

## ¿Cuáles son las tendencias de los alumnos de nivel medio al resolver problemas con falta de autenticidad?

Roberto Sánchez Sánchez<sup>80</sup>  
José Antonio Juárez López<sup>81</sup>

### Resumen

La presente investigación muestra una visión general de las tendencias de los estudiantes de bachillerato al resolver problemas con falta de autenticidad donde se hace presente la ilusión de la linealidad. Cabe señalar que dicha investigación es parte de un estudio mayor que además de este tipo de problemas, aborda otros más (constantes, área y volumen). En la literatura se ha mostrado que al momento de resolver problemas matemáticos existe una fuerte tendencia de aplicar métodos proporcionales, incluso en problemas en los que es cuestionable o claramente inadecuado. Se aplicó un instrumento a estudiantes de bachillerato en México con el cual se pudo observar que la mayoría de los estudiantes son “seducidos” por la linealidad, es decir, aplican el modelo lineal o proporcional. Se encontró que los estudiantes ignoran consideraciones realistas o no toman en cuenta algunos aspectos esenciales de la situación del problema en la vida real, es decir, los estudiantes asumen

---

<sup>80</sup> Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.  
Maestro en Educación Matemática.  
[rtgr\\_16@hotmail.com](mailto:rtgr_16@hotmail.com)

<sup>81</sup> Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.  
Doctor en Matemática Educativa.  
[jajul@fcfm.buap.mx](mailto:jajul@fcfm.buap.mx)

que la respuesta debe ser numérica y que dicha respuesta es exacta pero no toman en cuenta ciertas consideraciones realistas y solo buscan la o las operaciones aritméticas para resolver dicho problema y no se dan cuenta que su respuesta en ocasiones solo es una aproximación.

### **Palabras Clave**

Ilusión de la linealidad, falta de autenticidad, resolución de problemas, nivel medio (bachillerato).

### **Problema de investigación**

Uno de los ejemplos más comunes de un comportamiento corrompido en la resolución de problemas, es la tendencia de los estudiantes a generalizar en exceso la aplicabilidad del modelo proporcional (De Bock, Van Dooren, Janssens & Verschaffel, 2002; Van Dooren, De Bock, Evers & Verschaffel, 2009). Freudenthal (1983, p. 267, citado en Van Dooren, De Bock, Hessels, Janssens & Verschaffel, 2005, 59) sugirió que: *“La linealidad es una propiedad tan sugestiva de las relaciones que uno se rinde fácilmente a la seducción para hacer frente a cada relación numérica como si fuese lineal.”* A partir del contexto de esta cita, Freudenthal sugirió el término lineal como sinónimo de proporcional, en referencia a las relaciones representadas gráficamente por una línea recta a través del origen (Van Dooren, De Bock, Hessels, Janssens & Verschaffel, 2004, citado en Van Dooren et al., 2005, 59).

El mal uso de la linealidad en situaciones no lineales es un error “clásico” (a veces referido como la “ilusión de la linealidad o proporcionalidad”, la “trampa de la linealidad”, el “obstáculo lineal”, etc.), posiblemente uno de los más antiguos de la literatura del pensamiento matemático (De Bock et al., 2002), como se menciona en la afirmación de Aristóteles la cual sugiere que si se tienen dos objetos (un objeto 10 veces más pesado que el otro) y se sueltan a determinada altura, el objeto que pesa 10 veces más, llegará a la tierra 10 veces más rápido que el objeto menos pesado (Galilei, 1638/1954, citado en Van Dooren et al., 2005, 59).

El refuerzo de la linealidad en numerosas situaciones de la matemática escolar, junto con su sencillez intrínseca, puede dar lugar a una tendencia en los estudiantes e incluso en adultos para aplicar el modelo lineal “en todas partes” (De Bock et al., 2002). La actividad de resolución de problemas admite problemas “reales” aceptables (o buenos) que los estudiantes puedan encontrar fuera de sus clases de matemáticas (Van Dooren et al., 2005), sin embargo, varias investigaciones (Reusser y Stebler, 1997; Verschaffel, De Corte, y Lasure, 1994 citado en Van Dooren et al., 2005, 58) han demostrado que los estudiantes comienzan a resolver problemas con poca o ninguna relación con el mundo real y como algo bastante lejos del auténtico proceso de elaboración de modelos matemáticos que se prevé en los documentos de reforma y planes de estudios debido a lo estereotipado de los problemas que se ofrecen a los estudiantes y a la forma en que estos problemas son manejados por los profesores (Verschaffel, 2000, citado en Van Dooren et al., 2005, 58).

Verschaffel, De Corte, y Lasure (1994, p. 276, citado en Van Dooren et al., 2009, 187) encontraron que para el problema: “el mejor tiempo de John para correr 100 metros es de 17 segundos. ¿Cuánto tiempo le llevará correr 1 kilómetro?” Más del 90% de los estudiantes de entre 10 y 12 años de edad, respondió “170 segundos”. Casi todos los estudiantes jugaron el “juego de los problemas de aplicación de la escuela”, es decir, la situación del mundo real que evoca el problema permite una respuesta única y precisa, por lo cual los estudiantes tienen que buscar la operación matemática (suma, resta, multiplicación, división o combinación de estas operaciones) en el planteamiento del problema para resolverlo en vez de concebir y abordar estos problemas como legítimos en matemática realista (Nesher, 1996; Reusser y Stebler, 1997; Wyndhamn & Säljö, 1997, citado en Van Dooren et al., 2009, 188).

La gran mayoría de los estudiantes tienden a ignorar su conocimiento realista y se acercan a los problemas mediante la construcción de un modelo que no tiene en cuenta algunos aspectos esenciales de la situación del problema en la vida real (Verschaffel et al., 2000, citado en Van Dooren et al., 2005, 61).

Con base en lo anterior, la presente investigación tiene como finalidad analizar:  
¿Cuáles son las tendencias de los alumnos de nivel medio al resolver problemas de tipo constante?

## Materiales y métodos

La presente investigación tiene una naturaleza cualitativa. La investigación se realizó en México con 75 alumnos de cuarto semestre (con edades entre 15 y 17 años) de nivel educativo medio. Se aplicó un cuestionario que debía ser resuelto con lápiz y papel. Éste consistió en problemas no lineales de tipo: constante, área, volumen y falta de autenticidad. No obstante, en este documento solo se abordarán los concernientes a falta de autenticidad. Posteriormente se analizaron los instrumentos para observar las tendencias de los alumnos al resolver problemas con falta de autenticidad.

## Análisis y resultados

Un problema que se propuso en el instrumento fue el que utilizaron Van Dooren et al., (2005) y De Bock et al., (2007) (mencionado anteriormente), se realizaron algunas modificaciones superficiales y otro más fue propuestos por los autores de la presente investigación. A continuación se presentan una tabla de frecuencias de los problemas aplicados en el instrumento, posteriormente, el problema y su análisis.

Problema	Razonamiento lineal			Razonamiento no lineal		Otro		Sin respuesta
	Aplica proporcionalidad	Aplica proporcionalidad con error en algoritmo	Aplica proporcionalidad inversa	Inadecuado	Adecuado	Operaciones diversas	Procedimiento confuso	
	60	9	0	1	0	2	1	2
	38	1	0	11	11	0	7	7

Figura 1. Frecuencia general de los estudiantes al resolver los problemas.

El mejor tiempo de Alicia para correr 100 metros es de 16 segundos. ¿Cuánto tiempo le llevará correr 1000 metros? 69 estudiantes fueron “atrapados” en la ilusión de la linealidad, es decir, respondieron 160 segundos, lo anterior no indica que el resto (6 estudiantes) lo hubieran hecho de forma correcta como se puede apreciar en la Figura 1. Incluso se puede observar que ningún estudiante logró obtener la respuesta correcta a este problema. De los 69 estudiantes que aplicaron el modelo lineal, 60 aplicaron “la regla de tres” de forma correcta y 9 estudiantes tuvieron algún error al aplicar el algoritmo de “la regla de tres”. Un estudiante logró romper con el razonamiento lineal, sin embargo, no logró resolver de manera correcta el problema pues dijo que el tiempo necesario para recorrer los 1000 metros sería diferente a 160 segundos, sin embargo, menciona que el tiempo debe ser menor a 160 segundos pues la corredora debe dividir sus energías para poder resistir los 1000 metros por lo cual debe de recorrerlos con una mejor velocidad, el estudiante supone que a mayor distancia recorrida, el tiempo debe ser menor, pero no toma en cuenta factores como el cansancio. Algunos estudiantes realizaron procedimientos alternativos para resolver el problema por lo cual los clasificamos dentro de la categoría “otro” (3 estudiantes), 2 estudiantes realizaron múltiples operaciones para obtener una solución numérica del problema y el otro estudiante resolvió el problema pero el procedimiento utilizado resultó ser confuso.

*Los mexicanos miden a los 10 años aproximadamente 1.30 m. ¿Cuánto medirán a los 30 años?* En el caso de modelo lineal, 38 respondieron que los mexicanos a los 30 años miden 3.90 metros, es decir, aplicaron “la regla de tres” de forma correcta y 1 estudiante tuvo algún error al

aplicar el algoritmo de “la regla de tres”. En este problema hubo una mejoría en cuestión del razonamiento de los estudiantes pues en este problema 22 estudiantes no aplicaron el modelo lineal, 11 de ellos de forma inadecuada pues aplicaron la “regla de tres” a los 30 cm sin mencionar porqué pero se tiene la suposición de que los estudiantes obtuvieron como resultado 3.90 m, lo cual les causó cierta “sorpresa” pero no quisieron dejar el problema sin resolver por lo cual hicieron uso de los 30 cm, lo multiplicaron por 3 (debido a que 30 años es el triple de 10 años) y al resultado le suman 1 metro para obtener como resultado 1.90 metros. 11 estudiantes resolvieron de forma adecuada el problema pues dijeron que no era posible que los hombres mexicanos midieron 3.90 metros. El número de estudiantes que realizaron procedimientos alternativos para resolver este problema aumentó, pues dentro de la categoría “otro” hubo 7 estudiantes que resolvieron el problema utilizando procedimientos confusos o solo colocaron la respuesta del problema. Y 7 estudiantes no respondieron este problema.

### **Conclusiones principales**

En México desde primaria hasta altos niveles educativos se abordan infinidad de problemas que pueden ser resueltos con “la regla de tres” (en la cual se dan tres datos, dos de ellos pertenecen a una relación y el tercer dato pertenece a otra relación, el cuarto dato tiene que ser encontrado) y se le da poca importancia a donde no es conveniente aplicar el modelo lineal. Los alumnos de nivel académico medio deberían ser más analíticos y capaces de utilizar sus conocimientos del mundo para resolver los

problemas, sin embargo, pareciera que no los toman en cuenta y solo pretenden dar una solución numérica. Lo anterior conlleva a que más de la mitad de los alumnos aplicara el modelo lineal o proporcional para resolver el problema pues dichos cálculos no se debieron de realizar debido a que no fueron de mucha ayuda, en cambio los estudiantes debieron de utilizar más su conocimiento del mundo.

### Referencias bibliográficas

- De Bock, D., Van Dooren, W., Janssens, D. & Verschaffel, L. (2002). Improper Use of Linear Reasoning: An In-Depth Study of the Nature and the Irresistibility of Secondary School Students' Errors. *Educational Studies in Mathematics*, 50(3), 311-334.
- De Bock, D., Van Dooren, W., Janssens, D. & Verschaffel, L. (2007). *The illusion of linearity: From analysis to improvement*. New York: Springer.
- Van Dooren, W., De Bock, D., Evers, M. & Verschaffel, L. (2009). Students' Overuse of Proportionality on Missing-Value Problems: How Numbers May Change Solutions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(2), 187-211.
- Van Dooren, W., De Bock, D., Hessels, A., Janssens, D. & Verschaffel, L. (2005). Not Everything Is Proportional: Effects of Age and Problem Type on Propensities for Overgeneralization. *Cognition and Instruction*, 23(1), 57-86.