paradigma es conocido como el paradigma de la “visita de obras” o –de acuerdo a la metáfora usada en la TAD– “visita de los monumentos,” Para cada una de esas piezas de conocimiento –por ejemplo, la fórmula de Heron para el área de un triángulo se plantea como un monumento que se explica por sí mismo, que se espera que los estudiantes admiren y disfruten, incluso cuando no saben casi nada acerca de su razón de ser, ahora o en el pasado (Chevallard, 2015, p. 175)

Crisis del paradigma monumentalista

También señala que actualmente este paradigma está siendo cuestionado principalmente por la *necesidad* que se ha instaurado en las instituciones que participan en la

noosfera⁴ y sufren la consecuencias de una economía globalizada, el aumento de la población y agotamiento de los recursos no renovables, el cambio climático y su relación con los comportamientos humanos en su interacción con el mundo, etc. Así, dice Chevallard:

Una serie de factores, al menos en parte, explican el prolongado predominio del paradigma de visitar obras como monumentos así como su decadencia actual — y, sugieren, su inminente desaparición. Históricamente, la primera causa parece ser la congruencia de este paradigma con la estructura social de países anteriormente antidemocráticos o, desde tiempos más recientes, débil o incompletamente democráticos. Estas sociedades están fundamentadas en un patrón omnipresente inseparablemente vinculado a aquellos en posiciones de mando, por un lado y aquellos en posiciones de obediencia, por otra parte. (Chevallard, 2015, p. 175)

La necesidad de transformar las experiencia de los habitantes de la Aldea Global se explicita en el requerimiento por una educación que desarrolle competencias -nosotros tomamos la definición de Jacques Tardiff (2006)- entendidas como: «un saber actuar complejo que se apoya en la movilización y combinación eficaz de una variedad de recursos, internos y externos al interior de una familia de situaciones» (p. 22). Así entendidas el desarrollo de las competencias dotarían al ser humano de una capacidad de resolver, de una manera creativa, los problemas que surgen de éstas nuevas situaciones.

⁴ “La noosfera es el centro operacional del proceso de transposición, que traducirá en los hechos la respuesta al desequilibrio creado y comprobado (expresado por los matemáticos, los padres, los enseñantes mismos). Allí se produce todo conflicto entre sistema y entorno y allí encuentra su lugar privilegiado de expresión. En este sentido, la noosfera desempeña un papel de tapón. Inclusive en períodos de crisis, ésta mantiene dentro de límites aceptables la autonomía del funcionamiento didáctico.” (Chevallard, 1991, p. 34)

Un Paradigma naciente: «Cuestionamiento del Mundo»

Si se requiere educar para que los seres humanos desarrollen *modos de pensar* flexibles y creativos en función del *bien común* entonces, propone la TAD, hay que partir de *situaciones* que susciten interés cercanas a la experiencia viva de los estudiantes y que conduzcan al planteamiento de *verdaderos problemas* o *cuestiones* para las cuales el estado actual de conocimiento del estudiante no posee respuesta y ello genere, en él, la necesidad de construir nuevos posibles y trabajar en su validación con respecto a aquello que se cree necesario. La TAD propone los siguientes principios para orientar una acción didáctica opuesta a la «visita de obras» y por el contrario se oriente a la reconstrucción de las obras en el marco del nuevo «Paradigma Cuestionamiento del Mundo»

Primer Principio. Educación permanente:

[...] en el paradigma didáctico de cuestionamiento del mundo, la educación es un proceso permanente. [...] Más que nada, los esfuerzos didácticos de la sociedad no se reconocen simplemente por lo que la gente sabe: éstos deberían apreciarse sobre la base de lo que pueden aprender –y cómo pueden hacerlo. (Chevallard, 2015, p. 177)

Primer Principio. Actitud Harnartiana:

Transformar una actitud hacia el aprendizaje: de rehuir a las cuestiones para las cuales no se tiene respuesta, pasar a una actitud que se interesa por enfrentarlas y despliega acciones para alcanzar respuestas viables:

Un segundo, principio central del paradigma de cuestionamiento del mundo es que, con el fin de aprender algo sobre alguna obra O , x ha de estudiar O , a menudo con la ayuda de algunos y . [...] En la cultura común de hoy en día, muchas personas, al parecer, tienen una propensión a evitar todas las cuestiones para las cuales las respuesta no son obvias para ellos. Lo que el nuevo paradigma didáctico tiene como objetivo es crear un nuevo ethos cognitivo en el cual, cuando surja alguna pregunta Q , x la considerará, y , tan a menudo como sea posible, la *estudiará* con el fin de llegar a una respuesta significativa, en muchos casos con un poco de ayuda de algún y . En otras palabras, se supone que x no se resista a situaciones que involucran sistemáticamente los problemas que él / ella nunca se ha topado o resuelto. [...] Llamo *Herbartiana* [...] esta actitud receptiva hacia las cuestiones aún sin respuesta y problemas sin resolver, que es normalmente la actitud del científico en su campo de investigación y debería poseer el ciudadano en cada dominio de actividad.

El nuevo paradigma didáctico quiere que el futuro, así como el verdadero ciudadano llegue a ser *Herbartiano*. (Chevallard, 2015, p. 177-178)

Para desarrollar un programa de enseñanza que responda al desarrollo de pensamiento creativo que desarrolle la capacidad para adaptarse a nuevas situaciones resolviendo cuestiones para las cuales no hay respuestas disponibles en casa del estudiante, la TAD propone desarrollar «Recorridos de Estudio e Investigación» (REI).

Recorridos de Estudio e Investigación

Los Recorridos de Estudio e Investigación es una propuesta de la TAD (Barquero, B, 2009; Barquero, B. Bosch, M. Gascón, J., 2011; Chevallard, Y. 2015) que operacionaliza el paradigma de cuestionamiento del mundo: «se trata de la materialización de lo que la TAD considera como procesos didácticos basados en una enseñanza «funcional» de las matemáticas» (Barquero et al. 2011, p. 555). Las matemáticas se aprenden cuando se genera la necesidad de responder a una pregunta Q_0 –generatriz–, que tiene la suficiente potencia para generar nuevas preguntas y construir comunitariamente, gracias a la actividad de estudio y de investigación, un conjunto de respuestas que conforman una obra matemática del estudiante. Esta pregunta estaría relacionada con cuestiones de otras disciplinas que hacen necesaria la construcción de praxeologías matemáticas –modos de hacer, técnicas, tecnologías y teorías– más o menos completas.

Conclusión

El aumento de la cobertura educativa -acción necesaria de la sociedad contemporánea, para posibilitar bienestar y oportunidades reales de inclusión a poblaciones cuya trayectoria de vida está limitada por su origen social- hace visible la lentitud de respuesta de un sistema educativo que tradicionalmente ha trabajado en función de los más preparados y más dotados, pero que, actualmente, no logra responder al reto de atender a aquellos que, por su origen, tienen una *experiencia diferente* a la que se desarrolla en los ambientes más afines con el «Paradigma Monumentalista Dominante». Para responder al reto de mejorar la calidad de la

educación es necesario un giro paradigmático que tome en consideración la respuesta pedagógica a la cuestión epistemológica respecto a la naturaleza de las matemáticas es decir, los MoP y los MoC que se activan para dar respuesta a cuestiones que hacen necesario un nuevo MoP y esto organizando el currículo en cuestiones que den lugar a REI como propone la TAD. Sin embargo, esta propuesta requiere aún más investigación. En particular creo que es necesario hacer explícito un giro en la evaluación –ver Ospina, M. y Delgado, C., 2016, acorde con el paradigma didáctico emergente. En la Tesis doctoral, en curso, de Liliana Ospina M. estamos investigando sobre condiciones y restricciones institucionales que además de las ya señaladas por investigaciones de la TAD, impiden ~~que~~ una evaluación dinámica centrada en la interactividad en el sentido de Coll y no en evaluaciones puntuales de contenidos. Espero que nuestra sociedad avance por los senderos de paz y las instituciones, y especialmente los profesores podamos asumir el reto de Educar para el logro de una *buena vida*.

Gracias.

ReferenciaS Bibliográficas

Barquero, B. Bosch, M. Gascón, J. (2011). Ecología de la modelización matemática: los recorridos de estudio e investigación. En Bosch, M., Gascón, J., Ruiz Olarría, A., Artaud, M., Bronner, A., Chevillard, Y., Cirade, G., Ladage C. & Larguier, M. (Eds.), *Un panorama de la TAD CRM Documents*, vol. 10. Bellaterra (Barcelona): Centre de Recerca Matemàtica. (pp. 553-577).

Beth, E. & Piaget, J., (1961), *Epistémologie mathématique et psychologie. Essai sur les relations entre logique formelle et le pensée réelle* Presses Universitaires de France. París Versión

castellana: *Epistemología matemática y psicología*. Editorial Crítica. Barcelona. (Edición consultada 1980).

Chevallard, Y. (2015). Teaching Mathematics in Tomorrow's Society: A Case for an Oncoming Counter Paradigm. En: *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education*. Springer International Publishing. .Seoul, Korea, pp 173-187,

Coll, C., Colomina, R., Onrubia, J. y Rochera, J. (1995). Actividad Conjunta y Habla. En Fernández B. & Melero Z. M. (compiladores), *La interacción social en contextos educativos*. Siglo XXI. Madrid, pp. 193-326.

Delgado, C. (2012). Elementos de la epistemología genética y el socioconstructivismo para el diseño de investigaciones en didáctica de las matemáticas. *RELME* 26. Belo Horizonte. Brasil. Curso Corto. No publicado.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et Pensée Humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Peter Lang S.A. ESE. París. Traducción al castellano: *Semiosis y Pensamiento Humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*, 1999. Universidad del Valle. Cali, Colombia.

Hadamard, J., (1945), *The Psychology of Invention in the Mathematical Field.*, Princeton University Press, (page references are to the Dover edition, New York 1954). Versión castellana: *La psicología de la invención en el campo matemático*. Espasa-Calpe, Buenos Aires, 1947.

Harel, G. (2008a). What is mathematics? A pedagogical answer to a philosophical question. In B. Gold & R. Simons (Eds.), *Proof and other dilemmas: Mathematics and philosophy*. Washington, DC: Mathematical Association of America, pp. 265–290

Harel, G. (2008b). DNR perspective on mathematics curriculum and instruction, Part I: focus on proving. *ZDM Mathematics Education*. **40**, pp 487–500

Harel, G. (2008c). DNR perspective on mathematics curriculum and instruction, Part II: focus on proving. *ZDM Mathematics Education*. **40**, pp 893–907

Ministerio de Educación Nacional-Icfes (2016). Informe - resumen ejecutivo Colombia en PISA 2015. Disponible en: <http://www.icfes.gov.co/index.php>

Ortega y Gasset, J. (1930) *Misión de la universidad*. Versión consultada: Ortega y Gasset. *Misión de la universidad*. Con notas de Palma, R. 2001, Buenos Aires. Disponible en: <http://www.esi2.us.es/~fabio/mision.pdf>

Ospina, L. & Delgado, C. (2017). Configuración de las prácticas evaluativas de los profesores de matemáticas a nivel universitario. En Mendoza, W., Renjifo, C. & Arias, J. (comp). *Evaluación de la calidad y el aprendizaje en organizaciones y sujetos*. Memorias Congreso Internacional de Antropología Pedagógica. Editorial redipe, Red Iberoamericana de Pedagogía Capítulo Estados Unidos, Coedición: Universidad de San Buenaventura, Cali-Colombia, pp. 11-20- Disponible en: <https://www.rediberoamericanadepedagogia.com/pdf/2>

Piaget, J. (1951). Conversaciones sobre la teoría de la inteligencia- Traducción y presentación de J. Vaca. *Revista de Investigación Educativa* 2, Universidad Veracruzana, México, 2006.

Piaget, J. (1976) *Le Comportement, Moteur de l'Évolution*. Gallimard. Paris. Versión castellana: *El comportamiento, motor de la evolución*. Ediciones Nueva Visión, 1977. Buenos Aires.

Piaget, J. (1967) Les données génétiques. En J. Piaget (comp.): *Logique et connaissance scientifique*. París, Gallimard, Encyclopédie de la Pléyade, 1967, págs. 403-423. Traducción

al castellano: *Tratado de lógica y conocimiento científico. Epistemología de la matemática.*

Vol. III. Los datos genéticos. pp. 15-32. Edit. Paidós. Buenos Aires, (1979), 195p.

Tardif, J. (2006). *L'évaluation des compétences. Documenter le parcours de développement.*

Montréal: Chenelière Éducation. 363 p.

Toulmin, S. (1972). *Human understanding. The collective use and evolutions of concepts.* Princeton

Universite Press. Oxford. Versión castellana: *La comprensión humana, el uso colectivo y la evolución de los conceptos.* Alianza Editorial. Madrid (1977).

Vygotski, L. S. (1930). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores.* Crítica. Barcelona,

1996. 226 p.(Resumen del ensayo original: *Herramienta y símbolo en el desarrollo de los niños.*)

Vygotski, L. S. (1931). 'Historia del desarrollo de las funciones psíquicas superiores', *Obras*

Escogidas, Tomo III, p.377. Visor, Madrid, 1995.