

## UN ACERCAMIENTO AL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL DESDE LA PERSPECTIVA DEL ISOMORFISMO DE MEDIDA: UNA EXPERIENCIA EN EL LABORATORIO DE MATEMÁTICAS

Jarol Valencia Gonzalez<sup>1</sup>, Daniel Stiven Gil Grueso<sup>2</sup>, Jhon Jair Angulo Valencia<sup>3</sup>

### Resumen

Esta propuesta de investigación didáctico- pedagógica, se fundamentó en un acercamiento al desarrollo del pensamiento Variacional desde la perspectiva del isomorfismo de medidas, en el marco del laboratorio de matemáticas. Para ello, se consideraron conceptos tales como: multiplicación, división, proporción, función, entre otros; los cuales posibilitaron el diseño de las fichas, siendo estas mediadas por situaciones problemas contextualizadas al entorno próximo de los discentes, con la intención de generar aprendizajes ciertamente significativos. De ello se obtuvo que, los estudiantes al resolver las situaciones presentadas en la fichas del laboratorio de matemáticas, dejaron ver ciertos rasgos característicos del pensamiento Variacional, tales como, detención de regularidades, identificación de patrones numéricos, análisis de covariación entre cantidades de magnitudes, entre otros.

**Palabras claves:** *Pensamiento Variacional, Isomorfismo de Medidas, Patrones Numéricos, Laboratorio de Matemáticas, Matematización.*

### Abstract

This didactic-pedagogical research proposal was based on an approach to the development of Variational thinking from the perspective of isomorphism of measurements, within the framework of the mathematics laboratory. To do this, concepts such as: multiplication, division, proportion, function, among others were considered; which made possible the design of the cards, these being mediated by situations contextualized problems to the near surroundings of the students, with the intention of generating certainly significant learnings. From this it was obtained that, the students, when solving the situations presented in the files of the mathematics laboratory, let see certain characteristic features of the Variational thought, such as, detention of regularities, identification of numerical patterns, analysis of covariation between quantities of magnitudes, among others.

**Key words:** *Variational Thought, Isomorphism of Measurements, Numerical Patterns, Mathematics Laboratory, Mathematization.*

---

<sup>1</sup> Magister en educación con énfasis en educación matemáticas; Universidad del Valle Sede Pacífico; Buenaventura- Colombia; jarol.valencia@correounivalle.edu.co, jarolval@hotmail.com

<sup>2</sup> Magister en educación con énfasis en educación matemáticas; Universidad del Valle Sede Pacífico; Buenaventura-Colombia; karther19901@gmail.com

<sup>3</sup> Magister en la enseñanza de las ciencias exactas y naturales; Universidad del Valle sede Pacífico; Buenaventura-Colombia; licenmate@gmail.com, jhon.jair.angulo@correounivalle.edu.co

## 1. INTRODUCCIÓN

El pensamiento variacional a lo largo de la formación académica de básica y media, es abordado tradicionalmente en los grados octavos hasta undécimo, generando dificultades de tipo cognitivo en los estudiantes en dichos niveles académicos, debido al uso de la simbología algebraica y todas generalidades que este permite.

Lo anterior, ha dado paso a múltiples investigaciones tales como la de Kieran y Filloy (1989), entre otros, donde exponen algunas dificultades que los estudiantes presentan en el paso de la aritmética al álgebra. Una de estas asociada al uso indiscriminado de las reglas operacionales que se dan en la aritmética; otra se evidencia, en el modo de ver y entender el signo igual, además, a su carencia de habilidades para expresar formalmente los métodos o procedimientos que usan en la resolución de problemas.

Ante esto, cabe destacar que para contrarrestar las dificultades antes mencionada, el Ministerio de Educación Nacional al igual que Radford (2006) y otros autores, proponen que se aborde el pensamiento variacional mucho antes de llegar al grado octavo, esto con el objetivo de ir abonando el camino, para generar aprendizajes más significativos, y además, lograr avances en la comprensión de los modelos funcionales y su simbología.

Por tanto, considerando la perspectiva del isomorfismo de medida, a través de una experiencia en el laboratorio de matemáticas. Se pudo contribuir con el componente numéricovariacional, que desde esta propuesta permitió un acercamiento progresivo a este pensamiento desde el laboratorio de matemáticas.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Para el desarrollo de este apartado, se tendrán en consideración autores como el MEN (1998, 2006), Vasco (2003), así como Vergnaud (1994), que brindan aportes significativos para el desarrollo de esta investigación.

### 2.1 PENSAMIENTO VARIACIONAL

En los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), se establece que el pensamiento variacional está vinculado con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos. Así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos.

El desarrollo del pensamiento variacional conllevan estructuras conceptuales que fundamentan el estudio de la variación y el cambio, este es más notorio en el bachillerato que en la primaria, debido a que es en bachillerato que se inicia hablar de álgebra o de variables, sin embargo en la escuela se ve un poco relegado este pensamiento y en ocasiones los estudiantes de primaria llegan a la secundaria con algunas competencias del pensamiento numérico pero no

con el variacional, y esto sucede, debido a que los docentes de primaria no establecen relación entre dichos pensamientos,

En este sentido, se reconoce, que las estructuras multiplicativas ilustran más que solo enseñar la multiplicación y la división. Tal como lo expresa Vergnaud, resaltando que los objetos de conocimientos asociados a la multiplicación, permiten brindar un significado que le da un tratamiento particular a las situaciones de tipo multiplicativo, y que a la vez establecen que la enseñanza de un concepto no puede estar separada de otro, debido a que lo que se pretende es relacionar las diferentes situaciones con diferentes conceptos tales como función, proporción entre otros, con la intención de generar conocimientos más significativos.

De igual forma, el pensamiento variacional permite identificar regularidades provenientes del contexto sociocultural, de situaciones propias de las matemáticas o de otras ciencias, donde uno de sus principales intereses es lograr establecer modelos de covariación que den cuenta de dichos fenómenos. Así pues para Vasco (2003), “el verdadero propósito del pensamiento variacional es pues la modelación matemática y... tratar de modelar los patrones que se repiten en la covariación entre cantidades de magnitud en subprocesos de la realidad”.

Desde este punto de vista, Vasco (2003), define la modelación como el arte de elaborar modelos. Estos modelos deben de ser los encargados de simular los subprocesos que ocurren en la realidad. Así que, basados en la idea de establecer modelos, es importante identificar ciertos procesos o momentos que den cuenta del acercamiento por parte de los estudiantes al pensamiento variacional, de manera que Vasco (2003), esquematizó varios momentos que permiten identificar avances en el pensamiento variacional, no necesariamente en ese orden estricto

1. El momento de captación de patrones de variación; lo que cambia y lo que permanece constante.
2. Creación de un modelo mental
3. Momento de echar andar un modelo
4. Comparar el resultado con el proceso modelado.

## 2.2 LABORATORIO Y LABORATORIO DE MATEMÁTICAS.

El término laboratorio ha tenido múltiples significados, a través del tiempo, estos han ido evolucionando de acuerdo a las necesidades de las comunidades científicas y académicas. Cabe resaltar, que su uso ha sido relevante tanto en los procesos científicos como en los educativos.

En la propuesta de investigación que se pretende desarrollar, se abordara “el laboratorio de matemáticas como “estrategia pedagógica”, en el cual se movilicen actividades de experimentación y manipulación, que conlleve a aprendizajes más significativos y dinámicos para los estudiantes.

En síntesis, es importante la necesidad de buscar alternativas didácticas, en las cuales se potencie el pensamiento matemático en los diversos niveles educativos, desde esta mirada emerge una propuesta que lleva a contemplar la actividad realizada en el aula, con la ayuda de otro tipo de estrategias, que logren tener en cuenta los diferentes ritmos de aprendizaje de los estudiantes, propiciando así, que estos puedan establecer diversas estrategias que le conduzcan a resolver las actividades planteadas.

## 5. METODOLOGÍA

Esta propuesta de indagación didáctico – pedagógica se caracterizó es de tipo cualitativa, la cual recoge elementos de la Investigación Basada en el Diseño (IBD) y de la Ingeniería Didáctica (ID).

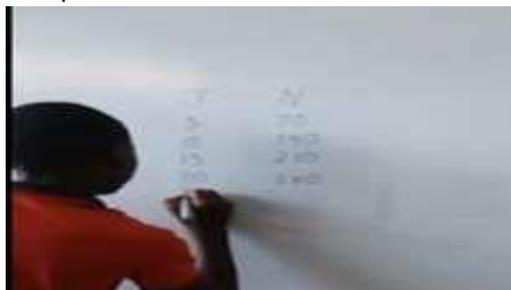
Para el desarrollo de la investigación se trabajó con un grupo de 16 estudiantes del grado sexto, los cuales trabajaron de forma grupal sin la injerencia del docente. Dado que, de acuerdo con Arce (1999), el trabajo en el laboratorio de matemáticas es autónomo. Donde los estudiantes, se enfrentan a situaciones problemas que ponen a prueba su saber previo y solo al finalizar las actividades, el docente pone en escena el contrato didáctico frente a los aprendizajes que se esperaban movilizar, es decir, se institucionalizan los conceptos

## 6. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES.

Para el desarrollo de las actividades, a los estudiantes se les presentó un conjunto de fichas de laboratorio, con las cuales se esperaba que los estudiantes en su desarrollo, pudieran encontrar regularidades, determinar patrones numéricos, relaciones entre cantidades, y que utilizaran la multiplicación como una relación cuaternaria (isomorfismo de medidas), donde se pudiera evidenciar procedimientos de tipo escalar y/o funcional que los condujera a la utilización de diversos métodos para dar soluciones a las situaciones planteadas.

Ahora bien, en términos generales los estudiantes lograron establecer una correspondencia biunívoca entre las cantidades de magnitud correspondiente en este caso al número de jarras de jugo (J) y al número de estudiantes (N) que pueden tomar con dichas jarras

Ilustración 4: Estudiante estableciendo relación entre las variables



De igual forma, con ellos se pudo avanzar en el desarrollo de hacer procesos de análisis funcional. Dado que, para poder encontrar la respuesta, ejecutaban la multiplicación como función (70 personas, toman en 5 jarras, ese valor lo multiplica por 5 jarras), para determinar si el valor obtenido está por debajo o por encima del dado en el problema (364 personas), luego hacían uso de una de las propiedades de la linealidad para hallar la cantidad requerida (como está por debajo, deciden adicionar en ambos lados en el espacio de medida de jarras, suma una jarra más (otra jarra)), y en el otro espacio suma la cantidad de personas, que corresponde a una jarra en este caso que son 14 personas. Ver ilustración 1

En términos generales se puede decir que los estudiantes establecían relaciones entre las cantidades de magnitud para poder hallar valores mayores, aplicando de manera implícita una de las propiedades de la linealidad. Además que usaban la multiplicación como función, dado que reconocían el valor de la unidad (constante de proporcionalidad) para hallar cualquier valor que se les solicitará; como también, dieron un paso importante y tal vez de forma inconsciente a la multiplicación como isomorfismo de medidas. De esta forma se pudo evidenciar un fuerte acercamiento al pensamiento variacional, siendo este el objetivo principal de la investigación.

Otro hallazgo que se hace necesario mencionar es que, los estudiantes con la ayuda de una tabla en la cual se discriminan los dos espacios de medida, lograron realizar procesos similares a los que se dan en la proporcionalidad directa. Dado que, identificaron la cantidad constante que generaba las demás cantidades, llevándolos así, a mirar regularidades, reconocimiento de un patrón, el cambio que se daba entre las magnitudes, entre otras.

## 7. CONCLUSIONES

En términos generales, el trabajo realizado dejó ver ciertos elementos que se consideran relevantes en esta propuesta, tales como:

- El laboratorio de matemáticas como estrategia pedagógica, permite la construcción de un aprendizaje significativo, dado que favorece la experimentación, el razonamiento, la resolución de problemas y la comunicación. En otras palabras, el laboratorio de matemáticas, contribuye a la fundamentación del pensamiento matemático.
- La multiplicación como una relación cuaternaria (isomorfismo de medidas), conduce a conceptos vinculados con el pensamiento variacional, tales como proporcionalidad, función, entre otros que conducen a los educandos a superar dificultades que comúnmente se les presentan en los grados superiores.

## 5. REFERENCIAS

- Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. En: Artigue, m.; Douady, r.; Moreno, l.; Gómez, p. (Ed.) Ingeniería Didáctica en Educación Matemática. México: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Castro, E. (2012). Dificultades en el aprendizaje del álgebra escolar. En A. Estepa, Á. Contreras, J.
- MEN (1998) Lineamientos curriculares de Matemáticas. Ministerio de Educación Nacional. Santafé de Bogotá.
- MEN (2006) Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. En MEN, Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanía. (Primera ed., págs. 46 - 94). Bogotá, Colombia: Revolucion Educativa, Colombia Aprende.
- Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective, PME-NA, Vol. 1, 2-21.
- Vascos, C. (2003), El pensamiento variacional y la modelación matemática
- Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. En J. Hiebert y M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades*, 141-161. Hillsdale, NJ: Erlbaum; Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Vergnaud, G. (1994). Multiplicative Conceptual field: What and Why? In G. Harel & J. Confrey (Eds.), *the development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 4159). Albany: State University of New York press.