

TALLERES

RELACIÓN PROPORCIONAL EN LA MÚSICA

Kelly Johana De Arco Jiménez

qilly1993@gmail.com, Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá-Colombia)

Lady Carolina Cedeño Niño

krocedeno@hotmail.com, Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá-Colombia)

RESUMEN

Desde una perspectiva interdisciplinar de la matemática, se hace un estudio del concepto de proporcionalidad inmerso en la música con el fin de articular estas disciplinas. En este trabajo se interpreta y analiza la construcción de los intervalos musicales a partir de las relaciones pitagóricas desde un proceso aritmético y descriptivo, con el uso de los lenguajes musical- matemático para su comprensión; esto con el fin, de entender y justificar por qué las notas musicales están ordenadas de cierta manera en la escala pitagórica y en el piano.

PALABRAS CLAVE:

Números racionales y proporcionalidad, Superior, Analítica.

TEMÁTICAS

Articular la disciplina musical con la disciplina matemática, desde un estudio analítico y descriptivo en la construcción de los intervalos musicales ante el uso de la proporcionalidad como proceso para su justificación.

OBJETIVOS

- Analizar y construir los intervalos musicales desde la comparación numérica y descriptiva establecida por Pitágoras.
- Hacer uso de lenguaje musical y matemático en correlación para interpretar y justificar las relaciones establecidas.
- Hacer uso de las nociones de razón y proporción para encontrar relaciones y establecer generalizaciones que ayuden a justificar los procesos.

REFERENTES TEÓRICOS BÁSICOS

Para Pitágoras “El número es la esencia de todas las cosas” filosofía establecida a partir de la relación entre el número y la figura geométrica, sustentada a partir de la corriente mística (religiosa): “los números con un carácter sagrado cargado de propiedades cabalísticas y virtudes mágicas” y científica (racional): “los números con propiedades aritméticas y relaciones numéricas elementales”; uno de estos números, el 10, denominado por ellos como la tetractys de la década (fundamento del todo) era un número triangular compuesto por diez puntos dispuestos en forma de triángulo equilátero. Este número estaba compuesto por la suma de los primeros 4 números (1, 2, 3, 4); que al establecer relaciones entre estos se determinaba: 1/1, 2/1, 3/2, 4/3 -relación mayor a menor- que representaban consonancias perfectas, siendo la proporcionalidad una relación de armonía entre dichos números, y definida Euclides como: la relación entre un grupo de magnitudes, números o cantidades.

PROPUESTA DE ACTIVIDADES

1. Caracterización del instrumento musical Piano en su construcción, organización, e interpretación con ayuda de una guía impresa suministrada (Figura 1).



Figura 1

2. Determinación numérica de los intervalos desde el análisis pitagórico (División de una cuerda).
3. Explicación de intervalo entre notas desde la interpretación de distancia musical que hay entre estas (cantidad de notas por las que hay que pasar de una a otra, teniendo en cuenta el sentido del recorrido), y desde la distancia numérica haciendo uso de la comparación proporcional de las frecuencias.
4. Construcción del intervalo de cuartas utilizando la media armónica como herramienta, para demostrar la relación numérica entre las notas, descrita en la figura 2.

do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do
1	1024/243	64/27	4/3	4096/729	256/81	16/9	2

Figura 2

Expresada la medida armónica por $2ab/a + b$, donde a y b corresponden, en este caso a do con relación numérica 1 y Do con relación numérica 2, respectivamente.

- Generalizar las relaciones encontradas y establecidas en el proceso anterior, donde no se deba recurrir a la relación anterior para encontrar la siguiente, sino que se inmediato, como se muestra a continuación en la figura 3:

$$\frac{2ab}{a+b}$$

$$\frac{2\left(\frac{2ab}{a+b}\right) \cdot \left(2\left(\frac{2ab}{a+b}\right)\right)}{\left(\frac{2ab}{a+b}\right) + \left(2\left(\frac{2ab}{a+b}\right)\right)} = \frac{\left(\frac{4ab}{a+b}\right) \cdot \left(\frac{4ab}{a+b}\right)}{\left(\frac{2ab}{a+b}\right) + \left(\frac{4ab}{a+b}\right)} = \frac{\frac{16a^2b^2}{(a+b)^2}}{\frac{2ab+4ab}{a+b}} = \frac{\frac{16a^2b^2}{(a+b)^2}}{\frac{6ab}{a+b}}$$

$$= \frac{16a^2b^2}{6ab(a+b)} = \frac{8ab}{3(a+b)}$$

$$\frac{2\left(\frac{8ab}{3(a+b)}\right) \cdot \left(2\left(\frac{8ab}{3(a+b)}\right)\right)}{\left(\frac{8ab}{3(a+b)}\right) + \left(2\left(\frac{8ab}{3(a+b)}\right)\right)} = \frac{\left(\frac{16ab}{3(a+b)}\right) \cdot \left(\frac{16ab}{3(a+b)}\right)}{\left(\frac{8ab}{3(a+b)}\right) + \left(\frac{16ab}{3(a+b)}\right)} = \frac{\frac{256a^2b^2}{(3(a+b))^2}}{\frac{24ab}{3(a+b)}}$$

$$= \frac{256a^2b^2}{72ab(a+b)} = \frac{32ab}{9(a+b)}$$

Figura 3 Construcción del intervalo de cuartas

Siguiendo este proceso se determinan las demás relaciones (Figura 4) determinando la expresión

general $\frac{2^{2n+1}(ab)}{3n(a+b)}$ siendo $n = 0,1,2,3,4,5$

$$\frac{2ab}{a+b}; \frac{8ab}{3(a+b)}; \frac{32ab}{9(a+b)}; \frac{128ab}{27(a+b)}; \frac{512ab}{81(a+b)}; \frac{2048ab}{243(a+b)}$$

$$\frac{4}{3}; \frac{16}{9}; \frac{64}{27}; \frac{256}{81}; \frac{1024}{243}; \frac{4096}{729}$$

Figura 4

- Identificar y validar la constante proporcional en la construcción del intervalo (Figura 5).

$$si: fa :: la: mi = \frac{16}{9} : \frac{4}{3} :: \frac{128}{81} : \frac{32}{27} = \frac{16}{9} = \frac{256}{81} = \frac{48}{36} = \frac{6912}{5184} = \frac{4}{3} = \frac{4}{3}$$

$$si_b: fa :: la_b: mi_b = \frac{16}{9} : \frac{4}{3} :: \frac{16}{9} = \frac{128}{81} = \frac{48}{36} = \frac{3456}{2592} = \frac{4}{3} = \frac{4}{3}$$

Figura 5

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS BÁSICAS

Cedeño C, De Arco K. (2016). “Sistematización del diagrama musical a partir de la experimentación con el instrumento Piano”.

Arbonés, J. & Milrud, P. (2011). “La armonía es numérica. Música y Matemáticas”. Editorial RBA.