

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE LOS ESTUDIANTES DE DÉCIMO GRADO BASADO EN LA CARACTERIZACIÓN POR DESCRIPTORES DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS.

Leslie Sanchez Castro¹, Ulises Nieto Goenaga², Jesus David Berrio Valbuena³

Resumen

La presente investigación se desarrolló durante el primer semestre del año 2018 con tres estudiantes de grado décimo de la escuela Normal Superior Del Distrito de Barranquilla. El objetivo era: Desarrollar estrategias para la enseñanza de las razones trigonométricas basadas en las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele que favorecieran el tránsito entre los niveles de razonamiento. Entre el marco conceptual de la investigación se encuentra el modelo de Van Hiele, sus fases y caracterización, además de aspectos didácticos de la trigonometría y su perspectiva desde los lineamientos curriculares, seguido a esto para la investigación, se adaptó una primera actividad de la cual se generó una caracterización para ubicar a los estudiantes entre niveles, esto con la finalidad de hacer la adaptación de una segunda actividad que se basó en las fases de aprendizaje y tuvo en cuenta las estructuras mentales de razonamiento referentes a los procesos de descripción, definición y demostración.

PALABRAS CLAVES: Modelo De Van Hiele, Razones Trigonómicas, Caracterización.

Abstract

The present investigation was developed during the first semester of the year 2018 with three tenth grade students of the Escuela Normal Superior del Distrito de Barranquilla. The objective was to: Develop strategies for teaching of trigonometric ratios based on the learning phases of the Van Hiele model that favor the transit between levels of reasoning. Among the conceptual framework of the research is the Van Hiele model, its phases and characterization, as well as didactic aspects of trigonometry and its perspective from the curricular guidelines, followed by this for research, a first activity was adapted from which a characterization was generated to locate the students between levels, this with the purpose of making the adaptation of a second activity that was based on the learning phases and took into account the mental structures of reasoning referring to the processes of description, definition and demonstration.

KEYWORDS: Van Hiele Model, Trigonometric Ratios, Characterization.

1. INTRODUCCIÓN

La presente investigación surge de la necesidad de hacer un estudio acerca de las distintas falencias en competencias matemáticas que tienen los estudiantes en grados superiores, entre estas competencias se destaca la trigonometría la cual se convierte en reto de enseñanza y aprendizaje tanto de estudiantes como profesores.

¹ Licenciada en Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; lyuleimissanchez@mail.uniatlantico.edu.co

² Licenciado en matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; unietogoenaga@mail.uniatlantico.edu.co

³ Magíster en Educación Matemática; Universidad del Atlántico; Colombia; jberrioalbuena@mail.uniatlantico.edu.co

Ahora bien, existen diferentes aportes investigativos realizados con el fin de estudiar las distintas dificultades que presenta el estudiante en el área de la trigonometría, entre los cuales destacamos a Van Hiele en el año 1957 donde plantea un modelo general de conducta en el comportamiento del estudiante al momento de abordar diferentes problemas en competencias matemáticas, más específicamente en el área de geometría.

Para dar inicio a este proyecto, se parte de un punto de vista geométrico, usando el modelo de Van Hiele encargado de manifestar el desarrollo geométrico de los estudiantes y la forma en como el docente puede llegar a ser un mediador, esto con la finalidad de que los estudiantes mejoren su forma de razonar, y que sean capaces de hacer análisis entendiendo el uso de las estrategias, métodos y herramientas que ayudan al aprendizaje del desarrollo de los distintos procesos matemáticos y trigonométricos.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

2.1 Estrategias didácticas para el aprendizaje de la trigonometría

En cuanto al aprendizaje de la trigonometría existen muchas dificultades tal como plantea Goldín (1983) uno de los problemas radica, en que el contenido de la trigonometría se le dificulta a los estudiantes al momento de relacionar los conceptos algebraicos y geométricos con la trigonometría, por ejemplo, al cambiar del estudio de las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo al plano cartesiano, se hace cambio de una definición geométrica a una definición analítica, se cambia al momento de analizar los valores de los lados del triángulo rectángulo analizar los valores de las coordenadas del plano y el radio de la circunferencia.

2.2 Modelo de Van Hiele

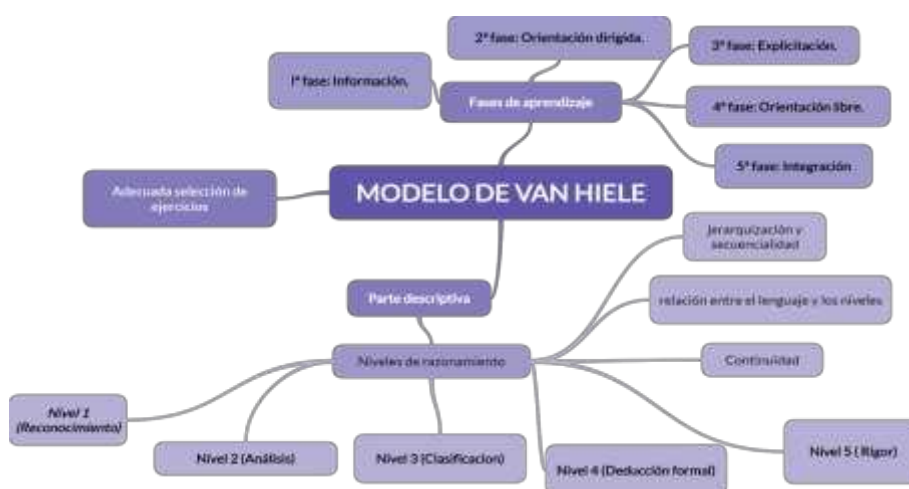


Figura 1 Esquema del Modelo de Van Hiele. Fuente: Elaboración propia

Este modelo se encuentra comprendido por dos componentes uno de ellos descriptivo, formado por los niveles de razonamiento, el cual se encarga de estudiar la manera en como razonan los estudiantes

cuando realizan múltiples actividades de un mismo tema y la segunda componente instructiva formada por las fases de aprendizaje las cuales son de ayuda para el profesor ya que permite organizar actividades para que los estudiantes puedan dar paso de un nivel de razonamiento a otro superior; dicho Modelo explica la evolución del razonamiento geométrico y la forma que tiene el docente de ayudar al estudiante, todo esto con la finalidad de entender el uso de estrategias y métodos que favorezcan el aprendizaje de la trigonometría, (Algarín; 2013).

3. METODOLOGÍA

La metodología para el caso de una Investigación-Acción según el modelo de Lewin (1946); como es citado por Gómez (2010), creando un modelo de cambio social de tres etapas: descongelación, movimiento, re-congelación, en las que el proceso consiste en la insatisfacción con el estado actual de cosas, la identificación de un área problemática, la identificación de un problema específico a ser resuelto mediante la acción, la formulación de varias hipótesis, la selección de una hipótesis, la ejecución de la acción para comprobar la hipótesis, la evaluación de los efectos de la acción y las generalizaciones. Desarrollando así, un modelo en espiral en ciclos sucesivos, que varía de acuerdo a la complejidad de la problemática. Sus principales fases son:

Fase 1. Problematización

En esta fase se formula claramente el problema, (el aprendizaje de las razones trigonométricas) profundizándose en su significado, en sus características, en cómo se produce y en las diferentes perspectivas que del problema puedan existir. A fin de proceder a su análisis e interpretación, se requiere ordenar, agrupar, disponer y relacionar los datos de acuerdo con los objetivos de la investigación, con la finalidad de corroborar la situación de los estudiantes de décimo grado en cuanto al aprendizaje de las razones trigonométricas.

Fase 2. Prueba de caracterización

En esta fase, ya identificado el problema y habiendo logrado una formulación del mismo, se recopila la información, de forma que se pueda reunir evidencias que esclarezcan las estructuras mentales de razonamiento tal y como se han desarrollado, indicando el nivel en que se encuentran los estudiantes con respecto al desarrollo de las razones trigonométricas.

Fase 3. Adaptación de las actividades

La producción de las actividades que serán aplicadas en las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele como propuesta de cambio y mejoramiento que promueva el aprendizaje de las razones trigonométricas.

Fase 4. Aplicación de las actividades

Para esta fase se efectúan las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele, basadas en las actividades, las cuales deben ser sometidas permanentemente a condiciones de análisis, evaluación y reflexión, para el pronto fortalecimiento de las razones trigonométricas.

Fase 5. Evaluación y análisis del cambio entre niveles

Se realiza un análisis de los posibles cambios y mejoras de los estudiantes en torno a las actividades que se plantearon en las fases de aprendizaje, para finalmente verificar si hubo un avance de un nivel a otro.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

4.1 Generalidades de la actividad razones trigonométricas para triángulos rectángulos

Respecto a la actividad razones trigonométricas para triángulos rectángulos se presentara a continuación información acerca de los aspectos positivos, negativos y a mejorar que se concluyen al momento de realizar la actividad.

En cuanto a los aspectos positivos los estudiantes conocen los elementos de los triángulos rectángulos, utilizan definiciones, propiedades y teoremas al momento de resolver problemas donde intervienen las razones trigonométricas, algunos demuestran en forma empírica algunos teoremas de trigonometría, además de la reciprocidad de las razones trigonométricas, esto refleja su habilidad al momento de interpretar y analizar situaciones mostradas en geometría dinámica con el software Geogebra.

Ahora bien, respecto a los aspectos negativos o no favorables se observó que existe confusión entre las definiciones y propiedades matemáticas, no utilizan argumentos matemáticos ni geométricos al momento de resolver problemas trigonométricos, además no interpretaron de forma adecuada algunas preguntas formuladas en la actividad lo que genero errores al momento de dar una respuesta, y por ultimo no hacen una relación entre conceptos algebraicos y trigonométricos.

En cuanto a los aspectos a mejoras por parte de los estudiantes tiene que estos deben comprender y leer detenidamente las preguntas que se le formulan, aprender definiciones y propiedades matemáticas para la resolver problemas donde intervienen las razones trigonométricas, hacer un mayor análisis de las gráficas observadas en Geogebra para poder hacer una relación con la trigonometría y así poder entregar una mejor respuesta a las preguntas formuladas, por último los estudiantes se deben fundamentar aún más en las demostraciones que están al alcance del grado décimo.

4.2 Generalidades de la actividad razones trigonométricas para ángulos en posición normal.

Respecto a la actividad razones trigonométricas para ángulos en posición normal se mostrara a continuación información acerca de los aspectos positivos, negativos y a mejorar que se concluyen al momento de realizarla.

En cuanto a los aspectos positivos se resalta que los estudiantes representan las razones trigonométricas para ángulos en posición normal, además reconocen que las razones trigonométricas de un ángulo no tienen relación con el radio de la circunferencia, también realizan cálculos de las razones trigonométricas de cualquier ángulo positivo y negativo, comprenden las relaciones entre un ángulo A y su opuesto $-A$ en el plano cartesiano, describen la variación de los signos de las razones trigonométricas en cada cuadrante, hacen uso de las definiciones de las razones trigonométricas del ángulo con respecto a las coordenadas del plano cartesiano y por último los estudiantes logran hacer demostraciones de forma empírica

mediante la observación y experimentación con el software Geogebra apoyados en las razones trigonométricas.

Ahora bien, existen aspectos negativos en cuanto a la actividad ya que se pudo evidenciar que los estudiantes no hacen uso de un lenguaje formal adecuado al momento de realizar alguna conjetura, no utilizan suficientes ejemplos explicativos para dar un argumento válido a sus afirmaciones ya que algunas veces solo les basta con un ejemplo para reafirmar, además no observan detenidamente el archivo de la actividad en la pantalla lo que genera que entreguen respuestas erradas. Por último, carecen de argumentos teóricos para justificar las demostraciones basadas en el software Geogebra.

Para finalizar, entre los aspectos a mejorar los estudiantes deben leer con mayor detención y visualizar mejor las actividades en geometría dinámica, aprender definiciones y propiedades que les permitan mejorar las demostraciones utilizando un lenguaje matemático, además de hacer un mejor análisis de las gráficas en Geogebra y de este modo responder de una manera más adecuada, por último los estudiantes deberían hacer uso de mayores ejemplos explicativos para comprobar la validez de sus respuestas respecto a las preguntas generadas.

4.3 Recomendaciones

En el proceso de enseñanza y aprendizaje es importante que el docente de matemáticas conozca las dificultades que presentan los estudiantes, esto para saber qué tipo de estrategias se pueden utilizar y de este modo lograr un aprendizaje significativo que le permita al estudiante comprender estructuras conceptuales sobre temas en trigonometría como lo son las razones trigonométricas.

En cuanto a los recursos utilizados para la implementación de las actividades, se empleó geometría dinámica a través del software Geogebra, y se recomienda a los docentes que también deseen utilizarlo, diseñen una actividad preliminar a esta herramienta en donde se deje en claro definiciones y propiedades que luego podrán apreciar con mayor claridad en el software. Por otro lado, el modelo de Van Hiele es una teoría de enseñanza y aprendizaje, por lo tanto, para su utilización se debe analizar detenidamente la teoría relacionada y dominar con mayor rigor el segundo componente instructivo compuesto por las fases de aprendizaje, ya que la implementación de la actividad con la fase de aprendizaje adecuada es la clave para obtener un óptimo resultado que se refleja al momento de comprobar que los estudiantes tienen estructuras mentales correspondientes o bien avanzaron a un nivel superior del que se encontraban.

Por último, al realizar una investigación que aporte a la educación matemática de este tipo, se desea una mejora continua por parte del investigador, por ello se recomienda que exista un total interés trabajo de investigación, más específicos a la trigonometría.

5. REFERENCIAS

Algarín, D y Fiallo, J (2013). *Caracterización de los niveles de razonamiento de Van Hiele específicos a los procesos de descripción, definición y demostración en el aprendizaje de las razones trigonométricas*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Colombia.

- Barrios, A., Cabarcas, M. y Camargo; Y (2013). *Potencializar el pensamiento variacional en los estudiantes de décimo grado mediante la representación gráfica de las razones trigonométricas: seno, coseno y tangente*. Universidad del Atlántico, Colombia
- Cala, P. (2016) *Objeto virtual de aprendizaje como mediación tecnológica entre los niveles de Van Hiele y el estudio del elipse en estudiante de décimo grado*. Universidad del Atlántico, Colombia.
- Corberán, R., Gutiérrez, Á., Huerta, M., Jaime, J., Peñas, A. y otros (1994). *Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele*. España: Ministerio de Educación y ciencia.
- Crowley, M. (1987) *The Van Hiele model of the development of geometric thought*, en N.C.T.M. (Ed.), *Learning and teaching geometry, K-12 (1987 Yearbook)* (pp. 1-16). N.C.T.M.: Reston, USA.
- De Oro, L. y Medina, J. (2017). *Recursos educativos digitales abiertos para fortalecer el pensamiento variacional en la relación trigonométrica seno en décimo grado*. Universidad del Atlántico, Colombia.
- Fiallo, J. (2010). *Estudio del proceso de Demostración en el aprendizaje de las Razones Trigonómicas en un ambiente de Geometría Dinámica*. (Tesis de Doctorado) Universidad de Valencia, España.
- Flórez. (2008) *Historia y didáctica de la Trigonometría*. Sevilla España, Editorial Ittakus.
- Goldín, G. (1983). *Performance Difficulties Reported by first year Public school Science and Mathematics Teachers in Illinois*. Reporte de investigación sin publicar, Northern Illinois Univ., De Kalb.
- Gómez, G. (2010). *Investigación – Acción: una metodología del Docente para el Docente*. Universidad Autónoma Metropolitana. México.
- Gómez-Chacón, I. (2010). *Actitudes de los estudiantes en el aprendizaje de la matemática con tecnología. Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*. Vol. 28. No. 2. pp. 227-244. Recuperado de <http://www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/viewArticle/199615/0>
- Gonzales, D. (2014). *Propuesta didáctica para la comprensión de las funciones trigonométricas mediante el trabajo en grupo en el bachillerato*. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Gutiérrez, A. (2000) *Aportaciones de la Investigación Psicológica al Aprendizaje de las Matemáticas en Secundaria*. Universidad de Valencia España.

- Gutiérrez, A. (2007). *Procesos matemáticos en la enseñanza/aprendizaje de la geometría*. Conferencia llevada a cabo en el XVI Congreso Nacional de Matemáticas, Medellín, Colombia.
- Guzmán, M. (2014). *Las razones trigonométricas a partir de semejanza de triángulos*. Universidad Nacional, Colombia.
- Huamán, H. y Robles, N. (2012) *Aprendizaje de ángulos en la circunferencia mediante los niveles de razonamiento de Van Hiele, en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria de la institución educativa*. Universidad Nacional del Centro de Perú.
- Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de Van Hiele. En S. Llinares y M. Sánchez (Eds.). *Teoría y práctica en educación matemática*. (pp. 295-384) Sevilla, España.
- Marqués, P. (2000). *Impacto de las TIC en educación: funciones y limitaciones*. Departamento de Pedagogía Aplicada. Facultad de Educación. UAB.
- Ministerio de Educación Nacional (MEN), (1998). *El trabajo por proyecto como alternativa de desarrollo curricular*. Colombia: M.E.N
- Ministerio de Educación Nacional (MEN), (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas ciencias y ciudadanía*. Colombia: M.E.N
- Montiel, G. y Torres, D. (2014). *Un entorno Geométrico para la re-significación de las razones trigonométricas en estudiantes de ingeniería*. Instituto Tecnológico de Sonora. México.