

## APRENDIZAJE DE LA ADICIÓN EN ESTUDIANTES EN CONDICIÓN DE DIVERSIDAD FUNCIONAL VISUAL

**Jaime Fonseca González**

*jaimejaimef@hotmail.com, Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá –Colombia)*

**Angélica Rodríguez Rojas**

*anitacely.88311@gmail.com, Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá –Colombia)*

### RESUMEN

*Para comprender el aprendizaje de las matemáticas de estudiantes en condición de diversidad funcional visual, para el caso de la adición, se analizaron las estrategias de cálculo mental y de resolución de problemas verbales. Con técnica de estudio de caso, se analizaron ocho estudiantes de grados sexto y séptimo, con ceguera total de nacimiento. Los resultados muestran que los estudiantes que además tienen diagnóstico de déficit cognitivo leve emplean representaciones mentales del número en el ábaco ruso para realizar la estrategia de artificios-columnas para hacer cálculo mental de adiciones y el contexto para identificar la operación al resolver problemas verbales. Los estudiantes sin déficit cognitivo disponen de variadas estrategias para cálculo mental de adiciones basadas en representaciones mentales del número como sucesión y de modelado directo-conteo mental para resolver problemas verbales.*

### PALABRAS CLAVE:

Diversidad Funcional Visual, Problemas Verbales, Cálculo Mental, Estrategia.

### INTRODUCCIÓN

Una institución de educación básica y media de Bogotá - Colombia - asumió desde hace varios años el objetivo de desarrollar procesos de educación inclusiva. Para apoyar este objetivo de la institución y formar profesores de matemáticas inclusivos, la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas de Bogotá – Colombia-, ha venido desarrollando trabajos de grado en modalidad de pasantía con sus estudiantes. Desde el inicio, los pasantes notaron la excelente habilidad de Cálculo Mental (CM) de los estudiantes en condición de diversidad funcional visual en todas las tareas matemáticas que realizan. Sin embargo, el currículo tradicional los obliga a emplear físicamente el ábaco abierto y el sorobán como recursos para la realización de cálculos; también la enseñanza de las matemáticas continúa privilegiando la realización de algoritmos de operaciones con el ábaco más que la resolución de problemas. En un intento por modificar esta práctica de enseñanza y sugerir una modificación al currículo, se hizo necesario estudiar las estrategias de CM y de resolución de problemas de los estudiantes en condición de diversidad funcional visual. Siendo esta una actividad de largo aliento, se inició por la adición. Así, como parte de los trabajos de pasantía se han realizado dos estudios con el objetivo de identificar estrategias de resolución de problemas de adición y de CM que emplean estudiantes en condición de diversidad funcional visual para disponer elementos que posibiliten intervenciones de aula para desarrollar procesos de educación inclusiva y flexibilizaciones curriculares para esta población.

### MARCO DE REFERENCIA

El marco teórico que sustentan el estudio involucra dos componentes: problemas verbales de adición y el CM. Cada uno de estos se amplía a continuación.

## Problemas verbales de adición

Carpenter y Moser (1983, citados en Bermejo, Lago, Rodríguez, 1998) proponen estudiar la adición y sustracción mediante problemas verbales, entendidos como “situaciones matemáticas con un alto grado de significación, que el niño se plantea frecuentemente en su vida cotidiana y extra-escolar” (p. 2). En consecuencia, Bermejo, Lago y Rodríguez (1998) proponen una clasificación semántica de los problemas verbales en las cinco categorías que a continuación se mencionan, teniendo en cuenta que en cada una el problema varía según la ubicación de la incógnita: Cambio: situaciones dinámicas que implican una acción que modifica una cantidad inicial. Combinación: situaciones en donde dos cantidades comprendidas como conjuntos disyuntos se unen para formar uno solo. Comparación: situaciones en las que comparan dos cantidades entre sí, correspondiendo la tercera a la diferencia entre las dos iniciales. Igualación: situaciones en las que se dan dos cantidades y la tercera representa lo que le falta a una para ser igual que la otra. Relacional: situaciones en las que se da una cantidad que expresa la relación entre otras dos desconocidas, una de estas últimas se modifica a partir de un segundo dato y el resultado representa la nueva relación entre las dos cantidades.

Por otro lado, Carpenter y Moser (1984, citados por Bermejo, Lago & Rodríguez, 1998) estudiaron estrategias de resolución de problemas aditivos verbales y establecieron cuatro estrategias: 1) modelado directo: se representan las cantidades mediante objetos para luego juntarlas o contarlas. 2) transición modelado directo - estrategia de conteo: se reconocen actividades asociadas a añadir y añadir hasta (en el caso de la adición) y quitar, quitar de, o emparejamiento (en el caso de la sustracción). 3) conteo: no requieren de la representación física de los conjuntos. 4) hechos numéricos: se aplican reglas que los estudiantes conocen de memoria o infieren mediante otras ya conocidas.

## Cálculo Mental

Gómez (2005) caracterizan el CM por “el uso de métodos de cálculo alternativos a los de columnas. Estos métodos encuentran su fundamento en las propiedades de las operaciones y en las propiedades de los números derivadas de los principios del sistema de numeración” (p.5). Gómez (1994), recopila estrategias de CM documentadas en la literatura para las operaciones aritméticas en general e identifica las siguientes:

- a. Artificios. En esta categoría se incluyen los métodos de cálculo en los que se operan los números tomando hechos aislados, sin poner en juego las relaciones que las unen o que unen las cifras. En esta categoría se incluyen las estrategias: 1) Columnas, en las que se emplean mentalmente el algoritmo tradicional de lápiz y papel. 2) Fórmulas, en las que se emplean fórmulas conocidas o creadas por el estudiante para transformar el cálculo. 3) Reglas, en el que se emplean métodos antiguos de cálculo distintos al algoritmo de columnas.
- b. Descomposiciones. En esta se incluyen los métodos de CM que dotan de significado numérico y relacional a las cantidades a operar para expresarlas mediante otras más pequeñas que facilitan el CM. Según el tipo de relación operativa en que se haga la descomposición, la estrategia puede ser de dos tipos: dissociativas: 1) cuando la descomposición de uno o ambos datos es por adición y puede ser del tipo, descabezamiento cuando las cantidad se separan

según su valor posicional, o de subsidiación, cuando la descomposición de una de las cantidades se hace en función de la otra. 2) factoriales, cuando la descomposición de las cantidades es por la multiplicación.

- c. Compensación. Esta categoría incluye aquellos métodos de cálculo en los que las cantidades se transforman por otras mayores o menores que facilitan el cálculo, por lo que el incremento o reducción se corrige posteriormente. Las compensaciones puede ser intermedias cuando la corrección se realiza sobre el otro dato, o finales cuando la corrección se realiza sobre el resultado obtenido con las cantidades transformadas.
- d. Recuentos. Este tipo de estrategia cubre aquellas en las que el cálculo se realiza por el conteo en sucesiones numéricas.

## ASPECTOS METODOLÓGICOS

Los dos estudios realizados son de tipo cualitativo descriptivo, con método de estudio de caso. La información se recolectó con dos entrevistas semi-estructuradas: la primera constituida por 12 ítems separados en cuatro tipos de problemas aditivos verbales; la segunda con un conjunto de adiciones organizadas según las variables: cantidad de dígitos de los sumandos, cantidad de cambios de unidad y pertenencia de los dígitos a cuatro conjuntos:  $C1 = \{0, 1, 2, 3\}$ ,  $C2 = \{4, 5, 6\}$ ,  $C3 = \{7\}$ ,  $C4 = \{8, 9\}$ . Los instrumentos de recolección de información se aplicaron en un ambiente de laboratorio, previa aprobación de consentimiento informado de los padres de familia y con registro de audio y video. En la realización de cada uno de los dos estudios se analizaron las estrategias de cuatro estudiantes en condición de diversidad funcional visual que cursan grados sexto y séptimo, cuyas edades se encuentran entre los 12 y 14 años. La selección de muestra se realizó con la técnica participantes voluntarios. El criterio de inclusión fue ser estudiante en condición de diversidad funcional visual desde el nacimiento, por lo que se incluyen casos con diagnóstico de déficit cognitivo leve.

## DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

Los resultados sobre el aprendizaje de la adición en estudiantes en condición de diversidad funcional visual se reportan en dos categorías: estrategias de CM para adiciones y estrategias de resolución de problemas verbales de adición. En cada una de estas categorías, se describen las estrategias identificadas según el tipo de problema verbal o según las variables del CM de adición identificadas. A su vez, en cada una de estas, se presenta de manera diferenciada las estrategias de estudiantes con ceguera total de nacimiento sin déficit cognitivo y los estudiantes con ceguera total de nacimiento y déficit cognitivo leve.

### *Estrategias de CM para adiciones*

*Estrategias de CM de estudiantes con ceguera total de nacimiento sin déficit cognitivo.* En los dos casos analizados, la representación mental de los números es como una secuencia, no necesariamente en la recta numérica, pero que articula el registro de representación aritmético con el registro en lenguaje natural. Esta representación favorece el uso de las técnicas de descomposición y recuento. A continuación se describen las estrategias de CM para adiciones según la cantidad de cifras de los sumandos:

- a. Adición de dos sumandos de dos dígitos. Cuando la suma no presenta cambios de unidad, la estrategia empleada es de descomposición disociativa de descabezamiento y al recuento para las decenas. Para las unidades no se recurre al recuento, sino a la subitización por los saltos en la secuencia. Cuando se presenta un cambio de unidad, se recurre a la estrategia de descomposición disociativa de descabezamiento, con recuento y permutación previa, en la que se inicia el recuento de decenas desde el mayor de los sumandos, se emplea recuento para solo para las decenas y para las unidades se suman por subitización. Cuando se presentan dos cambios de unidad, se identifica una variedad amplia de estrategias que tienen como base la descomposición disociativa por descabezamiento para el segundo sumando, permutación previa cuando el mayor de los sumando es el segundo en la presentación de la suma y el recuento para sumar las decenas. Las técnicas encontradas articulan la anterior estrategia con: 1) recuento en grupos de 10, 2) recuento de 10 en 10, 3) sin secuencia estricta de órdenes de la unidad, 4) articulación con la estrategia de fórmulas, 5) inclusión de la estrategia de descomposición del tipo factorial, 6) estrategia de compensaciones.
- b. Adición del primero sumando con dos cifras y el segundo con tres cifras. Como estrategia, ambos casos emplean la técnica de permutación previa para expresar la suma con el mayor de sumando al inicio. Al momento de sumar, nuevamente recurre a la estrategia de descomposición disociativa de descabezamiento para el segundo sumando y de recuento para sumar decenas y unidades. Considerando esta estrategia como base, se identifican dos técnicas: 1) con recuento de unidades de 1 en 1, 2) con la estrategia de compensación en el caso de las compensaciones finales. Es de resaltar que ante los constantes recuentos para unidades y decenas, aparece el error de olvidar la cifra de las centenas.
- c. Adición del primero sumando con tres cifras y el segundo con dos cifras. La estrategia es la misma que para las anteriores sumas, pero ya no usa permutación previa. Nuevamente aparece el error de olvidar la cifra de las centenas, pero solo se presenta en los casos en los que el primero sumando es mayor que 600.f
- d. Dos sumandos de tres cifras. La memoria del estudiante llega a su máxima capacidad, al punto en que olvida adicionar las centenas. En los cambios de unidad de las centenas, ambos estudiantes caen en un error de nombramiento y reconstitución del total, de modo que las unidades de mil son denominadas como millón y agrega la suma de los restos de los números al retirar las centenas. Los errores no se presentan en las adiciones sin cambios de unidad. En las adiciones sin cambios de unidad, la estrategia de CM empleada es de descomposición disociativa de descabezamiento y recuento.

*Estrategias de CM de estudiantes con ceguera total de nacimiento y déficit cognitivo.* En los dos casos analizados, la representación de los números naturales es mediante el ábaco ruso cerrado, lo que hace que las estrategias de CM para sumas sigan el algoritmo de columnas, sin variaciones por la cantidad de cambios de unidad o la cantidad de dígitos de los sumandos.

## Estrategias de resolución de problemas verbales de adición

*Estudiantes en condición de diversidad funcional visual de nacimiento si déficit cognitivo.* En estos casos, la estrategia de resolución de problemas verbales se caracteriza por involucrar una representación mental de las cantidades de la situación, identificar en la situación la operación a realizar y ejecutarla mentalmente. De este modo acuden a estrategias de modelado directo y conteo. Cuando se les solicita justificar la respuesta, acuden a conjuntos discretos para modelar, pero no cuentan, sino que identifican la relación y hacen el cálculo mentalmente o por hechos numéricos conocidos.

En los problemas de cambio: Con incógnita en el resultado se relaciona la situación con la adición entre la cantidad inicial y el cambio; como las cantidades son pequeñas, la estrategia empleada es de hechos numéricos conocidos. Con incógnita en el cambio, se asocia la solución con la sustracción de la cantidad inicial al resultado y reconoce que la diferencia refiere a la cantidad de cambio; una forma de modelar la situación es con los dedos de modo que primero representa el resultado y a este le descuenta el inicio. Con incógnita en el comienzo, se asocia la situación con una sustracción, reconociendo que tiene un resultado obtenido de un cambio, por lo que deshace el cambio sustrayendo la cantidad de cambio del resultado, así que la estrategia empleada es de transición modelado directo-estrategias de conteo, pues al explicar la resolución del problema realiza la representación de las cantidades con objetos y las ideas mentales de estas.

En los problemas de combinación: Con incógnita en el conjunto total, los estudiantes relacionan la situación con una adición, en tanto identifica las dos partes y al juntarlas determina el conjunto total, o que conlleva a que emplee estrategia de conteo, pues usa los dedos para unir las dos partes. Con incógnita en la segunda parte, se asocia la situación con la sustracción, de modo que identifica que tiene un conjunto total y una de las partes que componen ese total, para sustraer la segunda parte y obtener la primera parte; en la argumentación, emplea la estrategia de transición modelado directo – conteo.

Problemas de comparación: Cuando la incógnita está en comparación, se relaciona la situación con una adición entre el referente y la diferencia, en tanto identifica que esta última está determinada por la comparación, emplean estrategias de conteo mediante el uso de los dedos para resolver la situación. Cuando la incógnita está en el referente, la estudiante asocia la solución con una sustracción entre la comparación y la diferencia, en tanto este último indica que la comparación es mayor que la diferencia. Cuando la incógnita está en la diferencia, se asocia la situación con una sustracción, de modo que al reconocer dos cantidades y una es mayor que la otra, resta la menor de la mayor.

*Estudiantes con ceguera total de nacimiento y déficit cognitivo leve.* Los estudiantes con ceguera total y déficit cognitivo leve se caracterizan por: la estrategia de resolución consiste en identificar elementos del contexto que le sugieran la operación a realizar y luego el CM de entre los datos. La estrategia es de tipo conteo. Realizar en su mente la identificación de la operación y los cálculos. En la justificación de la solución, repiten los datos y hacen énfasis en el significado y en que piensan que alguna es la operación que les permite resolver el problema.

*Problemas de cambio.* Con incógnita en el resultado. Ambos estudiantes los asocian acertadamente con una suma entre el comienzo y el cambio. Cuando se les pregunta por la elección de la adición repiten el dato de la ganancia y hacen énfasis en esto. Con incógnita en el comienzo. Emplean una estrategia de conteo por completado desde el comienzo hasta el resultado. Este conteo lo relaciona acertadamente con la diferencia; el argumento de solución es por verificación de que el comienzo sumado al cambio le da el resultado.

*Problemas de combinación.* Con incógnita en el conjunto total, suelen ser problemas muy usuales en la enseñanza y el aprendizaje de la adición. Ambos identifican que es un contexto para la adición. Con incógnita en el en la segunda parte, lo relacionan incorrectamente con la suma de la parte y el conjunto total. Traen la dificultad de comprender las expresiones verbales de incógnita como dato. Se identifican dos comprensiones: como cantidad a la que le puede asignar un valor deseado por el resolutor, una cantidad que toma el mismo valor que la primera parte. Comparación con incógnita en el referente, los asocian acertadamente la situación con una suma, aunque no expresa las razones de esta asociación.

## CONCLUSIONES

A pesar de que los estudiantes en condición de diversidad funcional visual tienen una enseñanza de las matemáticas basada en los algoritmos en el sorobán, logran construir representaciones mentales de los números naturales mediante secuencia y ábaco ruso que genera estrategias de cálculo mental de descomposición por descabezamiento articulada con recuentos y de artificios-Columnas principalmente por estudiantes con déficit cognitivo leve. En cuanto a la resolución de problemas verbales de adición, los estudiantes con déficit cognitivo leve encuentran significado en los problemas de cambio con incógnita en el resultado y en problemas de combinación con incógnita el conjunto total y en la primera parte; mientras que los estudiantes sin el déficit han construido significado para la adición en casi todos los tipos de problemas verbales analizados.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS BÁSICAS

- Bermejo, V., Lago, M.O. y Rodríguez, P. (1998). Aprendizaje de la adición y sustracción. Secuenciación de los problemas verbales según su dificultad. *Revista de Psicología General y Aplicada*, 51(3-4), 533-552.
- Gómez, B. (1994) Los métodos de cálculo mental en el contexto educativo: un análisis en la formación de profesores. Tesis doctoral. Universitat de València (España).
- Gómez, B. (2005) La enseñanza del cálculo mental. *UNIÓN Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 4, 17 - 29.