

## LAS SUPERFICIES EN EL CÁLCULO MULTIVARIADO PARA INGENIERÍA: ESTADO DEL ARTE

Pablo Andrés Acosta Solarte<sup>1</sup>

### Resumen

La investigación en educación matemática en educación superior es visible en cursos de cálculo diferencial, integral y ecuaciones diferenciales, pero es menos visible o quizás poco conocida en el cálculo en varias variables. El presente trabajo muestra un acercamiento al estado del arte de investigaciones en cálculo en varias variables con miras al estudio de la noción de superficie en el marco de la Educación Matemática Realista y la Matemática en Contexto en carreras de ingeniería. Es parte del estado del arte del proyecto de tesis del autor en el doctorado en educación matemática en la Universidad Antonio Nariño, sede Bogotá. Se muestra investigaciones publicadas en los últimos 5 a 10 años en revistas que se encuentran en la clasificación top 10 de la colección Scimago y en las bases de datos de Colciencias, tanto revistas indexadas como homologadas.

**Palabras clave:** *Cálculo en varias variables, educación superior, estado del arte.*

### Abstract

Research in mathematics education in higher education is visible in differential and integral calculus and differential equations, but is less visible or perhaps little known in multivariate calculus. The present work shows an approach to the state of the art of research in multivariate calculus with a view to the study of the notion of surface in the framework of Realistic Mathematics Education and Mathematics in Context in Engineering Careers. It is part of the state of the art of thesis project of the author in the doctorate in mathematics education at the Universidad Antonio Nariño, Bogotá. It shows research published in the last 5 to 10 years in journals that are in the top 10 classification of the Scimago collection and in the databases of Colciencias, both indexed and approved journals.

**Keywords:** Multivariate calculus, higher education, state of the art.

### 1. INTRODUCCIÓN

Las investigaciones en educación matemática para cursos universitarios han centrado la atención en mayor medida en los cursos de cálculo diferencial, cálculo integral y han dado un salto a las ecuaciones diferenciales.

---

<sup>1</sup> Universidad Distrital Francisco José de Caldas; paacostas@udistrital.edu.co; paacostas@unal.edu.co

Al parecer en el salón de clase tiende a asumirse que el paso de dos dimensiones a tres dimensiones en el cálculo es automático. Eso ha llevado a que las investigaciones en el cálculo en varias variables no se realicen o, en buena medida, se realicen en menor proporción. Investigaciones presentadas en Montiel, Wilhelmi, Vidakovic y Elstak (2009), Trigueros y MartínezPlanell (2010), Rasmussen, Marrongelle y Borba (2014), Törner, Potari y Zachariades (2014), Lee Mcgee y Moore-Russo (2015) han identificado esa posible tendencia, mostrando la necesidad de, entre otras, complementar la literatura existente de investigaciones en el cálculo en varias variables.

La presente propuesta forma parte de la investigación que busca identificar la manera en que se desarrolla el pensamiento matemático en el estudiante de ingeniería por medio de la noción de superficie en el proceso de enseñanza y aprendizaje del cálculo en varias variables. La investigación está enmarcada en la Educación Matemática Realista (Freudenthal (1971), Treffers (1993), entre otros) y la Matemática en Contexto (Camarena (2012, 2015), entre otros) y busca aportar herramientas valiosas para la enseñanza y aprendizaje del cálculo en varias variables en las carreras de ingeniería.

Acá se presenta el estado del arte de la propuesta de investigación.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Los fundamentos teóricos que soportan el trabajo se enmarcan desde un punto de vista global, regional y local. Esto en el sentido de asumir posiciones de teorías internacionalmente conocidas (Educación Matemática Realista y el Marco Teórico DNR); posiciones de teorías o metodologías aplicadas en países cercanos a Colombia en proyectos que muestran resultados valiosos en la enseñanza y aprendizaje de la matemática en educación superior, como es el caso de la Matemática en Contexto, bastante conocida en México y Latinoamérica, y por último se asume algunas posiciones de la propuesta de Aprendizaje Basado en Problemas que se ha usado en Colombia aunque en otras áreas del conocimiento.

Es importante destacar que las teorías de Educación Matemática Realista y La Matemática en el Contexto de las Ciencias forman los cimientos de la propuesta y de manera general e implícita, se toman algunos apartes del modelo pedagógico DNR y el Aprendizaje Basado en Problemas.

## 3. METODOLOGÍA

La investigación en el desarrollo del pensamiento matemático por medio de la noción de superficie en un curso de cálculo en varias variables de las carreras de ingeniería, por el hecho de ofrecerse a futuros ingenieros, y teniendo en cuenta la forma de trabajo que ellos desarrollan, parece tener posibilidades de buenos resultados al desarrollarse planteando una ingeniería didáctica: “un conjunto de secuencias de clase, concebidas, organizadas y articuladas en el tiempo

de forma coherente por un profesor-ingeniero para efectuar un proyecto de aprendizaje de un contenido matemático dado para un grupo concreto de alumnos” (Douady, 1996, p. 241).

La investigación del estado del arte de la propuesta se hizo consultados resúmenes de artículos de revistas y colecciones clasificadas en las bases de datos Scopus. Se tomaron las clasificadas en el Top 10 y en el primer cuartil (482 títulos) del CiteScore Percentile en las áreas de Matemática aplicada, Artes y Humanidades, Educación y Matemáticas. De ellas se tomaron, según área de interés, 237 títulos de los cuales se consultó su contenido en los últimos 5 años (22 revistas del tema).

Se amplió la consulta usando las bases de datos de revistas indexadas y homologadas por el Departamento Administrativo de Ciencia, Tecnología e Innovación de Colombia (CeTelColciencias). Entre las revistas indexadas a 2014, se consultaron 4 de las 148 en categoría A2, 12 de las 124 en categoría B y 16 de las 226 en categoría C. Entre las revistas homologadas a 2016 se consultaron 5 en categoría A1, 7 en categoría A2, 4 en categoría B y 9 en categoría C. De la revisión de las revistas se extrajeron 20 artículos que por su nombre o resumen hacían alusión al cálculo multivariado o al cálculo en educación superior.

Las revistas analizadas son publicadas en Estados Unidos (11 revistas), Reino Unido (12 revistas), Países Bajos (4 revistas), Alemania (1 revista), Taiwán (1 revista), Canadá (1 revista), Australia (3 revistas), España (6 revistas), Brasil (2 revistas), Francia (2 revistas), México (3 revistas) y Colombia (33 revistas).

#### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La conclusión general de la construcción del estado del arte por medio de las revistas consultadas es que las investigaciones en el cálculo en varias variables y más específicamente en el aprendizaje y enseñanza de las superficies son muy escasas o quizás no se ha publicado (Montiel et al. (2009, p. 140); Trigueros y Martínez-Planell (2010, p. 3); Törner et al. (2014, p. 549)). La propuesta de investigación planteada ampliará entonces la literatura existente en el tema.

#### 5. REFERENCIAS

- Camarena, G. P. (2012). La matemática en el contexto de las ciencias y la modelación. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 7, No 10, 183-193.
- Camarena, G. P. (2015). Teoría de las ciencias en contexto y su relación con las competencias. *INGENIUM, Revista de la Facultad de Ingeniería*, 16(31), 108-127.
- Douady, R. (2006). Ingeniería didáctica y evolución de la relación con el saber en las matemáticas de collège-seconde. En De Faria Campos, E. *Ingeniería didáctica. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 1(2).

- Freudenthal, H. (1971). Geometry between the devil and the deep sea. *Educational Studies in Mathematics*, 3 , 413-435.
- Lee Mcgee, D., & Moore-Russo, D. (2015). Impact of explicit presentation of slopes in three dimensions on students' understanding of derivatives in multivariable calculus. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(Suppl 2), 357-384.
- Montiel, M., Wilhelmi, M., Vidakovic, D., & Elstak, I. (2009). Using the onto-semiotic approach to identify and analyze mathematical meaning when transiting between different coordinate systems in a multivariate context, *Educational Studies in Mathematics*, 72(2), pp. 139-160.
- Rasmussen, C., Marrongelle, K., & Borba, M. C. (2014). Research on calculus: what do we know and where do we need to go? *ZDM Mathematics Education*, 46, 507-515.
- Törner, G., Potari, D., & Zachariades, T. (2014). Calculus in European classrooms: curriculum and teaching in different educational and cultural contexts. *ZDM Mathematics Education*, 46, 549-560.
- Treffers, A. (1993). Wiskobas and Freudenthal: realistic mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 25, 89-108.
- Trigueros, M., & Martínez-Planell, R. (2010). Geometrical representations in the learning of twovariable functions, *Educational Studies in Mathematics*, 73(1), 3-19.