

OPTIMIZACIÓN, ¿SIN CÁLCULO? UNA APLICACIÓN DE LA DESIGUALDAD DE LAS MEDIAS ARITMÉTICA Y GEOMÉTRICA, CON GEOMETRÍA DINÁMICA

Víctor Hugo Ibarra Mercado¹, Guillermo Trujano²

Resumen

Hay muchas situaciones en las que se tienen recursos escasos y uno desea optimizar una actividad o situación. Maximizar: ganancias, ingresos, rendimientos. Minimizar: costos, tiempo de entrega, nivel de inventario. Y, en ambos casos, cumplir con algunas condiciones. Se denominan problemas de optimización con restricciones. Presentamos un problema, que permite mostrar una metodología útil en la resolución de algunos problemas de optimización con restricciones. El objetivo es doble, por un lado, aplicar conocimientos básicos y por otro, comentar sobre el uso de recursos computacionales y la potencialidad que tienen en el apoyo en la enseñanza-aprendizaje de matemáticas y ciencias en general.

Palabras clave: *Desigualdad medias aritmética y geométrica, Geometría, Optimización.*

Abstract

There are many situations in which you have scarce resources and you want to optimize an activity or situation. Maximize: profits, income, financial returns. Minimize: costs, delivery time, inventory level. And, in both cases, meet certain conditions. They are called optimization problems with restrictions. We present a problem, which allows to show a useful methodology in the resolution of some optimization problems with restrictions. The objective is twofold, on the one hand, to apply basic knowledge and on the other, to comment on the use of computational resources and the potential they have in the support in the teaching-learning of mathematics and sciences in general.

Keywords: *Arithmetic mean, geometric mean inequality, Dynamic geometry, Optimization.*

1. INTRODUCCIÓN

En este taller se pretende que a partir del planteamiento de una situación se modele la misma, para posteriormente resolverla. Se comentará sobre la forma tradicional de abordarlo, para posteriormente comentar sobre las características de una amplia gama de problemas en donde surgen problemas de optimización en los que una expresión en términos de suma está acotada por una expresión en términos del producto de las variables incluidas en el modelo, y viceversa, es decir, problemas en los que una expresión en términos de un producto de variables está acotada por una expresión en términos de una suma de las variables que modelan la situación. Lo anterior permite sugerir un enfoque de resolución utilizando una desigualdad muy

¹ Maestro en Ciencias; Universidad Anáhuac; México; vbarra@anahuac.mx

² Profesor educación primaria; ConTlgo Latinoamérica; México; guillermotrujano@yahoo.com

conocida entre la media aritmética y la media geométrica de números positivos. Con apoyo de geometría dinámica, se presenta y justifica esta desigualdad, en el caso de dos números. Para, posteriormente, presentar la desigualdad en el caso general de n números, y aplicarla en otros problemas, para los cuales si se abordan de la manera tradicional requieren de herramienta matemática que por lo regular está fuera del alcance de alumnos de bachillerato o del primer año universitario. El taller concluye con observaciones y reflexiones por parte de los asistentes, guiadas por los ponentes y haciendo uso de apoyos computacionales.

2. PROPÓSITO Y ALCANCE

Resaltar el uso de la tecnología, en particular, de la geometría dinámica, para proponer conjeturas sobre relaciones geométricas y algebraicas. Para su aplicación en problemas de optimización.

3. PERFIL DEL PARTICIPANTE

El taller está diseñado para profesores y alumnos de nivel bachillerato, así como profesores y alumnos de los primeros años de una carrera universitaria que requiera de Cálculo. Deben estar familiarizados con conceptos básicos de Geometría Euclidiana (triángulos semejantes, segmentos de recta y ángulos inscritos en una circunferencia) y preferentemente haber utilizado algún software para el uso de Geometría dinámica.

4. DESARROLLO

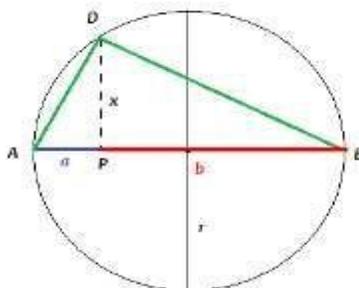
Se inicia con la presentación de una situación clásica de optimización. Mediante una estrategia de trabajo colaborativo, se plantea un modelo para resolver el problema de determinar el área máxima de un rectángulo, sujeto a un perímetro constante. Es un problema básico y muy común en libros de texto [véanse Thomas (2010) y Arya (2005)]. Posteriormente, con base en una participación interactiva del ponente con los asistentes se guiará la demostración de una desigualdad entre la media aritmética y la media geométrica para dos valores positivos. Posteriormente, con apoyo de un recurso computacional (calculadora graficadora, computadora) y haciendo uso de la geometría dinámica se demostrará la desigualdad en cuestión

$$\left(\frac{a+b}{2}\right) \leq \sqrt{a \cdot b} \quad (1)$$

Donde:

a y b : son números reales positivos.

Fig. 1. Ilustración de la media aritmética y la media geométrica.



Con base en la figura 1, se establece la desigualdad (1), y promoviendo el aprendizaje colaborativo de los asistentes, se utilizará este resultado en la resolución de problema planteado originalmente. Después de un análisis y la presentación del caso general de la desigualdad [véase Sominsky (1990) y Peresinni (1988)] se aplicará a otros problemas típicos (véase Thomas (2010)), los cuales requieren de, lo que se denomina, cálculo de varias variables, todo esto mediante un trabajo cooperativo.

Al final, se harán observaciones y se obtendrán conclusiones en conjunto con los participantes.

9. REFERENCIAS

Arya, J., Lerdner, W. e Ibarra, V. (2005). Matemáticas aplicadas a la Administración y a la Economía. Prentice Hall. México

Peresinni, A., Sullivan, F. y Uhl, J. (1988). The mathematics of nonlinear programming. Springer Verlag. USA.

Sominskii, I.S. (1990). El método de la inducción matemática. Editorial LIMUSA. México.

Thomas, G. (2012). Cálculo: Una variable. Pearson Editorial. México.

Thomas, G. (2010). Cálculo: Varias variables. Pearson Editorial. México.