

Aspectos cognitivos y Tareas en Ambientes de Geometría Dinámica 2D y 3D en la Geometría Escolar.

Edinsson Fernández M.³⁶

RESUMEN

Existen algunas posibilidades de acción que son materialmente posibles al integrar las TIC en la enseñanza de las Matemáticas, en particular, se disertará cómo las TIC han ofrecido y otorgado *representaciones matemáticas interactivas* entre el usuario y el computador. Por ejemplo, también se observará que se entiende por *Visualización Matemática* en el campo de las *TIC en Educación Matemática*. Por último, se mostrarán algunos tipos de tareas geométricas usuales en un AGD en para dos dimensiones (2D) y en uno para tres dimensiones (3D).

Palabras Claves

visualización, representaciones ejecutables. Ambientes de Geometría Dinámica, Tipología de Tareas, Visualización tridimensional.

Desarrollo

³⁶ Profesor del Área de Educación Matemática del Departamento de Matemáticas y Estadística, Universidad de Nariño. Pasto, Colombia. Licenciado en Matemáticas y Física de la Universidad del Valle, en Cali, Colombia. Magister en Educación con énfasis en Educación Matemática, en la línea de investigación TIC en Educación Matemática, del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle en Cali, Colombia. Email: edinfer@udenar.edu.co

En *Educación Matemática*, se han tenido en cuenta aspectos cognitivos que mejoran la comprensión de la *Geometría* como resultado de los procesos y habilidades que se favorecen con la **visualización matemática** y el uso adecuado de las **representaciones matemáticas** en los estudiantes, y además, gracias a la integración de los AGD en la enseñanza, que han ofrecido nuevas maneras de realizar actividades geométricas, según Laborde, Kynigos, Hollebrands y Strässer (2006). Es por ello, que a continuación se presentarán unas posturas sobre estos dos grandes aspectos cognitivos que se dan cuando se utilizan los AGD en la actividad escolar.

VISUALIZACIÓN EN EL ESTUDIO DE LA GEOMETRÍA ESCOLAR.

En esta conferencia, se presentará la visualización como un proceso para formar imágenes mentales y también como una *habilidad* que se adquiere para luego trazar con una figura o bien con lápiz y papel, o con ayuda de un computador. La figura sirve para representar un concepto matemático o un problema matemático y refuerza la comprensión. Así mismo, de Zimmerman y Cunningham (1991) se adopta que la visualización no es un fin en sí mismo sino un *medio* para conseguir la imaginación y el entendimiento matemático. Es decir, cuando uno se forma tales imágenes, es para descubrir y entender las matemáticas así como para usarlas como un apoyo para resolver problemas no rutinarios. Visualizar como *proceso* y como *habilidad* es algo que se adquiere y por lo tanto se debe auxiliar a los estudiantes a obtenerlo.

LAS REPRESENTACIONES EN GEOMETRÍA Y LAS REPRESENTACIONES EJECUTABLES.

El carácter estático que poseen los sistemas de representación tradicionales se puede complementar con las representaciones *ejecutables* que traen los AGD, las cuales son manipulables, dinámicas, con capacidades visuales, gestuales y que “la ejecutabilidad de la representación del objeto matemático incrementa la expresividad matemática”. (Moreno, Hegedus & Kaput, 2008, p. 102). Una representación matemática en un ambiente informático posee una cualidad (Hegedus & Moreno, 2014), que está ausente en el medio *estático*, a saber, la *ejecutabilidad* de la representación. Esta es responsable de la clase de interacciones que el estudiante puede tener cuando las matemáticas quedan “incrustadas” en el medio digital.

LAS REPRESENTACIONES EJECUTABLES Y DINÁMICAS EN LOS AGD.

Al respecto de las representaciones en los AGD, Kaput (1992) afirma que son interactivas, porque precisamente se pueden modificar: transportándolas por toda la pantalla del computador, rotando las figuras, alargándolas, modificando valores de una función y observando la *variación* en el resultado instantáneamente e incluso dinamizándolas. Por ello, se dice que la *geometría* que se puede trabajar y estudiar con un AGD como Cabri es una *Geometría Dinámica*. Cabe destacar que las representaciones dinámicas son geométricas y pueden ser ejecutadas por el usuario o por el ambiente mismo, pero también están disponibles en contextos algebraicos como numéricos.

Lo que permite que el estudiante tenga acceso a realizar conjeturas y a generalizar lo que está ejecutando cuando arrastra los puntos que se dejan mover sobre un objeto, el cual dinámicamente va re-dibujando y actualizando la información, en tiempo real, sobre la pantalla a medida que el estudiante arrastra el ratón. Al hacer esto, él puede eficientemente probar grandes iteraciones de una *construcción geométrica*.

LA GESTIÓN DE LAS CLASES MEDIADAS POR LOS AGD: TIPOLOGÍAS DE TAREAS.

La intervención del profesor como *gestionador* de la actividad cognitiva en la clase es fundamental cuando se trabaja *geometría* con los estudiantes usando un AGD debido a que se trata de fomentar en el alumno la reflexión encaminada a dar significado a las *percepciones visuales dinámicas*; en definitiva, de conseguir que los estudiantes establezcan relaciones entre diferentes sistemas de representación para un mismo concepto geométrico.

De tal manera, que para el diseño didáctico se tendrá en cuenta la importancia de las tipología de tareas geométricas que se pueden proponer a los estudiantes cuando se integra los AGD en 2D, sacando provecho del uso de las representaciones matemáticas *ejecutables* y *dinámicas* propias del ambiente. Esta caracterización que se presentará ha sido adaptada de los trabajos investigativos de Laborde (2008). Por ejemplo, los tipos de tareas en tales como construcción de figuras geométricas donde

sea ostensible la permanencia de los invariantes geométricos cuando se somete al modo de arrastre ó la construcción de una figura pero usando ciertas herramientas del software. Asimismo, tareas de cajas negras y macros-construcciones, de enunciados de teoremas y su validación y tareas de cambio de representación gráfica a la algebraica.

También se presentará tareas para fomentar la visualización tridimensional. En efecto, la integración didáctica del AGD Cabri 3D, a través del cual se pretende mostrar algunas construcciones geométricas en el espacio, con el fin de evaluar la visualización de objetos tridimensionales como un conjunto de habilidades relacionadas con el razonamiento espacial (Gonzato, Godino & Neto, 2011, p.8), y así favorecer el aprendizaje de las matemáticas. Esto, teniendo en cuenta las cinco categorías presentadas por Gonzato (2013), en las que propone actividades considerando aspectos centrales que se ponen en juego para resolver tareas, como son: coordinar e integrar vistas ortogonales de objetos, rotar un objeto tridimensional en el espacio, plegar y desplegar desarrollos, componer y descomponer en partes y generar sólidos de revolución.

CONCLUSIONES PRINCIPALES

- Se necesita complementar las representaciones proporcionadas por el ambiente tradicional de lápiz y papel, las algebraicas y estáticas, con las representaciones ejecutables, proporcionadas por el AGD, es decir, las gráficas dinámicas, por medio

de *construcciones geométricas* como ejes que articulan todo el trabajo. Con este enfoque, se recuperaría el sentido y el corazón de los saberes geométricos que subyacen en la geometría sintética.

- La visualización como proceso y habilidad, también fomentaría el hábito de pensar en mover, desplazar, manipular, deformar, transformar, invertir, en últimas, de accionar mentalmente un objeto matemático en diferentes representaciones, lo cual beneficiaría la formación de *pensamiento geométrico*.
- La visualización transforma lo algebraico en lo geométrico, ofreciendo un método para observar lo oculto y favorecer el proceso de conocimiento y descubrimiento geométrico. Así mismo, se puede afirmar que la experiencia visual es sumamente importante como una base sólida para el acercamiento algebraico.
- Los libros de texto que contienen definiciones y ejemplos con un carácter estático, sin embargo, no se puede seguir un libro de texto que contenga actividades que no son propias de un medio ejecutable y dinámico ya que las actividades que aparecen en estos, usualmente son estáticas, algebraicas y algunas de coordinación entre representaciones gráficas y algebraicas, perdiéndose el trasfondo y sentido geométrico de las situaciones. Es por eso, que el Profesor de Matemáticas necesita conocer cómo se integra esta nueva tipología de tareas en estos AGD.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Gonzato, M. (2013). Evaluación de conocimientos de futuros profesores de educación primaria para la enseñanza de la visualización espacial. Recuperado de <https://www.dropbox.com/s/ss9cevanhq3wotb/Tesis%20MGonzato.pdf>
- Gonzato, M., Godino, J. D. & Neto, T. (2011). Evaluación de conocimientos didáctico-matemáticos sobre la visualización de objetos tridimensionales. *Educación Matemática*, 23(3), 5-37.
- Hegedus, S. & Moreno, L. (2014). Information and Communication Technology (ICT) Affordances in Mathematics Education. *Encyclopedia of Mathematics Education*, Springer. 295-299.
- Kaput, J. (1992). Technology and Mathematics Education. En D. Gouws (Ed.), *Handbook on Research in Mathematics Teaching and Learning* (pp. 515-556). New York: Macmillan.
- Laborde, C. (2008). Multiple dimensions involved in the design of tasks taking full advantage of dynamic interactive geometry. En *Memorias XVII Encontro de Investigação em Educação Matemática*. Viera de Leiria, Portugal.
- Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K. & Strässer, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. En: A. Gutiérrez, P. Boero (Eds.). *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*, pp. 275–304. Sense Publisher.

Moreno, L., Hegedus, S., & Kaput, J. (2008). From static to dynamic mathematics: Historical and representational perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 68, 99-111.

Zimmerman, W. & Cunningham, S. (1991). What is Mathematical Visualization?. En Zimmerman, W. & Cunningham, S. (Eds.). *Visualization in Teaching and Learning Mathematics* (pp. 1-8). Washington D.C., E.U.: Mathematical Association of America Service Center.