

## Una trayectoria hipotética de aprendizaje para la noción de probabilidad en estudiantes de grado sexto

Martha Cirley González Ramírez<sup>51</sup>

Jhon Darwin Erazo Hurtado<sup>52</sup>

Eliecer Aldana Bermúdez<sup>53</sup>

### Resumen

El problema de investigación consistió en indagar sobre los niveles de comprensión del concepto de probabilidad en los estudiantes de grado sexto del Instituto Montenegro, en el departamento del Quindío, y con base en ello desarrollar rutas de enseñanza y aprendizaje que permitan describir el progreso en la comprensión de dicho concepto y determinar la trayectoria de aprendizaje apropiada para la construcción del mismo. El objetivo principal es potenciar el aprendizaje del concepto de probabilidad mediante una trayectoria hipotética de aprendizaje. La metodología empleada es de tipo cualitativa, porque es conveniente comprender el proceso de

---

<sup>51</sup> Docente de matemáticas Instituto Montenegro.

Licenciada en Matemáticas y Computación.

Maestrante en Ciencias de la Educación con énfasis en Educación Matemática.

Grupo de investigación en educación matemática de la universidad del Quindío (GEMAUQ),

[mgonzalezr\\_1@uqvirtual.edu.co](mailto:mgonzalezr_1@uqvirtual.edu.co)

<sup>52</sup> Docente Universidad del Quindío.

Grupo de investigación en educación matemática de la universidad del Quindío (GEMAUQ).

Magister en Ciencias de la Educación, con énfasis en Educación Matemática.

[jderazo@uniquindio.edu.co](mailto:jderazo@uniquindio.edu.co).

<sup>53</sup> Docente Universidad del Quindío.

Grupo de investigación en educación matemática de la universidad del Quindío (GEMAUQ).

Doctor en Educación Matemática.

[eliecerab@uniquindio.edu.co](mailto:eliecerab@uniquindio.edu.co).

configuración de acciones para la enseñanza y el estudio sistemático de secuencias particulares de aprendizaje en contexto, la investigación implica la utilización, recogida e interpretación de gran variedad de materiales, entrevista y observaciones de los desempeños de los estudiantes en las tareas que se proponen en la trayectoria hipotética de aprendizaje (THA). La principal conclusión es que los estudiantes se familiarizan con los conceptos básicos de probabilidad cuando participan en actividades que involucran juegos de azar con material conocido como dados y monedas en contextos cotidianos, construyen dichos conceptos y los relacionan con su cotidianidad.

### **Palabras Clave**

Pensamiento aleatorio, probabilidad, trayectorias hipotéticas de aprendizaje, enfoque cualitativo.

### **Problema de investigación**

La mayoría de estudiantes presenta dificultades para argumentar sus ideas y los procedimientos que estructuran las respuestas de una situación problema, la iniciativa para crear y proponer alternativas de solución a problemas cotidianos desde las diferentes áreas del conocimiento es escasa, y en particular, en el caso del área de matemáticas, una de las materias que menos entusiasma a los estudiantes en la educación secundaria, en la mayoría de los casos las rechazan al tildarlas de difíciles y carentes de uso posterior en la vida por su carácter abstracto y riguroso, (Ruiz ,2008). A causa de ello, la matemática es una de las áreas que mayores dificultades presenta

en las pruebas nacionales e internacionales, como es el caso de la prueba PISA, según el MEN (2008, párr. 20), “la mayoría de los estudiantes colombianos sólo demostró capacidad para identificar información y llevar a cabo procedimientos matemáticos rutinarios, siguiendo instrucciones directas en situaciones explícitas, y responder a preguntas relacionadas con contextos conocidos”.

En grado sexto los estudiantes demuestran inseguridad en la interpretación de datos representados en tablas y gráficas, en la descripción de situaciones que representan variaciones y en el análisis de situaciones aleatorias. La deducción de un espacio muestral y las técnicas básicas de análisis de datos son constantes conflictos que los escolares presentan al momento de tomar decisiones, en términos de Calderón (2013), “los estudiantes no llegan a entender y manejar adecuadamente el concepto de probabilidad y de aleatoriedad”.

Por otro lado Gras y Totomasina (1995), Ojeda (1995), educadores matemáticos citados por Batanero (2007), *analizan los procedimientos de los estudiantes, sugiriendo la dificultad en construir un diagrama en árbol, o en identificar los datos del problema*. Es importante que en los primeros grados de escolaridad, se aproveche el contexto del estudiante para familiarizarle con los eventos de azar y la posibilidad de que alguno de estos ocurra, como un juego de dados, la posibilidad de que su equipo de fútbol favorito gane el campeonato o que a la fiesta de su cumpleaños asistan todos los invitados. En este sentido, Jiménez y Jiménez argumentan que:

Se hace necesario desde la primaria introducir a los estudiantes a las diferentes técnicas de conteo, aunque no se llegue a formalizar la teoría. Así se irán desarrollando las estructuras mentales necesarias para etapas posteriores donde sí se requiere de la formalización de resultados, trabajo que por cierto algunos investigadores han señalado como difícil de enfrentar para los estudiantes. (Jiménez y Jiménez, 2015)

De acuerdo con lo anterior y con otros estudios que proporcionan las posibles dificultades de interpretación de enunciados de probabilidad en otros niveles educativos, como en Batanero & Ortiz (1996) y en Roca & Batanero (2007) es de interés, a partir de estas reflexiones formular el siguiente problema de investigación:

¿Qué trayectoria de aprendizaje es apropiada para la adquisición del concepto de probabilidad en estudiantes de grado sexto?

### **Materiales y métodos**

Para dar solución al problema de investigación se plantea como objetivo general, potenciar la construcción del concepto de probabilidad en estudiantes del grado sexto mediante trayectorias de aprendizaje, de acuerdo con lo que se propone en los lineamientos curriculares de matemáticas, donde se expone la probabilidad y la estadística como parte de la matemática que desarrolla las habilidades de explorar, cuantificar y predecir fenómenos científicos y sociales que pueden modelarse mediante valoraciones cualitativas y la construcción de modelos de probabilidad. “El carácter globalizante de la probabilidad y la estadística está en la presencia del pensamiento

aleatorio para la comprensión de fenómenos de la vida cotidiana y de las ciencias” (Ministerio de Educación Nacional, 1998).

Esta investigación es de tipo cualitativa, apropiada para comprender el proceso de configuración de acciones para la enseñanza y el estudio sistemático de secuencias particulares de aprendizaje en contexto. La investigación implica la utilización, recogida e interpretación de gran variedad de materiales, entrevista y observaciones de los desempeños de los estudiantes en las tareas que se proponen en la trayectoria hipotética de aprendizaje (THA).

Las THA pueden ser usadas para dos propósitos, el primero como instrumento de planeación de la actividad matemática con los estudiantes y el segundo como herramienta de investigación, de acuerdo con esto, investigadores como (Clements & Sarama, 2004), consideran que la construcción de THA es responsabilidad del investigador, al tener en cuenta que el profesor de matemáticas no tiene la preparación suficiente sobre este constructo. Para otros autores como (Simon & Tzur, 2004), las THA se deben usar como herramienta en la planeación de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

La población del estudio son estudiantes del grado sexto de la Institución educativa Instituto Montenegro del municipio de Montenegro Quindío, con edades entre los 10 y 13 años, estudiantes que presentan dificultades en la aplicación de conceptos y algoritmos básicos de la matemática y un muy bajo nivel de comprensión lectora, en cuanto a enunciados matemáticos se refiere.

Como las trayectorias hipotéticas de aprendizaje parten del conocimiento previo que el estudiante tiene sobre el objeto de estudio, en este caso el concepto de probabilidad, se aplicó un diagnóstico con situaciones de azar para revisar el nivel de comprensión del concepto de probabilidad.

### **Ilustración 1 Tarea diagnóstica**



Fuente: Elaboración propia

*Con esta tarea se esperaba que los estudiantes explicaran la posibilidad de ocurrencia del evento “lanzar al aire una moneda y un dado al tiempo” describiendo uno a uno todos los posibles resultados del espacio muestral y al final estimaran la cantidad total de resultados para tomar la decisión de cuál de los personajes tiene la razón.*

### **Análisis y resultados**

Se tomaron tres resultados donde se evidencia distintos niveles de conceptualización en cuanto a situaciones de azar y posibles resultados de un experimento aleatorio, además de tomar decisiones referentes a una situación determinada.

El estudiante que más se acercó a la noción de probabilidad comprendió el enunciado y la pregunta, escribe las posibles respuestas en desorden, da solución de manera concreta a los dos interrogantes, demuestra que comprende las distintas posibilidades que arroja un experimento aleatorio y de manera informal plantea un espacio muestral que le permitió determinar el número de posibles soluciones y saber quién tiene la razón de los dos personajes. El estudiante comprende la diferencia entre una situación aleatoria y una determinística y predice, en una situación de la vida cotidiana, la presencia o no del azar.

Otro nivel de conceptualización se evidencia con la respuesta de un segundo estudiante que reconoce la situación aleatoria, comprende lo cotidiano del contexto en el que se da, pero no tiene en cuenta responder los interrogantes que se hacen sobre ella. Aunque enumera todos los posibles resultados del experimento, involucra un elemento que no hace parte de la situación se confunde en la interpretación y no le encuentra sentido al análisis realizado. Es decir, presenta dificultades para asignar valores numéricos a la posibilidad de ocurrencia del evento y tomar decisiones en situaciones de incertidumbre.

El último análisis que se realizó con un tercer estudiante que no comprende el enunciado ni la pregunta que se hace, muestra que no percibe las diferentes posibilidades que se pueden dar en un experimento aleatorio, limitándose a una operación aritmética que no representa relación con los interrogantes iniciales.

## Conclusiones principales

La tarea propuesta fue resuelta de manera incorrecta por la mayoría de la población, a pesar de ser una situación conocida y muy del contexto del estudiante, pero se les dificulta hacer un análisis por medio de diagramas y conjunto de posibles resultados, ya que estas situaciones no son abordadas de manera clara y frecuente en los procesos de enseñanza aprendizaje. Los estudiantes no están acostumbrados a realizar esquemas que representen los posibles resultados de un experimento aleatorio para estimar la posibilidad de ocurrencia de un evento, razón por la que no llegan a comprender el concepto de probabilidad y tomar decisiones en situaciones de riesgo.

Aprender haciendo es uno de los objetivos principales de las trayectorias de aprendizaje, se pretende plantear tareas o actividades de aprendizaje que permitan al estudiante construir y asimilar el concepto concreto de probabilidad.

## Referencias bibliográficas

Clements, D. & Sarama, J. (2009) Learning and Teaching Early Math: The Learning Trajectories Approach. Ed. Routledge. NY.

Díaz Batanero, C., & Estrada Roca, A. (2007). Formación de profesores de matemáticas basada en la reflexión guiada sobre la práctica. *Tendencias actuales de la investigación en educación estocástica*.



Jiménez M, L., & Jiménez F, J. R. (2015). Enseñar probabilidad en primaria y secundaria ¿Para qué? y ¿Por qué? *Revista digital matemática, educación e internet*.

MEN (1998). *Lineamientos curriculares matemáticas*. Bogotá DC: Ministerio de Educación Nacional.

MEN (2006). *Estándares básicos de competencias* . Bogotá DC: Ministerio de Educación Nacional .

Socarras, J. M. (28 de Octubre de 2008). Problemas actuales de la enseñanza y aprendizaje de la matemática.

Simon, M. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114- 145.