

DETERMINACIÓN DE UN MARCO EPISTÉMICO Y DIDÁCTICO DE REFERENCIA PARA LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO EN UNA CARRERA NO MATEMÁTICA

Marcel David Pochulu¹

Resumen

Se relata el proceso de investigación seguido para establecer un marco epistémico y didáctico de referencia para la enseñanza del cálculo diferencial e integral, en una variable, para una carrera que no está centrada en la matemática. Para ello, se estudiaron documentos referidos a la enseñanza del cálculo y se hicieron entrevistas a profesionales, con el propósito de establecer las prácticas matemáticas que son necesarias en la formación de un Licenciado en Administración. Estas prácticas, no guardan necesariamente relación con el modo en que se presentan habitualmente los contenidos de matemáticas a los estudiantes y desafían los conocimientos que tienen los profesores sobre la disciplina y su relación con demás.

Palabras clave: *Enseñanza del cálculo, matemáticas para no matemáticos, Enfoque Ontosemiótico, marco epistémico y didáctico de referencia.*

Abstract

The research process followed is described to establish an epistemic and didactic framework of reference for the teaching of differential and integral calculus, in one variable, for a career that is not focused on mathematics. For this purpose, papers referring to the teaching of calculus were studied and interviews were made with professionals, in order to establish the mathematical practices that are necessary in the formation of a Bachelor of Administration. These practices are not necessarily related to the way in which mathematics contents are usually presented to students and challenge the knowledge that teachers have about the discipline and its relationship with others.

Keywords: *Calculus teaching, mathematics for not mathematicians, Onto-Semiotic Approach, didactic and epistemic frame of reference.*

1. INTRODUCCIÓN

La enseñanza de las matemáticas para carreras no matemáticas plantea grandes desafíos para los profesores y para las universidades desde hace muchos años, pues las tendencias marcan que debería enseñarse de manera contextualizada y a través de la resolución de problemas.

¹ Doctor en didáctica de las matemáticas; Universidad Nacional de Villa María; Argentina; marcelpochulu@hotmail.com

La problemática sobre el tipo de tareas y actividades que debieran proponer los profesores, pareciera ser aún una dificultad a superar, y es frecuente que los estudiantes comiencen a tomar conciencia sobre la importancia de las matemáticas, una vez avanzados en los estudios de la carrera elegida, o al finalizar y desenvolverse en el mundo laboral. En tiempos pasados era suficiente mostrar algunas técnicas y algoritmos relevantes de las matemáticas y aplicarlos en situaciones de una realidad falseada o manipulada, como lo expresa Alsina (2007), pues sostiene categóricamente que “gran parte del tiempo dedicado a la enseñanza de la matemática se dedica a la resolución de ejercicios rutinarios alejados de la vida cotidiana”.

Son numerosos los trabajos de investigación que toman las prácticas de matemáticas como objeto de estudio y las implicancias educativas que ellas tienen en los procesos de enseñanza y aprendizaje (Godino, Contreras y Font, 2006, Pochulu, 2007, Pochulu y Font, 2011, entre otros). Recientemente, también aumentó el interés sobre el tipo de tareas que los profesores de Matemática proponen a los estudiantes, pues son consideradas clave para conseguir una enseñanza de calidad. Éstas son el punto de partida de la actividad del alumno, la cual, a su vez, produce como resultado su aprendizaje. Sabemos que la elección de qué matemáticas enseñar y la contextualización sociocultural de la práctica profesional choca con la limitación de tiempo de las asignaturas e implica afrontar el problema de la selección de los contenidos, metodologías de enseñanza y tipo de evaluación. No obstante, existen hoy en día diversas investigaciones en didáctica de las matemáticas que han puesto de manifiesto que la contextualización también puede facilitar la comprensión de los alumnos al proporcionar la conexión de los contenidos objeto de estudio con sus conocimientos previos, y la motivación de los mismos por aprender (Ramos, 2006).

En este contexto cabe preguntarse: ¿qué matemáticas requiere una carrera profesional en particular? ¿qué criterios debemos seguir para seleccionar los contenidos? ¿qué prácticas matemáticas debieran ser incluidas necesariamente y con qué enfoque metodológico? Para dar respuestas a estas preguntas, se relata el proceso de investigación seguido para seleccionar contenidos de matemáticas (principalmente del cálculo diferencial e integral en una variable), para la Licenciatura en Administración Rural de la Universidad Tecnológica Nacional de Argentina. Esta carrera se desarrolla en 7 sedes o facultades y la cátedra de Análisis Matemático tiene asignada sólo 2.5 horas reloj por semana durante un año académico (32 semanas). En las siguientes secciones, se describe el marco de la investigación, la metodología seguida, algunos resultados y conclusiones finales del trabajo desarrollado.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Se distinguen en esta sección algunos antecedentes relevantes de la investigación, y los principales elementos y constructos del marco teórico considerado para la misma.

2.1 Algunos antecedentes de la enseñanza del cálculo en carreras no matemáticas

Diversas investigaciones en didácticas de las matemáticas tratan de explicar el fracaso que se tiene en la enseñanza del cálculo con estudiantes universitarios, con argumentos que

implican: insuficientes o inadecuados conocimientos previos; poca o ninguna competencia en razonamiento lógico y abstracto; deficiencias en la adquisición y utilización del lenguaje matemático, ausencia de hábitos de estudio; desconexión entre las matemáticas enseñadas en educación secundaria y las que se imparten en la universidad; la forma tradicional de enseñar los contenidos matemáticos en las universidades que en muchas ocasiones están totalmente desvinculados de los intereses del alumnado y de los aspectos específicos de la propia carrera; la insuficiente formación pedagógica de los docentes universitarios, entre otros.

En particular, respecto al cálculo diferencial e integral en una variable, Artigue (1995) señala que:

La enseñanza universitaria, aún si tiene otras ambiciones, tiende a centrarse en una práctica algorítmica y algebraica del cálculo y a evaluar en esencia las competencias adquiridas en este dominio. Este fenómeno se convierte en un círculo vicioso: para tener niveles aceptables de éxito, se evalúa aquello que los estudiantes pueden hacer mejor, y esto es, a su vez, considerado por los estudiantes como lo esencial, ya que es lo que se evalúa. (p.97).

Esta apreciación se corresponde a lo señalado por Cantoral y Mirón (2000) e Idris (2009) quienes indican que la enseñanza habitual del cálculo logra que los estudiantes deriven, integren, o calculen límites elementales sin que sean capaces de asignar un sentido más amplio a las nociones involucradas en su comprensión. Estos investigadores remarcan el hecho de que el cálculo se enseña desde una perspectiva mecanicista, reduciendo su aprendizaje a prácticas algorítmicas y algebraicas, donde los estudiantes privilegian la obtención de una respuesta (ojalá la correcta), por encima del proceso que lleva a ésta, aspecto que conlleva a un aprendizaje con baja comprensión. Para encontrar una solución a esta problemática, Zúñiga (2007) y Barrile y Righetti (2017) reportan que, en un escenario contextualizado de enseñanza de la matemática, el funcionamiento cognitivo de los estudiantes propicia la comprensión de los contenidos de cálculo en el ámbito de su área de especialidad. Tal comprensión se logra tanto por las características de la situación problemática que se plantea (potencialmente significativa) como por la actitud positiva de los estudiantes al tratarla por ser de su interés.

2.2 Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática

La investigación se enmarca en el Enfoque Ontosemiótico del conocimiento e instrucción matemática (EOS) como línea de la didáctica de las matemáticas. Se toman los constructos: objeto matemático, significado de un objeto matemático, práctica matemática, sistemas de prácticas, configuraciones epistémicas y cognitivas.

Para Godino, Batanero & Font (2007) las matemáticas se conciben como una actividad humana, intencionalmente orientada a la solución de cierto tipo de problemas, realizada en el seno de instituciones o comunidades de prácticas; actividad que está mediatizada y apoyada por los recursos lingüísticos y tecnológicos disponibles. De las prácticas o sistemas de prácticas realizadas para resolver problemas emergen dos categorías primarias de objetos matemáticos: institucionales (sociales, relativamente objetivas, del profesor) y personales (individuales o

mentales, del alumno), por lo que se asume que las matemáticas son, además de una actividad, un complejo de objetos culturales (institucionales), axiomática y deductivamente organizados.

El EOS confiere fundamental importancia a las nociones de significados institucionales y personales y concibe el significado de un objeto matemático, al que Godino, Batanero & Font (2007) definen como todo aquello que es indicado, señalado o nombrado cuando se construye, comunica o aprende matemática, en términos del sistema de prácticas ligadas a un tipo de problemas. Estos significados institucionales pueden ser de varios tipos: el implementado, el evaluado, el pretendido y el referencial. Los significados personales pueden ser: el global, el declarado y el logrado, los cuales se relacionan entre sí, mediados por el trasfondo ecológico de las prácticas.

En la descripción de las actividades matemáticas suele hacerse alusión a diferentes tipos de objetos, pero el EOS considera seis tipos de entidades u objetos primarios: situación-problema, conceptos, propiedades, procedimientos, argumentaciones y lenguaje. En particular, en la resolución de un problema se pueden encontrar algunos o todos estos objetos mencionados, los cuales determinan configuraciones. Estas configuraciones pueden ser de tipo epistémica o cognitiva. Las configuraciones se denominarán epistémicas si son redes de objetos institucionales (extraídas de un texto escolar, obtenidas de la clase que imparte un profesor, etc.), o cognitivas si representan redes de objetos personales (observadas en la actividad de los estudiantes).

3. METODOLOGÍA

Las características metodológicas de la investigación son de tipo interpretativo y cualitativo, ya que se pretendió arribar a una comprensión profunda sobre las actividades llevadas a cabo por profesores, estudiantes y egresados de la carrera de Licenciatura en Administración Rural que involucran el cálculo diferencial e integral en una variable, mediante un análisis inductivo/constructivo. Las fases de la investigación fueron las siguientes:

(1) Definición de significados institucionales de referencia: Se realizó un estudio documental referido a la enseñanza del cálculo en carreras del área de las ciencias económicas y de la administración, entrevistas no estructuradas a egresados de la Licenciatura en Administración Rural que trabajan específicamente en su campo profesional, y estudios de la componente matemática presente en los trabajos finales realizados por estudiantes.

(2) Determinación de significados institucionales pretendidos, implementados y evaluados: Se analizó el programa y las prácticas de Análisis Matemático de la carrera (dado que contienen los tópicos referidos al cálculo diferencial e integral en una variable) en términos de utilidad que tienen los contenidos para las asignaturas que conforman la carrera.

(3) Análisis comparativo entre los significados institucionales de referencia con los pretendidos, implementados y evaluados. Este análisis permitió determinar la relevancia que

tienen las prácticas que se realizan en Análisis Matemático para formar un Licenciado en Administración Rural, y al mismo tiempo, establecer aquellas que serían necesarias por estar en el significado institucional de referencia, pero que no son consideradas en los significados institucionales pretendidos, implementados y evaluados.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

A continuación, se exponen los resultados más relevantes encontrados durante la investigación, y aquellos aspectos metodológicos que fueron desencadenantes a la hora de tomar decisiones para establecer un marco epistémico y didáctico de referencia.

Una de las acciones realizadas para determinar los significados institucionales pretendidos, implementados y evaluados, fue volcar los contenidos de matemática en una planilla de cálculo. Posteriormente, se colocaron todas las materias que conforman el plan de estudio de la Licenciatura en Administración Rural y se les pidió a los profesores de las 7 facultades donde se desarrolla la carrera, que puntuaran cada contenido de matemáticas en términos de su utilidad o aplicación en la carrera y/o cátedra. Los resultados mostraron que prácticamente ningún contenido de matemáticas estaba siendo aplicado. Incluso, aquellos contenidos que podrían aplicar, no lo hacían en el mismo sentido en que eran trabajados en la clase de Análisis Matemático. Por ejemplo, en el campo profesional de administración rural se usan frecuentemente tablas de datos, las cuales se obtienen de experiencias particulares, tales como: aumento de peso compensatorio en vaquillonas en encierre a corral, estimación del poder germinativo de un lote de semillas, eficiencia de conversión en la cría de porcinos, demoeología y programas de erradicación de plagas en cultivos, rendimiento de genotipos de maíz ante arreglos topológicos, etc. Con estas tablas de datos se realizan representaciones gráficas, y eventualmente, se recurren a modelos funcionales de ajuste (líneas de tendencia) para pronosticar comportamientos entre las variables. Sin embargo, en la clase de matemáticas el desarrollo está centrado en el estudio y representación de una expresión analítica de una función, con detalles de componentes que no necesariamente son relevantes para las prácticas profesionales que realizan los egresados de la carrera. En el campo de evaluación de inversiones, se requerían estudios que permitieran comprender las posibles transacciones comerciales a las que se enfrenta un administrador, como el hecho de decidir entre la compra de moneda extranjera, constituir plazos fijos (tradicionales o a unidades de valor adquisitivo), compra de acciones (Lebac, Letes, etc.), compra de bienes raíces, etc. Esto mostró que el modo en que se planteaban los problemas en las clases de matemáticas resultaban muy alejados a la realidad y no se preparaba a un estudiante para el mundo laboral.

Las entrevistas con profesionales del área de las ciencias de la administración (y administración rural en particular), junto con el estudio de los trabajos finales de grado que realizan los estudiantes, mostró que era necesario que se abordaran diferentes modelos funcionales, y con el sentido que son requeridos en este área del conocimiento. En particular, se tendrían que trabajar con situaciones problemáticas para calcular costos e ingresos, definir beneficios y rentabilidad, planificar, dirigir y controlar procesos productivos, determinar la eficiencia en el uso de los recursos, analizar la situación financiera y evaluar pequeñas

inversiones. Asimismo, se tendrían que presentar constructos básicos necesarios para afrontar estudios de estadística en el curso siguiente.

Considerando que sólo se disponen de 2,5 horas reloj por semana para desarrollar contenidos del cálculo diferencial e integral en una variable, resultó impensable sostener procesos algorítmicos propios de las matemáticas, como por ejemplo, graficar funciones a partir de su expresión analítica, realizar cálculos algebraicos complejos para levantar indeterminaciones de límites, aplicar sistemáticamente la regla de la cadena en funciones que difícilmente se presenten en contextos reales, o utilizar técnicas de integración para funciones en casos muy particulares. Si pensamos que cada espacio curricular debe realizar prácticas formativas que contribuyen al perfil profesional de la carrera y a las prácticas profesionalizantes, es altamente complejo que se logre con contenidos no contextualizados y centrados en rutinas y procedimientos propios de las matemáticas.

Para este caso particular, se propusieron prácticas matemáticas que involucran la obtención de modelos funcionales a partir de tablas de datos (de costo, de ingreso, de utilidades, de demanda, de oferta, costo promedio, ingreso promedio, etc.), interpretaciones económicas referidas del costo marginal, ingreso marginal, elasticidad de la demanda, utilidad neta, tasas de incremento, excedente de consumidores y productores, etc. Asimismo, la resolución de problemas implicó que los estudiantes hicieran un uso significativo y pertinente de los nuevos recursos y que los profesores plantearan problemas con un abordaje interdisciplinario. Esto llevó a cambiar el modo de pensar y actuar en la clase, y mucho más importante aún, lograr que los estudiantes tengan una educación diferente y acorde a las demandas actuales de su profesión.

La determinación de un marco epistémico y didáctico de referencia para la enseñanza del cálculo en la Licenciatura en Administración Rural mostró que no es posible seguir siendo un profesor del siglo XIX que enseña unas matemáticas del siglo XVII a estudiantes del siglo XXI. Fue necesario desterrar la idea de que el estudiante tiene que contar con todos los conocimientos matemáticos para abordar un problema, o que usará solamente métodos y algoritmos tradicionales enseñados en la clase. Tampoco se puede ignorar la presencia de la tecnología que media la resolución de cualquier tipo de problema, y más aún, si se pretende un enfoque unificado e interdisciplinario de la enseñanza de las matemáticas.

5. REFERENCIAS

- Alsina, C. (2007). Si Enrique VIII tuvo 6 esposas ¿cuántas tuvo Enrique IV? El realismo en Educación Matemática y sus implicaciones docentes. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43, 85-101.
- Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En P. Gómez (Ed.), *Ingeniería didáctica en educación matemática* (pp. 97-140). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

- Barrile, S y Righetti, G (2017). Una Aplicación de las Integrales Definidas, Experiencia de Aula. En P. C6 (Ed), *XX Encuentro Nacional y XII Internacional de Educaci6n Matem6tica en Carreras de Ingenier6a* (pp. 401-407). Santiago del Estero, Argentina: Lucrecia.
- Cantoral, R. y Mir6n, H. (2000). Sobre el estatus de la noci6n de derivada: de la epistemolog6a de Joseph Louis Lagrange al dise1o de una situaci6n did6ctica. *RELIME*, 3 (3), 265-292.
- Godino, J., Batanero, C. & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM*, 39(1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). An6lisis de procesos de instrucci6n basado en el enfoque ontol6gico-semi6tico de la cognici6n matem6tica. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 26 (1), 39-88.
- Idris, N. (2009). Enhancing students' understanding in calculus trough writing. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 4(1), 36-55.
- Pochulu, M. (2007). Clases universitarias de matem6tica: configuraciones e implicancias educativas. *Proyecciones*, 5(2), 21 – 32.
- Pochulu, M. y Font, V. (2011). An6lisis del funcionamiento de una clase de matem6ticas no significativa. *RELIME*, 14 (3), 361-394.
- Ramos, A. (2006). Objetos personales, matem6ticos y did6cticos, del profesorado y cambios institucionales - El caso de la contextualizaci6n de las funciones en una facultad de ciencias econ6micas y sociales (Tesis doctoral). Universidad de Barcelona, Espa1a.
- Zu1iga, L. (2007). El c6lculo en carreras de ingenier6a: un estudio cognitivo. *Revista Latinoamericana de Investigaci6n en Matem6tica Educativa*, 10 (1), 145-175.