

ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA EL DESARROLLO DE PROCESOS DE MODELACIÓN CON ECUACIONES DIFERENCIALES DESDE LA PERSPECTIVA STEM

Jesús David Berrio Valbuena¹, Zuriel Fitzgerald Peña Ubarne², María De Los Ángeles Torrenegra Giraldo³

Resumen

Desde la perspectiva de Blum y Borromeo-Ferri, la modelación puede considerarse como un proceso que tiene sus inicios en la conceptualización de una situación o problema de la realidad. Según algunos autores, la práctica en Modelación Matemática se reduce a aspectos netamente teóricos, como la aplicación de una fórmula matemática, dejando de lado los procesos de experimentación, observación, planteamiento de conjeturas, entre otros. Esta investigación, propone el diseño de actividades que permitan el desarrollo de los procesos que en la práctica no se dan. Este estudio se fundamentará en el ciclo de modelación propuesto por Borromeo-Ferri que proporciona una estructura para el desarrollo de los procesos de Modelación Matemática, y un diseño de investigación que apoyado en la Educación STEM, permitirá proponer una estrategia didáctica para el desarrollo de dichos procesos.

Palabras clave: *Didáctica, ecuaciones diferenciales, educación STEM, modelación matemática.*

Abstract

From the perspective of Blum & Borromeo-Ferri, modeling can be considered as a process that has its beginnings in the conceptualization of a situation or reality's problem. According to some authors, Mathematical Modeling's practice boils down to purely theoretical aspects, as the application of mathematical formula, aside from the experimentation's process, observation, conjecture, among others approach. This research proposes the design of activities that allow the development of processes that do not happens in practice. This study shall be based on the modeling cycle propose by Borromeo-Ferri, it provides a structure for the development of the mathematical modeling's process, and design of research by STEM Education, it will allow to propose a teaching strategy for the development of these processes.

Keywords: *Didactics, differential equations, mathematical modelings, STEM Education.*

¹ Magister en Educación Matemática Universidad del Atlántico; Colombia; jberrioalbuena@mail.uniatlantico.edu.co

² Estudiante de pregrado; Universidad del Atlántico; Colombia; zpena@mail.uniatlantico.edu.co

³ Estudiante de pregrado; Universidad del Atlántico; Colombia; mdtorrenegra@mail.uniatlantico.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

Según Villa-Ochoa (2010) la modelación matemática es un proceso que inicia teniendo en cuenta un conjunto de situaciones que se presentan en los diferentes contextos sociales y culturales de los estudiantes y la escuela, donde dicho proceso permite observar, reflexionar, discutir, explicar, revisar, y de esta manera construir conceptos matemáticos en forma significativa (Ministerio de Educación Nacional, 1998), describiendo las interrelaciones entre la realidad y las matemáticas, todo esto mediante la observación y la experimentación, con el fin

de obtener datos que permitan formular hipótesis, elaborar conjeturas, para así determinar la construcción más adecuada que represente el fenómeno estudiado.

En la investigación realizada por Rodríguez (2010), se evidencia que establecer una ecuación diferencial que modele una situación real consiste en justificar si el modelo (dado en el enunciado) es efectivamente el correcto, además el encontrar una solución general a dicha ecuación consiste en hacer uso de un teorema que el profesor ha demostrado anteriormente, reflejando así, que uno de los procesos más importantes de la modelación, como es la construcción propia del modelo, es poco trabajada o solicitada en la clase de matemáticas.

Entre tanto, para Erazo y Escobar (2015) la modelación consiste en aspectos meramente teóricos, es decir, la miran como la aplicación de una fórmula matemática en la cual se reemplazan los datos expuestos en el enunciado para obtener resultados, lo que deja entrever que uno de los procesos más importantes a la hora de modelar un fenómeno como lo es la observación y la experimentación quedan por fuera, lo que constituye una dificultad.

Teniendo en cuenta las dificultades mencionadas anteriormente, este estudio pretende diseñar e implementar actividades que permitan el desarrollo de los procesos de modelación matemática expuestos anteriormente, por medio del planteamiento de Educación STEM. Mostraremos como es la construcción de un modelo de decaimiento exponencial y su solución, aplicando el desarrollo de cada proceso (observación, experimentación, planteamiento de hipótesis y conjeturas, entre otros).

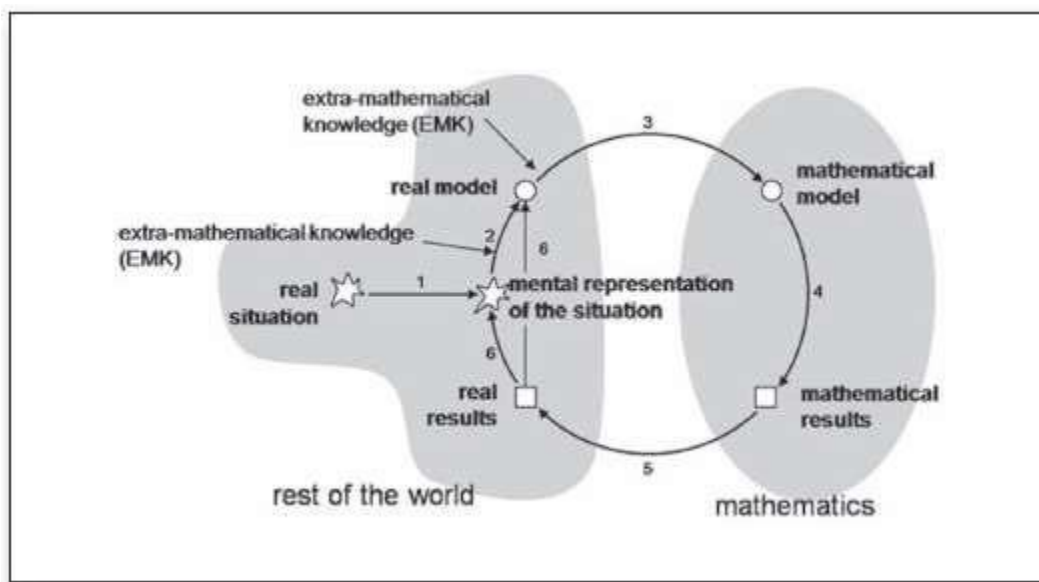
2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Como se ha descrito anteriormente la Modelación Matemática se entiende como un proceso que involucra el mundo real y las matemáticas de manera que se relacionen mutuamente, constituyendo una herramienta didáctica que permite la construcción del conocimiento matemático. Desde el punto de vista epistemológico, la Modelación Matemática, acopla elementos de naturaleza “no matemáticos” (todo aspecto externo a la matemática) con el conocimiento matemático descrito desde el ámbito cognitivo (Huinchahue, Borromeo-Ferri y Mena-Lorca, 2018).

Para la implementación de la modelación en el aula, algunos autores, han determinado “un ciclo de modelación” el cual subraya la forma en como este proceso debería desarrollarse; para este trabajo nos enfocaremos en el ciclo de modelación propuesto por Borromeo-Ferri (2010), en el cual se explican las siguientes etapas tomadas de Huincahue, Borromeo-Ferri y Mena-Lorca (2018) (Ver Figura 1):

1. Inicia con una situación real que puede ser representada por una imagen, un texto o ambos. En esta etapa se presentan los procesos de experimentación, abstracción, simplificación e interpretación.
2. Se crea una representación mental de la situación para analizar la información de la situación real.
3. Se produce una transición de teorización del problema para llegar a un modelo real, este proceso es más consciente que el anterior, y dependiendo del problema se involucra el conocimiento extramatemático.
4. Se presenta un proceso de matematización que genera un modelo matemático, basado en el conocimiento extramatemático.
5. Se obtienen resultados matemáticos que se interpretan y conducen a resultados reales que se validan en la representación mental o en el modelo real.

Figura 1. Ciclo de modelación. Borromeo-Ferri, 2010.



En esta investigación se tendrá como objeto de estudio, situaciones reales modeladas mediante ecuaciones diferenciales en profesores en formación de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Atlántico, inscritos en el curso de didáctica del cálculo.

3. METODOLOGÍA

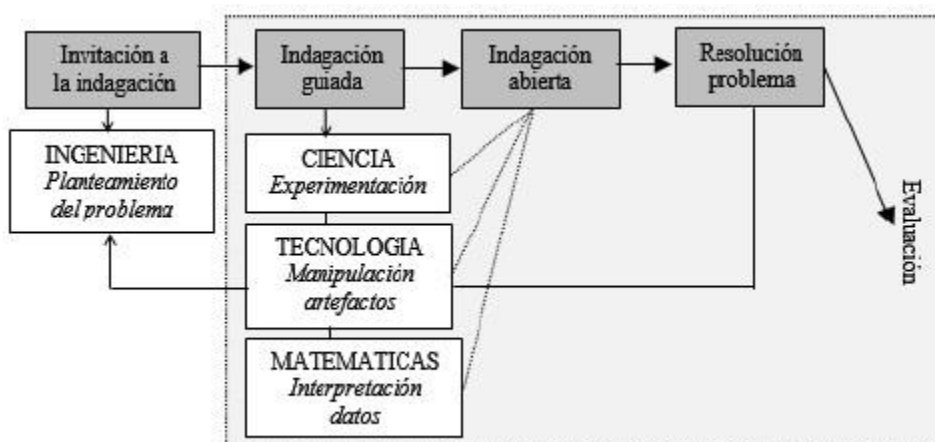
Para desarrollar la metodología de este estudio se establecerá una estrategia didáctica basada en la propuesta de la Educación STEM, concebida como la forma de enseñar conjuntamente Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas, con dos características bien definidas (Satchwell y Loepp 2002):

1. El programa garantiza una asimilación explícita de conceptos de dos o más disciplinas (instrucción integrada).
2. Tiene un enfoque de Ingeniería en cuanto al desarrollo de conocimientos teóricos para su posterior aplicación práctica, enfocados siempre a la resolución de problemas tecnológicos. Este permite el estudio de la aplicación de la modelación matemática mediante el uso de ecuaciones diferenciales.

La actividad que se propone para el trabajo con docentes de matemáticas en formación desde la perspectiva STEM utiliza la metodología de la indagación. Se articula en cinco fases y en cada una de ellas se intenta abordar cada disciplina STEM, las siguientes fases son explicadas desde la perspectiva de Bogdan y Greca (2016) (ver Figura 2):

1. Se plantea un problema de Ingeniería que permite un contexto para enseñar un contenido de Ciencia.
2. Se lleva a cabo una indagación guiada en donde los docentes en formación emplean instrumentos para diseñar y realizar experimentos, también registran datos y los interpretan siguiendo pautas definidas.
3. Consiste en una indagación abierta en donde los docentes en formación discuten los resultados obtenidos en la fase anterior y plantean hipótesis que son necesarias para la resolución del problema inicial.
4. Explorar de manera didáctica los contenidos específicos y relacionar sus experiencias recientes con los conceptos abstractos que permiten resolver el problema inicial.
5. Se propone una posible aplicación tecnológica del descubrimiento, la cual evaluará el trabajo realizado.

Figura 2. Propuesta para trabajar en ed. Primaria la orientación STEM. Bogdan y Greca, 2016.



4. AVANCES DE LA INVESTIGACIÓN

La información aquí expuesta corresponde los avances de una investigación que se viene desarrollando. En la fase de diseño de las intervenciones didácticas se han estructurado una serie de actividades que tienen como finalidad el desarrollo de los procesos de la modelación matemática propuestos por Blum y Borromeo-Ferri (2009), además que se establece una fuerte relación con estos procesos a problemas con contextos propios de las ciencias naturales.

Se propone una simulación de un proceso de decaimiento exponencial de la siguiente manera: se toman 50 dados y se arrojan para retirar todos los dados cuya cara sea el número seis. Se realiza el mismo procedimiento entre 8 y 10 veces y se registran los datos en una tabla.

Tabla 7. Registro de los datos de la simulación del experimento de decaimiento exponencial

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8
P(t)	50	41	37	30	27	20	16	12	10

Lo ideal es que se establezca la relación entre la razón de cambio de la población con respecto al tiempo y la población en cada instante de tiempo. Es decir, que se identifique que $\frac{dP}{dt} \propto P(t)$, y esto nos lleva a que $\frac{dP}{dt} = kP(t)$ que es una ecuación diferencial de variable separable y cuya solución es $P(t) = ce^{kt}$ donde $c = P_0$ y k es un número negativo que representa el decaimiento de una sustancia radioactiva.

Los cuestionarios u hojas de trabajo que acompañan al desarrollo de estas actividades aún están en fase de construcción, así como también el diseño de dos actividades más. Una de ellas, consistente en el calentamiento de una grasa hasta llevarla a un estado líquido para simular el proceso de extracción de la misma de un tanque.

Los resultados esperados (Vargas y Lindado, 2018) suponen que una buena práctica de enseñanza de los procesos para hacer modelación matemática, y cuyos estudios han visto resultados en la que estos aumentan su nivel de aprendizaje consideran al proceso del

aprendizaje y la enseñanza de la matemática como un sistema en donde las cinco fases de la teoría interactúan entre sí: la fase curricular, didáctica, cognitiva, epistemológica y docente, es decir,

- La fase curricular: cumpliendo con los estándares del currículo para el aprendizaje de nuevos conocimientos.
- Didáctica: El cómo se le presenta a un estudiante la forma más llamativa para él.
- Cognitiva: el conocimiento que tiene en su momento y reflejarlo con el nuevo conocimiento por obtener (contrastarlo).
- Epistemológico: la historia detrás de estos conocimientos, como hacían antes de y como se hace en estos tiempos.
- Docente: que no deja de estar por fuera, y que este es el autor material para que los estudiantes puedan desarrollar satisfactoriamente un nuevo conocimiento en su proceso de aprendizaje.

5. REFERENCIAS

Blum, W. y Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical Modelling: Can it Be Taught and Learn? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58.

Erazo, I. y Escobar, D. (2015). *La modelación matemática: un aporte de las ecuaciones diferenciales ordinarias lineales de primer orden en ingeniería* (tesis de pregrado). Universidad Antonio Nariño. Bogotá, Colombia.

Huincahue, J. Borromeo-Ferri, R. y Mena-Lorca, J. (2018). El conocimiento de la modelación matemática desde la reflexión en la formación inicial de profesores de matemática. *Enseñanza de las ciencias* 1(36). 99-115.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares: Matemáticas*. Magisterio, Bogotá, Colombia.

Rodriguez, R. (2010). Aprendizaje y enseñanza de la modelación: el caso de las ecuaciones diferenciales. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 13(4), 191-210.

Satchwell, R., y Loepp, F. L. (2002). "Designing and Implementing an Integrated Mathematics, Science, and Technology Curriculum for the Middle School". *Journal of Industrial Teacher Education*, 39(3). Recuperado de: <http://scholar.lib.vt.edu/ejournals/JITE/v39n3/satchwell.html>

Toma, R., y Greca, I. (Junio, 2016). Modelo interdisciplinar de educación STEM para la etapa de Educación Primaria. En (Eds.) *III Simposio Internacional de Enseñanza de las Ciencias SIEC 2016*. Llevado a cabo en la Universidad de Vigo, Vigo, España.

Villa-Ochoa, J. Bustamante, A. y Berrio, M. (2010). Sentido de la realidad en la modelación matemática. *Red colombiana de modelación en Educación matemática*.

Vargas, J. y Lindado, Y. (2018). *Acercamiento a los procesos de modelación matemática mediante las prácticas de matemática experimental apoyados en el uso de Geogebra en estudiantes de décimo grado* (Tesis de pregrado). Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia.