

## RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA RECREATIVA USANDO TECNOLOGÍAS DIGITALES

Juddy Amparo Valderrama Moreno<sup>1</sup>, Daniel Moreno Caicedo<sup>2</sup>

### Resumen

Este trabajo propone el diseño de un modelo didáctico de resolución de problemas de Matemática Recreativa usando tecnologías digitales. En particular se pretende abordar los procesos de comunicación, razonamiento, elaboración y ejercitación de procedimientos y la modelación, mediante el desarrollo de competencias matemáticas; interpretar, razonar, resolver, conceptualizar y comunicar, para ello se hace uso de las bondades ofrecidas por la herramienta del software dinámico GeoGebra, para buscar que los estudiantes visualicen propiedades matemáticas, las analicen y las apropien en su proceso de aprendizaje y permear el discurso como futuros profesores de matemáticas. De igual forma se busca incentivar el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), orientadas a la enseñanza de la matemática brindando aportes disciplinares y pedagógicos para incursionar en las Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento (TAC).

**Palabras claves:** *Matemática Recreativa, resolución de problemas, tecnologías digitales*

### Abstract

This work proposes the design of a didactic model of solving problems of Recreational Mathematics using digital technologies. In particular, through the solving of problems it pretends to address the processes of communication, reasoning, elaboration and exercising of procedures and modeling through the development of mathematical competences; interpreting, reasoning, solving, conceptualizing and communicating, using the benefits offered by the GeoGebra dynamic software tool, to see that students visualize the mathematical properties, analyze them and appropriate them in their learning process, so that they have elements and permeate the discourse as future teachers of mathematics. The same way, it seeks to encourage the use of Information and Communication Technologies (ICT), oriented to the teaching of mathematics by providing disciplinary and pedagogical contributions to venture into Learning and Knowledge Technologies (TAC).

**Key words:** *Recreational Mathematics, problem solving, digital technologies.*

### 1. INTRODUCCIÓN

Desde el año 2000, el grupo de Investigación en Educación Matemática EDUMAT- UIS, se ha interesado por fomentar el enriquecimiento del Discurso Matemático Escolar DME, de los profesores, con el propósito de optimizar los procesos de enseñanza y lograr mayor

---

<sup>1</sup> EDUMAT-UIS; Colombia; juddy.valderrama@correo.uis.edu.co

<sup>2</sup> EDUMAT-UIS; Colombia; daniel.moreno3@correo.uis.edu.co

impacto de aprendizaje, es así que cuenta con dos Comunidades de Práctica CoP, “Tecnología” y “Matemática Recreativa”; semanalmente se reúnen para reflexionar sobre la enseñanza de la matemática bajo el enfoque de resolución de problemas. En respuesta a lo anterior se potencia el fortalecimiento del discurso disciplinar y pedagógico de estudiantes de pregrado tanto de Licenciatura en Matemáticas como Matemáticas y egresados (profesores en ejercicio) vinculados a la CoP, para intervenir prácticas pedagógicas presentes y futuras.

Por otra parte, producto de la reflexión de los profesores sobre la importancia de fomentar el desarrollo del Pensamiento Matemático PM, a los estudiantes de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Ciencias Naturales y Educación Ambiental de la escuela de educación, los cuales cumplen con los requisitos para ingresar al sistema educativo como profesores de básica primaria; siendo ellos posiblemente los futuros profesores que orientarán el área de matemáticas en este nivel. Razón por la cual se hace relevante buscar incidir en mejorar el discurso desde la didáctica de la enseñanza de la matemática.

Por lo anterior, mediante la aplicación de este proyecto se pretende responder a dos planteamientos, el uno sobre la incursión de las TIC al aula de matemáticas y otro el desarrollo del PM como estrategia de la enseñanza de la matemática, por lo tanto, se plantea el proyecto resolución de problemas de matemática recreativa usando tecnologías digitales cuyo objetivo es aportar al DME de futuros profesores (estudiantes de Licenciatura en Matemática de la UIS y estudiantes de Licenciatura en Educación) y a los profesores (egresados de la UIS) de nivel de secundaria y media para promover el desarrollo del PM, usando tecnologías digitales en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas e intervenir prácticas pedagógicas.

## **2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN**

### **2.1 La incursión de las TIC a la clase de matemáticas.**

El uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) y su incursión en la educación ha permitido generar espacio de debate en cuanto a la pertinencia de ellas en los procesos de enseñanza, es así que según el planteamiento realizado por Lozano (2011), las TIC deben ser orientadas con fines formativos y es pertinente hablar de las Tecnologías del Aprendizaje y del Conocimiento (TAC), puesto que el objetivo de las TIC es dotar a profesores y estudiantes en la capacidad de dominar y hacer uso de ellas, pero sin ninguna metodología, mientras que las TAC tienen como objetivo orientar las TIC hacia usos más formativos para aprender más y de mejor manera, por lo tanto al incursionar en el uso de las TAC es definir las herramientas metodológicas y determinar métodos didácticos donde no solo se quede en el manejo y dominio de las tecnologías sino, en cómo lograr efectividad en el objeto de aprendizaje; esto conlleva a conocer las herramientas, saber seleccionarla y utilizar adecuadamente un método que permita la adquisición de conocimiento de acuerdo a las necesidades de quien quiere aprender.

Como la intervención del aula de Matemáticas, requiere responder a la incursión de las TIC al currículo de matemáticas con uso pedagógico donde el desarrollo del PM es el objetivo

de la enseñanza de la matemática, donde los contenidos son un pretexto de enseñanza y los procesos el medio efectivo de lograr el aprendizaje. Esto se evidencia al revisar lo planteado en documentos de dominio público tanto internacional como nacional. En el ámbito internacional la National Council of Teacher of Mathematics (NCTM, 2000), en el documento Principios y Estándares define la igualdad, el currículo, la enseñanza, el aprendizaje, la evaluación y la Tecnología como los principios de la Educación Matemática; y en el ámbito nacional el Ministerio Educación Nacional (MEN), define la estructura curricular como el engranaje de la triada procesos, contenidos y contexto en los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998); seguidamente el MEN, impulsa el Proyecto Incorporación de las Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas (PINTCM) en Educación Básica y Media (MEN, 2000) y finalmente se organiza por grupo de grados el mínimo de enseñanza en los estándares de competencia (MEN, 2006).

Como se mencionó en marzo de 2000 cuando se da inicio al PINTCM, se buscaba dar elementos conceptuales útiles para el proceso de formación con miras a suscitar la reflexión continua sobre estrategias de incorporación de las nuevas tecnologías dándole el papel de un agente fundamental en cuanto conocimiento y actividad matemática se refiere. Desde ese tiempo el uso de las TIC con fines pedagógicos ha sido preocupación de las escuelas de formación universitaria y se quiere responder más a las necesidades y al contexto de los estudiantes los cuales en este momento histórico se responde a la era digital y en respuesta los estudiantes son nativos digitales y los profesores Inmigrantes digitales (Prensky, 2010), razón por la cual profesores deben incursionar en las TAC para garantizar un mayor impacto en el aprendizaje.

## **2.2 El Discurso del profesor que orienta Matemáticas y un ejemplo de modelo didáctico.**

Un elemento que incide en el desempeño de un profesor que orienta el área de matemáticas en cualquier nivel es el DME; en muchas ocasiones este se forma de seguir el prototipo de profesor que me enseñó sin ninguna rigurosidad, sin embargo este debe ser formado por un híbrido entre lo pedagógico y lo disciplinar, un profesor que no entienda la matemática difícilmente la va a saber explicar o un profesor que sabe matemática y no la vivencie tampoco va a dar a conocer sus aportes, mientras que un profesor que le agrade, que identifique su fundamento (Educación Matemática) y tenga conocimientos matemáticos con propiedad, cuando se enfrente a un grupo de estudiantes va a buscar las herramientas para que su clase tenga mayor impacto de aprendizaje; parafraseando a Soto y Cantoral (2014), el DME es un proceso de negociación y debate que genera una institucionalización del saber producto de una formación y formalización social. Por lo tanto, se busca generar espacios de clase reflexivos que le permita al futuro profesor (estudiante de licenciatura) la resignificación de saberes pedagógicos y la institucionalización de saberes matemáticos para que pueda tener elementos propios de un DME.

El discurso de futuro profesor debe ser formado por el gusto por la academia, la investigación y la responsabilidad social, puesto que como lo mencionó Montiel (2010), es el profesor quien tiene la mayor responsabilidad en la actividad didáctica escolarizada y no se trata de solo de seguir un algoritmo sino la problematización del saber y la interacción con el sistema

didáctico de tal forma que él aprendizaje sea producto de la construcción personal y colectiva de institucionalizaciones del saber.

En aras de representar, entender, justificar, reflexionar y formalizar la tarea de enseñar aprender, se plantea un ejemplo de modelo didáctico para resolver problemas de calendario matemático. Se toma el problema planteado para el día él y se realiza la siguiente ruta de solución: 1) Interpretación. Se responde la pregunta ¿Qué están preguntando?; se hace un análisis de si la pregunta es explícita o implícita y se consigna. 2) Razonamiento. El interrogante ¿Qué datos se tienen? En este paso, primero se determina los elementos matemáticos explícitos aportados por el problema y luego se reflexiona sobre los implícitos los cuales requieren un nivel de comprensión matemática, pero determinados estos dos, surge la solución del problema. 3) Resolución. Aquí se fija la estrategia de solución y como dar respuesta a la pregunta planteada en el paso 1. 4) conceptualización. ¿Qué conceptos matemáticos se requieren para la solución el problema? Y finalmente 5) Comunicación. ¿Cómo comunicar ideas matemáticas?, al realizar los pasos 3 y 4 se tiene claramente la solución o por lo menos la respuesta al problema, pero no se trata de simplemente responder se trata de reflexionar de como argumentar matemáticamente, emplear el rigor de la matemática para solucionar y saber expresar de tal forma que el lector comprenda de una manera clara y precisa.

### **2.3 La resolución de problemas una estrategia para abordar la matemática y desarrollar PM.**

La resolución de problemas y el desarrollo de competencias matemáticas han ido tomando fuerza a la par de la incursión de las TIC en el discurso del profesor, puesto que a través de la estrategia de resolución de problemas se puede adentrarse en el desarrollo de los demás procesos matemáticos. Por otro lado, Zuluaga (2006), plantea que el “Calendario Matemático” tiene como objetivo contribuir a desarrollar el enfoque planteamiento y resolución de problemas a través del trabajo de un problema cada día; Gardner (2011), plantea que es la matemática recreativa la que permite estimular los niveles altos de PM aunque solo se requiere un conocimiento elemental para resolver; Villareal (2010) resolver problemas con el uso de las TIC permite generar un marco apropiado para aprender competencias, habilidades y conocimientos que requiera al momento de insertarse a la vida laboral. Desde esta mirada se define no solo la resolución de problemas matemáticos sino la incursión de las TAC en su resolución, es así que en este caso se hace uso de la herramienta de GeoGebra, puesto que el software permite a las personas de poco o nulo conocimiento matemático iniciar a comprobar respuestas, determinar propiedades y razonamientos mediante la visualización, es por esta razón que se busca que a partir de la familiarización con la herramienta se evolucione del sistema de representación de lápiz y papel al dinámico que le permita experimentar, conjeturar y concluir con mayor rapidez y habilidades matemáticas.

### **3. METODOLOGÍA**

A continuación, se muestra un trabajo realizado con el apoyo del EDUMAT-UIS, el cual realiza su extensión en estudiantes de pregrado y egresados y como se mencionó a partir de

las relaciones de sus CoP. Para tal fin se hizo una mirada a un enfoque cualitativo en un diseño de investigación acción y se visualizó el desarrollo del proyecto en tres momentos:

Un primer momento es la formación. A partir de las CoP “Tecnologías” se convoca a profesores que estén interesados a participar, allí se discute sobre lo que se debe enseñar en el aula de clases y las necesidades didácticas de la matemática, en otras palabras ¿Qué enseñar? ¿Cómo enseñar? y ¿De qué manera se impacta el aprendizaje de los estudiantes? con el objetivo de diseñar o rediseñar prácticas pedagógicas usando tecnologías digitales en el aula de clase; pero no se trata de manipular artefactos tecnológicos ni tener capacidad para dar clic o seguir un procedimiento, se trata de abordar la tecnología como oportunidad para acceder a la ciencia desde la mirada de “saber” y “hacer”, saber hacer con conocimiento. En respuesta con ayuda de “GeoGebra” y tener elementos teóricos-prácticos, en cuanto la didáctica aborda en la resolución de problemas como estrategia para desarrollar PM. Desde la CoP “Matemática Recreativa” se promueve desarrollar el PM mediante la resolución de problemas usando el Proyecto llamado “Calendario Matemático”. En conclusión, es buscar elementos para que el conocimiento matemático sea enseñado de una manera comprensible es decir hacer posible la transposición didáctica, del saber sabio al saber enseñando (Chevallard, 1991).

La reflexión de saberes permite el enriquecimiento del discurso del profesor y la resignificación de saberes en términos de Wenger (1998), cuando el profesor participa activamente en la consecución de objetivos comunes, producto del aprendizaje tomado de la experiencia de su práctica social, realiza una reflexión interna y como resultado de ellas hace cambios en su quehacer pedagógico, siendo esta la cosificación de la CoP.

Un segundo momento es la intervención. Este es el momento de acción del proyecto, en consecuencia, se incorporó a estudiantes de primer semestre de pregrado a la CoP “Matemática Recreativa” y en su dinámica de funcionamiento, se inicia la aplicación de formación de los novatos (estudiantes de pregrado). Por otro lado, en el grupo estudiantes de la escuela de educación se ejecuta el proyecto organizando la enseñanza de la asignatura de Matemáticas desde el abordaje de resolución de problemas usando tecnologías digitales.

Un tercer momento es la reflexión. Desde las CoP se socializa los alcances y bondades, aciertos y desaciertos de la aplicación de los proyectos, para ser retroalimentados y reformar la aplicación en vigencias futuras, logrando cosificar la negociación de los significados en las situaciones problema presentadas a los estudiantes las cuales buscan impactar el PME.

Con este trabajo se busca fomentar el enriquecimiento del DME de estudiantes y egresados (profesores en ejercicio), intervenir prácticas pedagógicas de los profesores y mediante investigaciones de aula aportar a la Educación Matemática.

#### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Usar TIC en la resolución de problemas ha permitido mejorar la actitud de aprendizaje de los estudiantes, verificar algunas bondades de la actividad matemática permitiendo resolver con mayor claridad el problema planteado, permite la conjeturación de ideas matemáticas y su comprobación; proporciona visualización de imágenes y con ello determinar propiedades y conceptos matemáticos que deben cumplir las construcciones realizadas como solución del problema. La precisión de los cálculos, se centra en la toma de decisiones en la solución de problema y la reflexión de las diferentes estrategias de solución. En los dos grupos el trabajo ha permitido enriquecer del discurso matemático, pedagógico y tecnológico.

El trabajo evidenciado no se comporta de igual forma, en la CoP la interacción entre los estudiantes (pregrado) y egresados (profesores) los cuales tienen formación en enseñanza de la matemática genera la negociación de saberes con mayor facilidad, el nivel de complejidad es mayor y el abordaje avanza a mayor ritmo en cuanto la didáctica y el desarrollo de competencias en la resolución del problema se requiere; mientras que con el grupo de la facultad de educación el trabajo un poco lento, el nivel de complejidad es medio. Sin embargo, en los dos grupos se avanza didácticamente en el desarrollo de competencias. Otro logro obtenido es comprender que no siempre un problema tiene una única solución, que existen problemas que tienen diferentes soluciones.

Al finalizar la primera intervención del proyecto, en las estudiantes de la escuela de educación se tienen entregables los cuales corresponden al solucionario del primer semestre del año 2018 del nivel tres de calendario matemático. Allí se encuentra la solución de cada problema planteado de febrero, marzo, abril, mayo y junio con su respectiva construcción y/o dibujo realizado en “Geogebra” según requerimiento del problema planteado; al igual que los cinco elementos de abordaje didáctico: la pregunta, los datos, la estrategia de solución, los conceptos matemáticos que se requerían y las ideas matemáticas. Este trabajo evidenció el avance tanto en aprendizaje de la matemática (disciplina) como el abordaje a la hora de enseñar (didáctico). Mediante la técnica de exposición dieron a conocer se evidenció el avance al observar que el abordaje didáctico se tenía inmerso junto con la organización. Por otra parte, la entrega del cuadernillo del solucionario para ser consultado evidencia un lenguaje propio de la matemática, razonamientos y sobre todo el gusto por querer refinar su discurso y la manera de abordar la enseñanza, según manifestación de ellas en la exposición. Concluyendo se puede decir que las estudiantes refinaron el discurso de resolución de problemas y la forma de abordar para determinar la solución. No se trató de dar la respuesta sino hacer la reflexionar de los procesos, por lo tanto, la didáctica fue acertada y se espera poder seguir avanzando en su aplicación para poder ver los avances y poder hacer los ajustes si así lo llega a requerir.

## 5. REFERENCIAS

- Chevallard, Y. (1991). *La Transposición Didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique.
- Gardner, M. (2011). *Matemáticas para todos (y códigos ultrasecretos)*. Barcelona, España: RBA Libros, S.A.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares de Matemáticas*. Recuperado [https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional. (2000). *Formación de Docentes sobre el uso de Nuevas Tecnologías en el Aula de Matemáticas*. Recuperado <https://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/article-81040.html>
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Recuperado [https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)
- Montiel, G. (2010). *Hacia el rediseño del discurso: Formación docente en línea centrada en la resignificación de la Matemática Escolar*. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Volumen (13)69-84. Recuperado de <http://www.clame.org.mx/relime/201004d.pdf>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla, España: editorial Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- Lozano, R. (2011). *De las TIC a las TAC: tecnologías del aprendizaje y el conocimiento*. *Anuario ThinkEPI*. Volumen (5) 45-47. Recuperado de <https://recyt.fecyt.es/index.php/ThinkEPI/article/view/30473/16039>
- Prensky, M. (2010). *Nativos e Inmigrantes digitales*. Distribuidora SEK, S.A.
- Soto, D. y Cantoral, R. (2014). *Discurso Matemático Escolar y exclusión. Una visión Socioepistemología*. *Revista Bolema*. Volumen (28) 1525-1544. Recuperado de <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v28n50/1980-4415-bolema-28-50-1525.pdf>
- Wenger, E. (1998). *Communities of Practice: Learning, Meaning, and Identity*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Villareal, G. (2010). *Caracterización del uso de la tecnología, por profesores y alumnos, en resolución de problemas abiertos en matemática (tesis doctoral)*. Universidad de Barcelona.