

## MOTIVACIÓN QUE PRESENTAN ESTUDIANTES SOBRE PROBLEMAS QUE SE RESUELVEN CON DERIVADAS

Oscar Daniel Toral Rodríguez<sup>1</sup>, Celenne Mazón Saenz<sup>2</sup>

### Resumen

Una de las problemáticas de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, tiene que ver con la enseñanza del cálculo, y en particular con la enseñanza de las derivadas. Este trabajo de investigación se realizó con estudiantes de licenciatura en matemáticas y licenciatura en matemática educativa. Se aplicaron entrevistas clínicas apoyadas de un instrumento previamente diseñado, con el objetivo de conocer qué les motiva a los estudiantes en el resolver problemas que tienen solución mediante la derivación, y que tipo de ellos son los más motivantes, extramatemáticos (contextualizados) o intra-matemáticos. La investigación es de tipo cualitativa sustentada mediante la teoría expectativa-valor. Se encontraron resultados concordes a la teoría donde se obtiene cuáles son los ejercicios que más les motivan resolver.

**Palabras clave:** *Derivada, Motivación, Problemas sobre derivación, Teoría expectativa valor.*

### Abstract

One of the problems of the teaching-learning of mathematics has to do with the teaching of calculus, and in particular with the teaching of derivatives. This research work was carried out with undergraduate students in mathematics and undergraduate in educational mathematics. Clinical interviews supported by a previously designed instrument were applied, with the objective of knowing what motivates students to solve problems that have a solution through referral, and which type of motivation is the most motivating, extra-mathematical (contextualized) or intramathematics. The research is of a qualitative type supported by the expectation-value theory. We found results consistent with the theory where you get which exercises are the most motivating to solve.

**Keywords:** *Derivative, Motivation, Problems on derivation, Theory expectation value.*

### 1. INTRODUCCIÓN

El estudio del cálculo es una de las ramas de la matemática que ha tenido mayor impacto en la época actual y como tal dentro de la matemática educativa. Los vínculos del cálculo, tanto con la matemática elemental como con la avanzada y su papel en las ciencias lo transforman en un conjunto de conocimientos con valor teórico y empírico indispensable en la educación superior (Engler & Camacho, 2012). Según (Pineda, 2013) una de las ideas centrales del cálculo es el concepto de derivada, que son un tema que se considera complejo para los estudiantes de

---

<sup>1</sup> Estudiante de maestría en ciencias área matemática educativa; Universidad Autónoma de Guerrero; México; otoral@uagro.mx

<sup>2</sup> Estudiante de maestría en ciencias área matemática educativa; Universidad Autónoma de Guerrero; México; cmazon@uagro.mx

nivel medio superior y superior, y por ello se ha convertido en un tema de relevancia en estudios de la matemática educativa.

Las derivadas son un objeto de estudio del cálculo diferencial que se enseñan desde el nivel medio superior, donde se les introduce a los alumnos sobre el concepto, se le muestra algoritmos para calcularlas, y generalmente se enseñan ejercicios únicamente matemáticos, para poner en práctica los conocimientos adquiridos. “Frecuentemente el estudiante se ve imposibilitado de percibir las relaciones que tienen los procedimientos con las aplicaciones más cercanas a la vida cotidiana y se priva de experimentar sus propios aprendizajes en escenarios diferentes a los que se les proveen en el aula” (Engler & Camacho, 2012).

Pero es en el nivel superior donde el cálculo diferencial toma mayor importancia pues se convierte en una herramienta básica que los alumnos deben aprender a usar para su futuro profesional, como puede ser: matemáticas, ingeniería, arquitectura, química, economía, etc., pero vemos que “la comprensión de la noción de derivada presenta dificultades para los estudiantes de Bachillerato (16-18 años) y primeros años de Cálculo en la Universidad” (Sánchez-Matamoros, García, & Llinares, 2008). Otros autores como Middleton, Jansen y Goldin, “no consideramos que las matemáticas sean más difíciles, más complejas o más aburridas en sí mismas que otros contenidos académicos. Más bien, las normas, creencias y prácticas que han surgido durante el último siglo y medio relacionadas con la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación de las matemáticas, han ignorado o mal articulado el papel de los procesos motivacionales en el aprendizaje de las matemáticas” (Goldin et al., 2016).

El estudio que aquí presentamos forma parte del dominio afectivo, nuestro objetivo es:

Conocer qué les motiva a estudiantes de licenciatura, en el resolver problemas que tienen solución mediante la derivación y que tipo de ellos son los más motivantes, contextualizados a la vida real o intra-matemáticos, para ver reflejados sus conocimientos adquiridos en cálculo diferencial. Este trabajo es de tipo cualitativo sustentado mediante la teoría expectativa valor, y basado en entrevistas, donde el diseño guía surgió a partir del análisis de libros de cálculo, de donde se estudiaron los diferentes ejercicios propuestos, se eligieron algunos buscando diversificar en su contenido y de ellos se aplicaron pruebas piloto que permitieron hacer ajustes hasta llegar al cuestionario final.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Como citan (Marín, Infante, & Troyano, 2000) las relaciones entre motivación y rendimiento académico han sido analizadas por medio de varias teorías referidas a la motivación de logro, las teorías sobre expectativas o el locus de control.

Y siendo la teoría expectativa-valor una de las más importantes para la motivación, este trabajo se sustenta mediante ella.

### 2.1 Teoría expectativa-valor

Todo lo referente a la teoría expectativa-valor que a continuación se va a enunciar fue tomada de (Wigfield & Cambria, 2010).

### **2.1.1 Modelos modernos de expectativa y valor en la psicología del desarrollo y la educación:**

Las teorías modernas de expectativa-valor y otras, se basan en el trabajo seminal de teóricos como Lewin (1938) y Tolman (1932) que definieron las construcciones de expectativa-valor, y también en el modelo de motivación de logro de Atkinson (1957, 1964). Las teorías actuales difieren del trabajo anterior de varias maneras: en primer lugar, tanto la expectativa como los componentes de valor se definen de manera más rica, y están vinculados a una gama más amplia de determinantes psicológicos, sociales y culturales; y en segundo, estos modelos han sido probados en situaciones de logro del mundo real en lugar de las tareas de laboratorio que a menudo se usan para probar la teoría de Atkinson.

**2.1.2 El Modelo de Expectativa-Valor de Eccles:** El modelo de expectativa-valor de Eccles y sus colegas propone que estos dos constructos son los predictores más inmediatos o directos del rendimiento y la elección del logro, y que están influenciados por una variedad de factores psicológicos, sociales, contextuales y culturales. En su investigación, Eccles y sus colegas se han centrado en cómo las expectativas, los valores y sus determinantes influyen en la elección, la persistencia y el rendimiento. También han examinado el curso evolutivo de las expectativas y valores de los estudiantes y cómo están influenciados por diferentes contextos educativos. Inicialmente desarrollaron el modelo para ayudar a explicar las diferencias de género en las expectativas y valores matemáticos y cómo estos influyeron en las elecciones de cursos y especialidades de matemáticas de los estudiantes.

Las expectativas y los valores en sí mismos están influenciados por creencias específicas de tareas tales como percepciones de competencia, percepciones de la dificultad de diferentes tareas, y los objetivos y el esquema del individuo, junto con sus recuerdos afectivos para diferentes eventos relacionados con el rendimiento. Las percepciones e interpretaciones de los estudiantes están influenciadas por una amplia gama de factores sociales, contextuales y culturales. Estos incluyen las creencias y comportamientos de los socializadores (especialmente padres y maestros), las experiencias y aptitudes específicas de rendimiento de los estudiantes y el medio cultural en el que viven.

**2.1.3 Definiendo los constructos de expectativa, valor y creencia de habilidades en este modelo:** Eccles y sus colegas ampliaron las definiciones originales de Atkinson (1957) tanto de la expectativa como del valor construido. Definieron las expectativas de éxito como las creencias de los estudiantes sobre lo bien que lo harán en una próxima tarea actualmente o más adelante en el futuro (por ejemplo, ¿qué tan bien cree que lo hará en matemáticas el próximo año?). Ellos distinguieron las expectativas conceptuales de éxito de las creencias individuales sobre competencia o habilidad. Estas últimas creencias se refieren a las evaluaciones de los niños de su competencia o capacidad actual, tanto en términos de sus evaluaciones de su propia capacidad y también cómo piensan que se comparan con otros estudiantes. Las creencias relacionadas con la habilidad son prominentes en muchas teorías de motivación de logro.

En la literatura, los valores tienen definiciones amplias y específicas de tareas. Los valores más amplios tienen que ver con el sentido de los individuos de lo que son cosas apropiadas para

hacer, los estados finales deseables de las actividades y los comportamientos deseables para producir esos estados finales positivos. Eccles y sus colegas se centran en los valores específicos de la tarea, ya que definen los valores con respecto a las cualidades de diferentes tareas y cómo esas cualidades influyen en el deseo del individuo de realizar la tarea. Además, estos valores son subjetivos porque son las propias creencias de los estudiantes sobre la actividad y, por lo tanto, existe una variación entre los estudiantes en ellas. Eccles y sus colaboradores propusieron cuatro componentes principales de los valores de tarea de logro: valor o importancia de logro, valor intrínseco, valor de utilidad o utilidad de la tarea y costo.

Es importante notar que, en este modelo teórico es la tarea lo que produce el disfrute. Sin embargo, la actividad también puede reflejar algunos objetivos importantes que la persona tiene profundamente, como el logro de una determinada ocupación.

### 3. METODOLOGÍA

La toma de datos de la presente investigación se hace mediante entrevistas clínicas videogradas, las cuales se guiaron mediante un instrumento previamente diseñado.



#### 3.1 Diseño del instrumento.

Para el diseño del instrumento se consideró el plan de estudios de la licenciatura en matemáticas y la licenciatura en matemática educativa. Los problemas fueron tomados de tres libros reconocidos de cálculo: uno literalmente antiguo que es el “Calculus Tomo I” de Tom M. Apóstol en 1967, otro más reciente que es “Cálculo infinitesimal” de Michael Spivak en 1992, y uno relativamente actual “Cálculo de una variable” James Stewart en el año 2008.

La actividad consta de ejercicios que el estudiante tiene que numerar del 1 al 10, donde 1 es el que más le motiva y 10 el que menos le motiva resolver, aclarando que la indicación es que no necesita resolver ni uno de ellos.

Los ejercicios (ver Imagen 1) fueron elegidos de dos tipos según su naturaleza, que los libros identifican como intra-matemáticos y extra-matemáticos (contextualizados).

Imagen 1: Instrumento.

- Sea  $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$  para todo  $x$ . Hallar los puntos de la gráfica de  $f$  en los que la recta tangente es horizontal.
- Hallar el máximo y el mínimo en los intervalos indicados, en la siguiente función:  
 $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$  sobre  $[0,5]$
- Sea  $(x_0, y_0)$  un punto del plano, y sea  $L$  la gráfica de la función  $f(x) = mx + b$ . Hallar el punto  $x$  tal que la distancia de  $(x_0, y_0)$  a  $(x, f(x))$  sea mínimo. Tener en cuenta que hacer mínima esta distancia es lo mismo que hacer mínimo su cuadrado. Esto puede simplificar algo los cálculos.
- Se desplaza un ángulo recto a lo largo del diámetro de un círculo de radio  $a$  tal como se indica en la figura. ¿Qué longitud máxima  $(A + B)$  puede ser interceptada por el círculo?
- 
- Miguel el ecologista, tiene que cruzar un lago circular de una milla de radio. Puede hacerlo ya sea stravesándolo a remo a 2 millas por hora, o bordeándolo a pue a 4 millas por hora, o parte a remo y parte andando. ¿Cómo tendrá que hacerlo para cruzar lo más rápido posible?
- 
- Suponga que se deja caer una pelota desde la plataforma superior de observación de la Torre CN, 450 m sobre el nivel del suelo.  
a) ¿Cuál es la velocidad de la pelota después de 5 segundos?  
b) ¿Con qué velocidad viaja cuando choca contra el suelo?
- El automóvil A se dirige hacia el oeste a 50 millas/h y el vehículo B viaja hacia el norte a 60 millas/h. Ambos se dirigen hacia la intersección de los dos caminos. ¿Con qué rapidez se aproximan los vehículos entre sí cuando el automóvil A está a 0.3 millas y el vehículo B está a 0.4 millas de la intersección?
- Un granjero tiene 2400 pies de cerca y desea cercar un campo rectangular que limita con un río recto. No necesita cercar lo largo del río. ¿Cuáles son las dimensiones del campo que tiene el área más grande?
- Una tienda ha vendido 200 quemadores de DVD a la semana, a \$350 cada uno. Una investigación de mercado indica que por cada \$10 de descuento que se ofrezca a los compradores, el número de aparatos vendidos se incrementa en 20 a la semana. Encuentre las funciones de demanda y de ingreso. ¿Qué tan grande debe ser la rebaja para maximizar el ingreso?
- Si  $f(x) = 2 + x + x^2$ , calcular  $f'(0), f'(\frac{1}{2}), f'(1), f'(-10)$ .

### 3.2 Aplicación del instrumento.

Se aplica mediante entrevistas clínicas video-grabadas a 13 estudiantes del 4° semestre de la lic. en matemática educativa (LME) y lic. En matemáticas (LM), de la Unidad Académica de Matemáticas, de la Universidad Autónoma de Guerrero, México.

En la entrevista, después de que el alumno enumera los ejercicios según se le demanda en el instrumento, el investigador le pide que explique el motivo del porque el orden de cada uno de los problemas de la actividad.

## 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

### 2.2 Análisis de resultados mediante la teoría expectativa-valor

En la Tabla 1 se muestra la motivación que tienen los estudiantes al enfrentarse a resolver ejercicios sobre derivación, vistos a partir de la teoría expectativa-valor: algunos tienen una expectativa de éxito, otros le otorgan cierto valor, y algunos muestran ambas. También se da luz, qué tipo de ejercicios son los que más les motiva, (si los intra-matemáticos o los extramatemáticos «contextualizados a la vida real») y que no sesga de manera considerable hacia uno u otro, aunque se refleja que los extra-matemáticos son un poco más motivantes.

Tabla 1. Motivos que presentan los alumnos-muestra al resolver ejercicios sobre derivación.

Estudiante	Expectativa de éxito	Valor otorgado	Tipo de ejercicios que más les motivan
LME01	Aquellos que puede resolver con sus conocimientos previos		Intra-matemáticos
LME02	Aquellos donde no tiene que razonar mucho y puede resolver		Intra-matemáticos
LME03	Aquellos que puede resolver ya sean sencillos o complejos		Intra-matemáticos y extra-matemáticos
LME04	Aquellos que se le facilita encontrar su solución.		Intra-matemáticos y extra-matemáticos
LME05		Aquellos que le son más difíciles, pues aprenderá más, y que no vio en su curso	Extra-matemáticos
LME06		Aquellos que se le hacen un reto por su complejidad	Extra-matemáticos
LME07		Importancia del estudio de fenómenos para después llegar a la generalidad	Extra-matemáticos
LME08	Aquellos que se le hacen más fácil resolver	Aquellos que le gustan	Intra-matemáticos
LM01	Poder resolverlos	Aquellos que le gustan	Intra-matemáticos
LM02		Aquellos que tienen más contenido matemático	Intra-matemáticos
LM03		Los que le llaman la atención, aunque sean difíciles	Extra-matemáticos
LM04		Aquellos que lo hacen pensar más le son interesantes	Extra-matemáticos
LM05		Aquellos que le son más difíciles de resolver	Extra-matemáticos

### 3. CONCLUSIÓN

Después de haber analizado los datos obtenidos, se concluye que existen algunos problemas (que se resuelven con derivadas), que motivan más a los estudiantes para poner en práctica los conceptos y herramientas aprendidos durante su curso de cálculo diferencial y sobre todo seguir estudiando el tema. Esos ejercicios son aquellos que los estudiantes, captan más sencillos y que es cómo si los llevaran de la mano para ir avanzando poco a poco, o que sus profesores les enseñaron a resolver y recuerdan muy bien el procedimiento y les es fácil llegar a su solución. Además, la mayoría de ellos comentan que se ven desmotivados si un ejercicio es difícil y no lo pueden solucionar, y por ello ya no quieren seguir avanzando en el tema, pero que si un ejercicio lo pueden resolver, ellos se muestran más motivados para tratar de resolver nuevos desafíos. Esto concuerda con la teoría expectativa valor que dice que los estudiantes se motivan según la expectativa de logro al alcanzar un fin determinado. Pero, por otro lado, también hay estudiantes que explican que algunos ejercicios les motivan más por ser: ricos en cuanto a contenido matemático, atractivos por su contexto, o porque son desafiantes y les van a ayudar a aprender más sobre el tema, todo esto concuerda con el valor otorgado a algo, que también la teoría expectativa-valor engloba.

A priori se esperaba que los estudiantes mostraran motivación por los ejercicios contextualizados a la vida real, y lo fue, pero no la principal, ya que después de analizar los resultados de esta investigación, se obtuvo que la principal causa de motivación, es la facilidad de solución que ellos captan. Se sugiere que se trabaje con ejercicios contextualizados pero sencillos, y que poco a poco vayan subiendo la dificultad, aunque también no se deben omitir los ejercicios intra-matemáticos, pues los estudiantes los miran más sencillos y son un buen comienzo para motivarlos, es decir, que se deben combinar el tipo de ejercicios y no se debe sesgar a solo enseñar de un tipo o de otro.

### 6. REFERENCIAS

- Apostol, T. M. (1967). *Calculus Tomo I*.
- Engler, A., & Camacho, A. (2012). Una mirada a investigaciones sobre la derivada desde la perspectiva del pensamiento y lenguaje variacional. *Premisa. Soc. Arg. Inv. Ed. Mat.*, (54), 18–36. Retrieved from [http://www.soarem.org.ar/Documentos/54\\_Engler.pdf](http://www.soarem.org.ar/Documentos/54_Engler.pdf)
- Goldin, G. A., Hannula, M. S., Di Martino, P., Pantziara, M., Zhang, Q., Morselli, F., ... Jansen, G. A. (2016). *Attitudes, Beliefs, Motivation and Identity in Mathematics Education*.  
<https://doi.org/10.1007/978-3-319-32811-9>
- Marín, M., Infante, E., & Troyano, Y. (2000). EL FRACASO ACADÉMICO EN LA UNIVERSIDAD: ASPECTOS MOTIVACIONALES E INTERESES PROFESIONALES. *Revista Latinoamericana de Psicología*, 32(3), 505–517.
- Pineda, C. E. (2013). Una propuesta didáctica para la enseñanza del concepto de la derivada en el último grado de educación secundaria. Retrieved from <http://www.bdigital.unal.edu.co/39569/>

Sánchez-Matamoros, G., García, M., & Llinares, S. (2008). La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 11(2), 267–296. Retrieved from [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1665-24362008000200005&lng=es&nrm=iso&tlng=es](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362008000200005&lng=es&nrm=iso&tlng=es)

Spivak, M. (2003). *Calculo Infinitesimal*.

Stewart, J. (2008). *Cálculo de un variable*.

Wigfield, A., & Cambria, J. (2010). Expectancy-value theory: Retrospective and prospective. *Advances in Motivation and Achievement* (Vol. 16 PARTA). [https://doi.org/10.1108/S0749-7423\(2010\)000016A005](https://doi.org/10.1108/S0749-7423(2010)000016A005)