

## Tareas en Ambientes de Geometría Dinámica 2D y 3D: Cónicas y Sólidos de Revolución.

Eddinson Fernández Mosquera<sup>28</sup>

### RESUMEN.

En este Taller se toma en consideración la experiencia de Fernández (2011) el cual considera que las Tareas de *Construcciones Geométricas* son una estrategia de entrada que posibilita tanto la integración de los Ambientes de Geometría Dinámica (AGD) en las clases de Geometría, en particular, para la comprensión de las propiedades geométricas de las **cónicas** cuando se utilizan representaciones geométricas dinámicas, como para la formación de pensamiento geométrico.

De esta manera, Duval (2004) precisa que es la entrada obligatoria para el estudio de las figuras geométricas ya que para realizarla, primero que todo, no se puede dibujar a mano alzada, y segundo, explicita la necesidad de un instrumento para su elaboración y su relación con la figura. Así mismo, agrega que para producir formas visuales en un soporte físico, llámese papel, o en pantallas de computador, por medio de un instrumento entonces cambia completamente la relación con las formas

---

<sup>28</sup> Profesor del Área de Educación Matemática del Departamento de Matemáticas y Estadística, Universidad de Nariño. Pasto, Colombia. Licenciado en Matemáticas y Física de la Universidad del Valle, en Cali, Colombia. Magister en Educación con énfasis en Educación Matemática, en la línea de investigación TIC en Educación Matemática, del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle en Cali, Colombia. Email: edinfer@udenar.edu.co

percibidas y con las configuraciones de las figuras, de tal manera que los estudiantes no solo tomen consciencia de lo perceptual sino de lo teórico.

Así, en este taller se efectuarán tareas de *Construcción Geométrica* usando el AGD Cabri II Plus, en la primera sesión, para comprender las **cónicas** a través de problemas geométricos. Por otro lado, teniendo en cuenta que a pesar de vivir en un mundo tridimensional, la mayor parte de las actividades geométricas proporcionadas a los alumnos son bidimensionales, pues esta dificultad, según Villarroel, Méndez y Lavaque (2010), es consecuencia de tener que representar sobre el plano lo que se ve en el espacio. En consecuencia, se realizarán construcciones geométricas en el espacio, con el fin de evaluar la visualización de objetos tridimensionales como un conjunto de habilidades relacionadas con el razonamiento espacial (Gonzato, Godino & Neto, 2011, p.8), y así favorecer el aprendizaje de las matemáticas.

#### **Palabras Claves:**

Construcciones geométricas, Tareas, Ambientes de Geometría Dinámica, Cónicas. Superficies Cuádricas.

#### **SESIÓN 1**

Las **cónicas** han estado por fuera del currículo escolar por mucho tiempo, según Fernández (2011) y Hansen (1998). Sin embargo, en los últimos años, dado el interés por su estudio, se ha visto estimulado por las nuevas oportunidades y posibilidades que

ofrecen los AGD. En esta primera sesión, se presentará algunos aspectos básicos acerca del AGD Cabri II Plus y algunos *conceptos y estructuras* inherentes a las *cónicas* tales como lugar geométrico, mediatriz, directriz, focos, circunferencia directora, nociones de perpendicularidad y paralelismo de rectas, así como de simetría axial y central. Así mismo, algunos *procedimientos algorítmicos* como construcción de un punto equidistante de otros puntos y/o de una recta, construcción de circunferencias tangentes, uso de transformaciones geométricas básicas: simetría, traslación y rotación; cálculo y transferencia de medidas en el AGD y algunas *estrategias heurísticas* como el método de los lugares geométricos para motivar a los asistentes a resolver dos problemas geométricos clásicos de *cónicas* usando *lugares geométricos* como los famosos problemas de tangencia de Apolonio donde estas curvas juegan un papel fundamental.

## SESIÓN 2.

Muchas investigaciones coinciden que en el ambiente de lápiz y papel se presenta dificultades en el momento de la enseñanza y/o el aprendizaje de la Geometría Espacial, por ejemplo al hacer representaciones en perspectiva de objetos tridimensionales, así como también es complicado realizar maquetas en cartón, es ahí, donde el AGD Cabri 3D se convierte en una herramienta útil para de la Didáctica de la Geometría, puesto que permite abordar esas dificultades de construcción y visualización, además de que aporta las ventajas de la Geometría Dinámica. En esta segunda sesión se realizarán algunas construcciones básicas usando Cabri 3D como por ejemplo: construir un punto

en el plano de base; desplazar un Punto en el Plano, crear un Punto en el Espacio. (encima o abajo del plano de base), desplazar un Punto en el Espacio, también se realizará una de las tareas de geometría transformacional como es el de *rotar* alrededor de un eje.

En Cabri 3D la herramienta *Rotación* alrededor de un eje, es una transformación que permite construir varias partes de un sólido a partir de una de sus partes. Para finalmente, construir superficies Cuádricas como ***sólidos de revolución***.

Por lo tanto, se terminará el taller generando algunos ***sólidos de revolución*** (cono, cilindro, esfera y cono truncado), es decir, a través de la rotación de una región del plano alrededor de uno de sus ejes. Así mismo, se va a mostrar la trayectoria que sigue cada región para formar este tipo de sólidos a partir de las cónicas que se construyeron en la primera sesión y construir por lo menos una superficie cuádrica, por ejemplo:

- Construya una elipse en el plano ¿Cuántos puntos se necesitan?.
- Construya una elipse en el plano vertical  $x=0$ .
- Construya un elipsoide como sólido de revolución.

#### CONCLUSIONES PRINCIPALES.

Representar una figura geométrica, tal como una cónica, que de por sí tiene su complejidad, ya que no son como las formas euclidianas elementales, debido a que no se pueden representar gráficamente como líneas poligonales, entonces este aspecto

puede sugerir que los estudiantes pueden aprender las *cónicas* empezando a estudiarlas al realizar *construcciones geométricas* donde la representación de las mismas sean dinámicas y no estáticas con la ayuda de un AGD.

En consecuencia, con el análisis los errores, obstáculos y dificultades reseñados en el aprendizaje de las *cónicas* por Fernández (2011), se sugiere de manera urgente, a los profesores en ejercicio y en formación, diseñar estrategias didácticas en donde la entrada al estudio de las *cónicas* sea por medio de *construcciones geométricas*, acompañada de una solicitud descriptiva de la construcción por los estudiantes, bien sea escrita u oral, y que tomen en cuenta las articulaciones entre las diferentes representaciones tradicionales como las algebraicas. Así mismo, se puede afirmar que la visualización que fomenta estos instrumentos digitales ayuda a articular las representaciones de las *cónicas*, transformando las representaciones *algebraicas* en *geométricas* y viceversa.

Así mismo, dado que las *construcciones geométricas* son actividades principales de entrada para estudiar las *cónicas*, entonces se pueden llegar a constituirse en ejes articuladores con las representaciones geométricas, las representaciones ejecutables, los fenómenos de visualización a través de la mediación de dichas representaciones dinámicas de un AGD, de tal forma que las propiedades intrínsecas de estas curvas puedan ser aprendidas, y por ende, se puedan superar las dificultades reseñadas por anteriores investigadores que han trabajado esta temática.

Por otro lado, al articular visualizaciones 2D de las cónicas con visualizaciones en 3D de cuádricas, en estos AGD, según Chaucanes, Enríquez y Fernández (2016), afirman que contribuyen al proceso cognitivo de visualización debido a que permiten realizar transiciones de doble vía entre la Geometría Plana y la Geometría Espacial, al momento de realizar cortes transversales mentales para emplear teoremas de la Geometría Euclídea e interpretar de manera sencilla problemas tridimensionales cuando se abordan problemas de sólidos de revolución.

#### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Chaucanes, D., Enríquez, J. & Fernández, E. (2016). Transición de doble vía entre la Geometría 2D y 3D a través de la Elipse y las Esferas de Dandelin en Cabri 3D. En J. A. Rúa & L. A. Zabala (Coords.), *Memorias del VIII Congreso Iberoamericano de Cabri 2016*, p. 26. Conferencia llevada a cabo en este Congreso, Medellín: Sello Editorial Universidad de Medellín.
- Duval, R. (2004). Como hacer que los alumnos entren en las representaciones geométricas. Cuatro entradas y ... Una quinta (M. del C. Chamorro, Trad.). En *Cuadernillos Aula de Verano* (pp. 159-187). Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deportes.
- Fernández, E. (2011). *Situaciones para la enseñanza de las cónicas como lugar geométrico desde lo puntual y lo global integrando Cabri Géomètre II Plus*. (Tesis de Maestría no publicada). Universidad del Valle, Cali, Colombia.

- Gonzato, M., Godino, J. D. & Neto, T. (2011). Evaluación de conocimientos didáctico-matemáticos sobre la visualización de objetos tridimensionales. *Educación Matemática*, 23(3), 5-37.
- Hansen, V. L. (1998). Everlasting Geometry. En C. Mammana & V. Villani (Eds), *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century. An ICMI Study* (pp. 9-18). Netherlands: Kluwer Academic Publishers. Recuperado en: <http://fractus.mat.uson.mx/Papers/ICMI/Geometria.htm>
- Kline, M. (1986). *El fracaso de la matemática moderna: ¿Por qué Juanito no sabe sumar?* (11ma ed.). Madrid, España: Siglo XXI.
- Villarroel, Y., Méndez, N. & Lavaque, J. (2010). Cubos: Una propuesta didáctica basada en la visualización. *Revista de Educación Matemática. Facultad de Matemática, Astronomía y Física*. Córdoba, Argentina: Universidad Nacional de Córdoba. 25.