

## LA FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS CUADRADOS Y CÚBICOS PERFECTOS EN UN AMBIENTE DE APRENDIZAJE MEDIADO POR GEOGEBRA, PARA EL GRADO OCTAVO DE LA EDUCACIÓN BÁSICA SECUNDARIA

Adriana Maria Ulabarry Zapata<sup>1</sup>, Yeison Tibeth Velasco Velasco<sup>2</sup>, David Benitez Mojica<sup>3</sup>

### Resumen

En este estudio se reportan los avances de una investigación en curso, donde se propone caracterizar un ambiente de aprendizaje que favorezca la construcción de conocimientos y el desarrollo de habilidades sobre la factorización de polinomios cuadrados y cúbicos perfectos, con la mediación del software dinámico Geogebra. La propuesta busca que los estudiantes puedan desarrollar habilidades sobre la factorización en situaciones de la vida cotidiana, integren diferentes representaciones y trasciendan de los procesos rutinarios, mediante actividades que se aplicarán a un grado octavo de la Institución Educativa Domingullo, de modo que logren mayor comprensión y aprendizaje significativo, dejando de lado los procesos de enseñanza limitados a la memorización y el cálculo. Para desarrollar este objetivo, se adopta como principal referente teórico, la mediación Instrumental de Moreno (2001,2002), la teoría de las representaciones de Hitt (2003) y la educación por competencias de Castellanos, N., Morga, y Castellanos, A., (2013).

**Palabras clave:** *Factorización, mediación, representaciones, geogebra, educación por competencias.*

### Abstract

In this study, the progress of an ongoing research is reported, where it is proposed to characterize a learning environment that favors the construction of knowledge and the development of skills on the factorization of perfect square and cubic polynomials, with the mediation of the Geogebra dynamic software. The proposal seeks that students can develop skills on the factorization in situations of daily life, integrate different representations and transcend routine processes, through activities that will be applied to an eighth grade of the Domingullo Educational Institution, so that they achieve greater understanding and significant learning, leaving aside teaching processes limited to memorization and calculation. To develop this objective, it is adopted as the main theoretical reference, the instrumental mediation of Moreno (2001,2002), the theory of Hitt's representations (2003) and the education by competitions of Castellanos, N., Morga, and Castellanos, A ., (2013).

**Keywords:** *Factoring, mediation, representations, geogebra, education by competences.*

## 1. INTRODUCCIÓN

---

<sup>1</sup> Universidad del Valle; Colombia; Adriana.ulabarry@correounivalle.edu.co

<sup>2</sup> Universidad del Valle; Colombia; Yeison.velasco@correounivalle.edu.co

<sup>3</sup> Profesor del Área de Educación Matemática; Instituto de educación y pedagogía; Universidad del Valle; David.benitez@correounivalle.edu.co

Existen diversos trabajos de investigación alrededor del tema de la factorización, tales como; Arenas, (2016), Avalos, (2014), Mejía, (2011), Novoa (2012), Sessa, (2005), Sandoval, (2014), Tangarife, (2013), entre otros; quienes presentan diversas problemáticas relacionadas a la enseñanza y el aprendizaje de la factorización, entendida como método de resolución de problemas algebraicos. La problemática de este trabajo se define teniendo en cuenta que, en la práctica tradicional de enseñanza de la factorización de polinomios cuadrados y cúbicos perfectos, se sobrevalora las representaciones simbólicas y se omite el uso de algunos recursos, que permiten acceder fácilmente a la comprensión mediante diversas representaciones.

Se espera entonces, caracterizar un ambiente de aprendizaje que favorezca la construcción de los conocimientos y el desarrollo de las habilidades sobre la factorización de polinomios cuadrados y cúbicos perfectos, a través de la mediación del software de matemática interactiva geogebra, visto como una herramienta auxiliar importante para la adquisición de conocimientos, pues permite representar de manera dinámica y accesible polinomios cuadrados y cúbicos perfectos, los cuales al tratar de modelarse en el sistema tradicional de lápiz y papel puede dificultar su enseñanza. Las actividades planteadas en dicho software se aplicarán a los estudiantes de octavo grado de la Institución educativa Dominguito.

Los beneficios que se esperan obtener a través de este ambiente de aprendizaje, es favorecer la comprensión de la factorización a través del uso de diferentes representaciones, que puedan ser modeladas mediante situaciones de la vida cotidiana, de tal forma que los estudiantes puedan interactuar, comprender y transformar el medio que lo rodea, ya que en la mayoría de los casos el aprendizaje de la factorización se limita a la parte operacional o numérica, ligada a la memorización y el cálculo generando aprendizajes desprovistos de significado.

## **2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN**

En cuanto al marco de investigación, se presentan algunos referentes teóricos que permiten la sustentación del diseño de las actividades en el ambiente de aprendizaje, los cuales son presentados en 3 dimensiones. En la dimensión didáctica se presentan algunos de los elementos de la teoría de la mediación instrumental (Moreno, 2002, la teoría de las representaciones de (Hitt, 2002) y la educación por competencias de (Castellanos, N., Morga, & Castellanos, A., 2013), en la dimensión matemática se aborda el tema de la factorización (Álvarez y Mejía, 2006) y finalmente, en la dimensión curricular se aborda los lineamientos curriculares en matemáticas (Men, 1998) y los estándares básicos de competencias en matemáticas (Men, 2006).

## **3. METODOLOGÍA**

En el presente trabajo, se toma en cuenta la mediación instrumental como enfoque metodológico, según Moreno, (2001, 2002) esta hace referencia a que toda acción cognitiva es una acción mediada por instrumentos ya sean materiales o simbólicos; este principio plantea la relación indisoluble entre el instrumento de mediación usado y el conocimiento producido; cuando se hace referencia a un instrumento de mediación puede tratarse de un lápiz, un transportador, un compás,

un texto o una calculadora; en todos los casos, la naturaleza del conocimiento construido depende de los instrumentos de mediación que se pongan en juego para su construcción y del lugar que tales instrumentos tengan en el entorno socio cultural. Por tanto, la mediación, hace referencia a aquellos procesos por los cuales el hombre se vale, utilizando diferentes medios para darle solución a un problema, conseguir un fin determinado o adaptarse a una situación.

Para el caso de las matemáticas la mediación instrumental consiste en ejecutar acciones concretas, simbólicas o abstractas mediante instrumentos como las calculadoras, las computadoras, las Tablet y los iPod, entre otros, este tipo de instrumentos permiten realizar un sinnúmero de procesos los cuales difícilmente podrían realizarse mediante el uso exclusivo del lápiz y papel.

### **3.1 Fases de investigación**

Este trabajo de investigación consta de una serie de fases para su realización, las cuales se esbozan a continuación:

**3.1.1 Planteamiento de la problemática:** para el planteamiento de la problemática, se realizó un bosquejo de escritos relacionados con la enseñanza y aprendizaje de la factorización de algunos polinomios cuadráticos y cúbicos, para la obtención de los resultados obtenidos se realizó una búsqueda teniendo en cuenta bases de datos como; Eric, TCO, Dialnet, Redinet, biblioteca, Javeriana, biblioteca y utilizando descriptores.

**3.1.2 Diseño y aplicación de la prueba diagnóstica:** la prueba diagnóstico a los estudiantes es fundamental para el presente trabajo de investigación, ya que los resultados obtenidos permiten identificar dos aspectos fundamentales, el primero de ellos es la puesta en evidencia de las dificultades que presentan los estudiantes a la hora de factorizar polinomios cuadráticos y cúbicos perfectos; por otro lado la prueba nos permite constatar si los estudiantes cuentan con los prerrequisitos necesarios para poder desarrollar el recurso tecnológico y de esta manera poder cumplir con nuestro objetivo de investigación.

**3.1.3 Pilotaje:** una vez elaborada la prueba diagnóstico se procedió a pilotado con las siguientes finalidades:

- a) Identificar si existe alguna ambigüedad en la redacción de las preguntas.
- b) Determinar la pertinencia de las preguntas.
- c) Establecer el tiempo necesario para contestar la prueba.
- d) Someter a prueba la manera de analizar la información cualitativa y cuantitativa de

los resultados del diagnóstico.

**3.1.4 Características de las pruebas diagnóstica:** después de haber piloteado la prueba diagnóstica y hacerle los respectivos cambios se procedió a aplicarla al grupo experimental. Consta de las siguientes características.

- contiene 11 preguntas, donde 4 de ellas son abiertas y cuentan con un recuadro para escribir la respuesta. La prueba es la siguiente:

1. Encuentra los resultados de las siguientes operaciones.

$$a + a =$$

$$a \cdot a =$$

$$a \cdot a \cdot a =$$

2. Con tus propias palabras describe lo que entiendes por factorización.
3. ¿Qué entiendes por la expresión diferencia de cubos?
4. ¿Conoce una ley para factorizar polinomios cúbicos? Sí \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_
5. Si conoces alguna Ley explica tu respuesta.
6. Representa geométricamente (dibujo) un cubo
7. Calcule el volumen de un cubo de 5 cm
8. Calcule el volumen de un cubo de lado X
9. Representa geométricamente (o dibujo) un cubo de lado a.
10. Representa geométricamente (o dibujo) una suma de cubos
11. Representa geométricamente (o dibujo) una diferencia de cubos

- Con la pregunta 2 se pretende que los estudiantes escriban el significado de la palabra factorización.

- En la pregunta 4 se sesga a las opciones, sí o no y se complementa con la pregunta 5 en donde debe dar la explicación si la respuesta de la pregunta 4 es afirmativa.

- Las preguntas 6, 9, 10 y 11 piden a los estudiantes representar geométricamente la respuesta.

- En las preguntas 7 y 8 se plantean problemas de volúmenes y áreas de figuras tanto de forma numéricas como algebraicas.

- Para responder la prueba, los estudiantes deben tener nociones básicas acerca del significado de expresiones algebraicas, área, volumen, productos notables, diferencia, polinomios y operaciones con polinomios. La prueba se diseñó de tal manera que fuera congruente con los contenidos que se manejan en el currículo oficial.

**3.1.6 Aplicación de la prueba diagnóstica:** de la misma forma que el pilotaje, la prueba fue aplicada en una hora de clase en forma individual y en un salón de clase, que normalmente permanecen los estudiantes; inicialmente se explicaron las instrucciones y metodología contenidas en la prueba, así mismo se hace énfasis en la importancia de esta en el trabajo de investigación y finalmente se procede a la resolución de la prueba.

**3.1.7 Diseño del ambiente de aprendizaje:** con la aplicación de la prueba diagnóstica emergieron una serie de dificultades por parte de los estudiantes, en cuanto a nociones como: la factorización, potenciación, operaciones entre polinomios y nociones de área y volumen. En consecuencia, esta situación influyó directamente en la forma en que los estudiantes respondieron las preguntas y resolvieron los problemas vinculados a estos conceptos.

Tal situación motivó el diseño de un ambiente de aprendizaje, que favorezca la factorización de polinomios cuadráticos y cúbicos perfectos, mediante la construcción de conocimientos y el desarrollo de habilidades con la ayuda del software Geogebra, en estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Dominguito.

**3.1.8 Uso de la tecnología:** el principal propósito de esta fase será ofrecer a los estudiantes un acercamiento al software de matemática interactiva Geogebra, de las instrucciones y su manejo, para esta actividad se destinará la sala de sistemas de la institución educativa con un número de computadores requeridos y un tiempo de 60 minutos.

Además, en esta fase el profesor presentará las características, los comandos, y las operaciones que el software contiene, esto se realizará a través de una serie de actividades que resolverán los estudiantes para lograr un manejo básico.

**3.1.9 Recolección:** la fase de recolección de la información, se llevará a cabo en la Institución educativa Dominguito de Santander de Quilichao Cauca durante el segundo semestre del año lectivo 2018, con estudiantes de octavo grado. Esta fase se considera fundamental ya que a partir de los datos obtenidos se realizará la fase de análisis y procesamiento de la información de cada una de las actividades que conforman el ambiente de aprendizaje.

Cabe mencionar que, la recolección de la información se llevará a cabo durante dos secciones de clase en donde se pondrá en juego el ambiente de aprendizaje, se presentarán actividades que a partir de la modelación de una situación cotidiana para los estudiantes les permitirá conjeturar, representar y argumentar a partir de las diversas representaciones de la factorización de polinomios cuadráticos. Cúbicos perfectos.

**3.1.10 Análisis:** el análisis que se realizará en la presente investigación es de enfoque mixto, en donde se incluirá dos análisis, uno de tipo cuantitativo en donde se utilizarán datos y porcentajes que ordenen y sinteticen la información arrojada en las actividades; el otro de tipo cualitativo ya que se tendrán en cuenta características, dificultades, aportes, concepciones, y las diferentes representaciones de un objeto matemático utilizadas en las actividades.

Así mismo es importante mencionar que el análisis se realizará teniendo en cuenta los documentos de investigación planteados en el capítulo II, debido a que este marco teórico nos permitirá el diseño de las actividades con las cuales dimensionamos la potencialidad del ambiente de aprendizaje.

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Al ser este un avance del proyecto de investigación, es pertinente aclarar que aún no se tienen conclusiones y recomendaciones. Sin embargo, se espera haber logrado un mayor avance a la fecha de presentación de la comunicación breve y así brindar algunas reflexiones sobre aquellas características generadas en un ambiente de aprendizaje mediado por el software dinámico geogebra, las cuales contribuyen a favorecer la comprensión y el aprendizaje contextualizado de la factorización de polinomios cuadrados y cúbicos perfectos, ya que se puede integrar diferentes sistemas de representación, sin limitar los procesos de aprendizaje a un solo sistema.

## 5. REFERENCIAS

- Arenas, A. (2016). Propuesta de una Secuencia Didáctica para la Enseñanza de la Factorización a través de las TIC. Nacional De Colombia. Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/54351/>
- Álvarez, R y Mejía, F. (2006). Factorización, Medellín, Colombia. Vieco e Hijas Ltda. (2006).
- Castellanos, N., Morga, L. E., & Castellanos, A. (2013). Educación por competencias: hacia la excelencia en la formación superior. (E. D. Valdivieso, Ed.) (Primera Ed).
- Daza, L. (2012). Interpretación de la Factorización a Través del Uso del Geogebra. Universidad de Antioquia.
- Hitt, F. (2003). Una Reflexión Sobre la Construcción de Conceptos Matemáticos en Ambientes con Tecnología, X (2), 213–223
- Jiménez, S., & Salazar, V. (2013). Propuesta Didáctica : Tabletas Algebraicas Como una Alternativa de Enseñanza del Proceso de Factorización de Algunos Polinomios de Segundo Grado. Pedagógica Nacional.
- Mejía, M. F. (2011). Ambiente de Lápiz / Papel (L / P) Y Álgebra Computacional Ambiente De Lápiz / Papel (L / P) Y Álgebra Computacional. Universidad del Valle, Cali, Colombia.
- MEN. (1998). Lineamientos curriculares en Matemáticas. Recuperado el 12 de mayo de 2010 de [http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)
- MEN. (2006). Estándares básicos de competencias en matemáticas. Recuperado el 10 de mayo de 2010 de [http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)
- Moreno, L. (2002). Instrumentos matemáticos computacionales pág., 81–98. Incorporación de nuevas tecnologías Al currículo de matemáticas de la educación media de Colombia. Bogotá Colombia.
- Novoa, B. (2012). El álgebra Geométrica como Recurso Didáctico para la Factorización de Polinomios de Segundo Grado El Álgebra Geométrica como Recurso Didáctico para la Factorización de Polinomios de Segundo Grado.
- Sandoval C, N. C. (2014). Diseño de una Secuencia Didáctica que Integra el Uso de Origami para el Aprendizaje de la Factorización en Grado Octavo. Nacional de Colombia. Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/47043/>
- Sesa, C. (2005). Iniciación al estudio del álgebra. Orígenes y perspectivas. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.