

LA APROXIMACIÓN A LAS SOLUCIONES DE ECUACIONES NO LINEALES EN PRIMARIA USANDO GEOGEBRA COMO MEDIO DIDÁCTICO

Angie Paola Samper Taboada¹, Emperatriz Mercado Hernandez², Jesús David Berrío-Valbuena³

Resumen

En esta investigación se propone el diseño de una situación didáctica que le permita a los estudiantes, de la básica primaria, hacer un acercamiento desde una perspectiva topológica a los conceptos de línea simple, línea abierta, línea continua (suponiendo que una ecuación no lineal es una línea simple, abierta y continua), aproximación, extremos, vecino, entre otros. Y a su vez la conjugación de todos estos conceptos para construir de forma intuitiva un método que permite encontrar puntos de intersección entre dos líneas simples, abiertas y continuas, lo que constituiría el método de bisección sin hacer uso de ecuaciones o pruebas iterativas numéricas.

Palabras clave: Líneas simples y abiertas, líneas continuas, topología, aproximaciones a soluciones, ecuaciones no lineales.

Abstract

In this research we propose the design of a didactic situation that allows students, from the first courses of the school, to get approach from a topological perspective to the concepts of simple line, open line, continuous line (assuming that a non-linear equation is a simple line, open and continuous), approximation, extremes and neighbor, among others. And in turn the conjugation of all these concepts to construct intuitively a method that allows to find points of intersection between two simple, open and continuous lines, which would constitute the method of bisection without making use of equations or numerical iterative tests.

Keywords: Open and simple lines, continuous lines, topology, approaches to solutions, non-linear equation.

1. INTRODUCCIÓN

En nuestra sociedad, la matemática numérica, adquiere cada vez más importancia. Sin duda, la calidad de los cursos de métodos numéricos, es uno de los parámetros que influye el desarrollo del cálculo. Sin embargo, en ocasiones no se alcanzan a desarrollar las temáticas realmente importantes para el desarrollo del cálculo, es por eso que se hace un énfasis en seleccionar matemáticas importantes o relevantes para los objetivos marcados. Por ejemplo,

¹ Universidad del Atlántico; Licenciatura en Matemáticas; Colombia

² Universidad del Atlántico; Licenciatura en Matemáticas; Colombia

³ Universidad del Atlántico; Magister en Educación Matemática; Colombia

dentro del campo numérico, el NTCM cita la proporcionalidad y las razones; cita las destrezas de razonar y deducir, la capacidad de predicción a través de las matemáticas o incrementar conocimientos en recursión, iteración, comparación de algoritmos.

Teniendo en cuenta lo anterior, el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2003), afirman que: el alumno debe seleccionar métodos y herramientas apropiadas para computar con números enteros de entre computación mental, estimación, calculadoras y papel y lápiz de acuerdo con el contexto y la naturaleza del cálculo y use el método o la herramienta seleccionada.

Siguiendo el anterior orden de ideas, esta investigación pretende hacer un primer diseño de un medio didáctico, dirigido a estudiantes de quinto grado de primaria, para que la interacción con éste les permita tener una aproximación a los métodos numéricos, más específicamente al método de bisección. Las actividades propuestas se desarrollarán en el contexto de la Teoría de las Situaciones Didácticas.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Teoría de las situaciones didácticas en Educación Matemática

La Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) se diferencia entre dos enfoques, el enfoque tradicional que hace referencia a una educación unilateral donde el profesor solo está a cargo de proveer el contenido y el estudiante solo recibe la información, solo intervienen dos elementos profesor y estudiante, en cambio en el enfoque descrito por Brousseau (1997) intervienen tres elementos que son esenciales; estudiante, profesor y el medio didáctico, es el profesor quien proporciona el medio en el cual, el estudiante construye su conocimiento. Así, Situación Didáctica se refiere a la relación existente entre tres sujetos: profesor-estudiante-medio didáctico y la Situación A- Didáctica hace referencia al proceso en el cual el docente plantea problemas que los estudiantes ven en su cotidianidad y pueden resolver con conocimientos construidos anteriormente y que le permitirán a estos generar hipótesis y conjeturas, es decir los estudiantes se verán enfrentados a situaciones problemas que deberán resolver sin intervención directa del profesor. De esto se puede ver que la Situación A-didáctica está contenida en la Situación Didáctica (Chavarría, 2006).

El enfoque que le da Brousseau (1997) (citado por Acosta, 2010) a las Situaciones Adidácticas viene dado desde el aprendizaje por adaptación que se da esencialmente en la interacción entre el medio y el sujeto; este medio cumple una función dependiendo de la fase en la que se encuentre (acción, retroacción y validación): El sujeto parte de una intención, de una meta a alcanzar, por lo cual realiza una acción sobre el medio, el medio reacciona a esta acción, a esto se le llama en la TSD una retroacción, luego el sujeto hace un interpretación de la retracción mostrada por el medio y finalmente el sujeto valida su acción de acuerdo con la interpretación que hace de las retroacciones del medio. Esta validación puede tomar dos valoraciones: Cuando la acción realizada le permite alcanzar su intención la validación es positiva, en cuyo caso refuerza esta acción, es decir la repetirá con mayor frecuencia cuando quiera alcanzar esa intención. Cuando la acción realizada no le permite alcanzar su intención

la validación es negativa y produce una modificación de la acción, iniciando un nuevo ciclo acción-retroacción-validación, el medio puede ser material o virtual.

Teniendo en cuenta lo mencionado el rol que juega el docente en la TSD es fundamental, esencialmente en las Situaciones A-didácticas, que como se mencionó, están inmersas en las situaciones didácticas. Acosta (2010) menciona tres características que el docente debe cumplir:

Antes del encuentro con los estudiantes en el aula de clase debe preparar con cuidado el problema y el medio que conforman la Situación A-didáctica, es decir prever las acciones que pueden realizar los estudiantes, las retroacciones del medio y las posibilidades de validación que tendrán los estudiantes.

Durante el desarrollo de la Situación A-didáctica el profesor debe restringir sus intervenciones para garantizar el aprendizaje por adaptación. Debe evitar darle información directa o indirecta al estudiante que lo lleve a la solución del problema, y sobre todo debe evitar hacer juicios, ya sean buenos o malos, del trabajo realizado por el estudiante. Sin embargo, esto no quiere decir que debe abandonar por completo la situación; en esta fase, sus intervenciones deben restringirse a retornarle el problema al estudiante, en otras palabras debe evitar que el estudiante se resigne a encontrarle solución al problema, asegurándose de que entienda lo que se espera que él logre, que identifique algunas acciones que puede realizar en el medio, y que vea las retroacciones que el medio proporciona.

Una vez culminada la Situación A-didáctica interviene directamente para hacer saber a los estudiantes del conocimiento que han construido, para institucionalizar, formalizar dicho conocimiento construido.

Dentro de la relación que existe entre profesor-estudiante-medio didáctico, existen dos conceptos que juegan un papel relevante: la Transposición Didáctica y el Contrato Didáctico. El Contrato Didáctico refiere a las reglas, las consignas, los parámetros establecidos entre profesor y alumno, de esta forma, comprende el conjunto de comportamientos que el profesor espera del estudiante y viceversa (Chavarría, 2006) y la Transposición Didáctica hace referencia a la transformación del saber sabio al saber enseñado, adecuado al nivel del estudiante, en otras palabras, al proceso de modificar el saber para que sea transmitido de una forma sencilla y adaptarlo a su enseñanza (Chevallard, 1998).

Pensamiento Variacional

Según Vasco (2006) tenemos lo siguiente:

El pensamiento variacional se desarrolla de múltiples maneras: Con el pensamiento numérico, si se fija la atención en la manera como varían los números figurados pitagóricos, como la variación de los números cuadrados; con los intentos de captar patrones numéricos que se repiten, como 3, 6, 9, 12, o 3, 9, 27, 81, o 3, 5, 7, 11. Con el pensamiento espacial, o mejor espacio-temporal, si se acentúan los movimientos, las transformaciones y los cambios, no las

figuras estáticas y sus nombres y propiedades y se fija la atención en las variaciones implícitas en ese pensamiento espacio-temporal. Ese es el pensamiento geométrico tomado dinámicamente, no en la forma estática de la geometría euclidiana tradicional. Por ejemplo, atender a la variación del área de un triángulo en posición estándar con el cambio del largo de la base, con el cambio de altura, con el cambio de la posición del vértice a lo largo de una paralela a la base, o con el cambio de la posición de la base a lo largo de la recta en donde está el segmento inicial, mientras se mantiene el vértice fijo. Eso es muy distinto a decir que el área de un triángulo es la base por la altura sobre dos. Con el pensamiento métrico en cuanto a la diferenciación entre magnitudes, cantidades de las magnitudes, medición inicial a numérica de esas cantidades, ordenación de las mismas y medición numérica.

Para Villa (2010) señala que: “el desarrollo de la variación no debe estar restringido de manera exclusivamente a la modelación matemática”, también para Villa (2006) reconocen dentro del estudio de la variación la representación como elemento base para su comprensión: El estudio de los conceptos, procedimientos y métodos que involucran la variación, están integrados a diferentes sistemas de representación -gráficas, tabulares, expresiones verbales, diagramas, expresiones simbólicas, ejemplos particulares y generales para permitir, a través de ellos, la comprensión de los conceptos matemáticos.

3. METODOLOGÍA

El diseño de esta investigación está basado en dos etapas, la Etapa A es la *selección de la muestra objeto de estudio* y la Etapa B, está sustentada por las teorías propuestas por Chevallard (1998) y Brousseau (1997) con sus teorías de Transposición Didáctica y Situaciones Didácticas respectivamente; las cuales se ven reflejadas en la Ingeniería Didáctica vista como metodología de la investigación, que tiene como finalidad la confrontación entre un Análisis a Priori y un Análisis a Posteriori, luego de la intervención didáctica. A continuación, es presentada la metodología a seguir para cada una de las etapas:

Etapa A (selección de la muestra objeto de estudio):

En esta etapa inicial se realizó una actividad a los 34 estudiantes pertenecientes a 5° de primaria de la Normal Superior Del Distrito De Barranquilla, con el propósito de conocer las estrategias empleadas por estos estudiantes al momento de resolver la actividad, teniendo en cuenta estos resultados se escogen 15 estudiantes, con los cuales se dialogó para conocer la estrategia implementada, el cómo y por qué la implementaron, para así por ultimo tomar 5 estudiantes. Una vez definida la muestra y viendo las necesidades de la misma se procede a la Etapa B.

Etapa B (Ingeniería Didáctica): Para esta etapa se siguieron las diferentes fases de la Ingeniería Didáctica propuesta por Artigue; Douady, Moreno y Gómez (1995):

Fase 1. Análisis preliminar: en esta fase se diseñan las diferentes series de actividades (situaciones didácticas) a realizar, categorizándolas teniendo en cuenta los objetivos a alcanzar.

Fase 2. Análisis a priori de las Intervenciones Didácticas: en esta fase se realizará un análisis de las posibles respuestas, aptitudes y estrategias que utilizará el estudiante al momento de desarrollar cada una de las actividades que se le presenten de la fase anterior.

Fase 3. Experimentación: en esta fase se procede a implementar y a desarrollar la propuesta, teniendo en cuenta cada detalle que realice el estudiante al momento de desarrollar las actividades, también lo que sustente o responda ante cada interrogante que se le presente.

Fase 4. Análisis a posteriori y evaluación: en esta última fase de la Ingeniería Didáctica se procede a realizar un análisis sobre los datos recogidos de la experimentación (fase anterior), es decir, un análisis sobre lo que el estudiante realizó al momento de resolver las actividades establecidas, para luego así realizar la confrontación o la comparación sobre lo que se esperaba que el estudiante realizara (fase 2) con lo que realizó (fase 3).

4. AVANCES DE LA INVESTIGACIÓN

La información aquí expuesta corresponde a los avances de una investigación que se viene desarrollando. En la fase de diseño de las situaciones se han estructurado una serie de actividades que se siguen de algunos planteamientos de Piaget que sugieren que a partir de los seis años los conceptos topológicos comienzan a transformarse en conceptos proyectivos y euclidianos, lo que le permite al niño la construcción de un espacio exterior. Este favorece la elaboración de representaciones mentales que le facilitan la ubicación desde otros puntos de vista. En esta etapa las relaciones topológicas se aplican a todas las formas y las relaciones euclidianas y proyectivas comienzan a emerger; en ese momento ya percibe los objetos no como algo estático sino como objetos con movimiento (Cabrera, González, Mendoza y Arzate, 2017) que es justo lo que permite hacer un acercamiento a los procesos iterativos que se desarrollan al momento de plantear estrategias para encontrar soluciones de ecuaciones no lineales aun cuando no se trabajará con ecuaciones o con soluciones numéricas, pues los conceptos construidos serán estrictamente de la topología temprana.

Estas actividades se dividen en tres partes; la primera corresponde a la identificación de líneas abiertas y continuas como las líneas que tienen dos extremos y que se pueden recorrer sin levantar el lápiz. La segunda actividad consiste en construir de manera intuitiva el teorema de Bolzano. Es decir, que si tenemos una línea abierta y continua de tal manera que los extremos de la misma estén en semiplanos diferentes, esta necesariamente interseca la recta que divide al plano en dos. Y finalmente, una actividad que permita al estudiante la identificación del punto de intersección entre la línea abierta y continua y la recta que divide al plano.

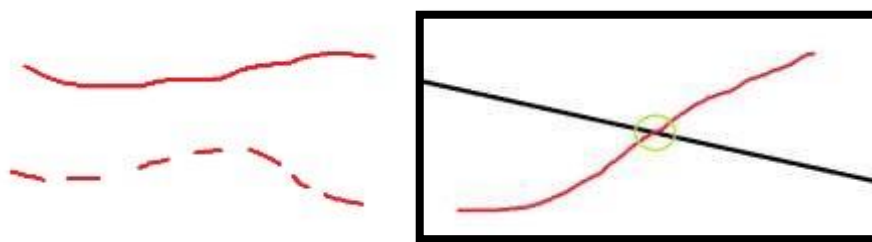


Gráfico 1. Ejemplos de las actividades a realizar 1 y 3. Fuente: elaboración propia

4. REFERENCIAS

- Acosta, M. (2010). Enseñando transformaciones geométricas con software de geometría dinámica. Enseñando transformaciones geométricas con software de geometría dinámica (págs. 132-142). Bogota D.C.: Cengage learning.
- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L. y Gómez, P. (1995). Ingeniería didáctica en educación matemática. Bogotá: una empresa docente.
- Brousseau, G. (1997). Theory of Didactical Situations in Mathematics. Kluwer Academic Publishers.
- Cabrera, N., González, R., Mendoza, H. y Arzate, R. (2017). La topología y la geometría en la enseñanza educativa, *Alternativas en psicología*, 37, pp. 93-106.
- Chavarría, J. (2006). Teoría de las situaciones didácticas. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática, 2.
- Chevallard, Y. (1998). La trasposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado. Buenos Aires: Aiqué Grupo Editor.
- Vasco, C. (2006). Siete retos de la educación colombiana para el período de 2006 a 2019. Eduteka.