

EL PROBLEMA DE LA VARIACIÓN PUESTO EN ESCENA

Alberto Forero Poveda

foreroalbertoud@gmail.com, Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá-Colombia)

RESUMEN

Desde la antigüedad la humanidad ha trabajado con problemas geométricos cuya resolución posibilitó un gran avance en la relación entre álgebra y geometría y la constitución de diferentes prácticas matemáticas que permitieron definir diversas perspectivas de trabajo en relación con la resolución de problemas. Uno de los aspectos cruciales en este proceso de resolución tiene que ver con el uso de instrumentos mecánicos, pues a partir de ellos se abrió el campo de problemas más allá de los que se pueden resolver con regla y el compás y además amplió el uso y tratamiento de curvas. El siguiente taller pretende poner en consideración una perspectiva variacional presente en las construcciones de instrumentos mecánicos, como una forma de caracterizar el tratamiento y análisis de curvas en el plano. Este proceso se pretende hacer de manera experimental, donde los estudiantes identifiquen aspectos geométricos, de estimación y de constitución de prácticas en el álgebra geométrica que permiten potenciar el desarrollo del pensamiento variacional.

PALABRAS CLAVE:

Instrumento mecánico, Pensamiento variacional, Práctica matemática, Curva.

TEMÁTICAS

En el espacio de formación de problemas del álgebra geométrica de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Distrital se considera crucial para el análisis de problemas y situaciones geométricas, las formas que los estudiantes utilizan para hacer su construcción, pues esta etapa es fundamental para hacer conciencia sobre el tipo de curvas que se utilizan y su influencia en los procesos de simbolización de la situación. Es por ello que el presente taller pretende que los estudiantes, a partir de la construcción y uso de instrumentos mecánicos, describan la forma en que las relaciones geométricas intervienen en la constitución de prácticas matemáticas que permiten estudiar la relación entre variables, que a su vez establecerán discusiones sobre la caracterización de las curvas que intervienen en el proceso.

OBJETIVOS

- Experimentar procesos de construcción geométrica en el trabajo con instrumentos mecánicos.
- Propiciar experiencias de formación que permitan discutir formas de especificación de curvas en el tratamiento variacional de un instrumento mecánico.

REFERENTES TEÓRICOS BÁSICOS

Para (Kitcher, 1984) la noción de práctica matemática está compuesta por un quinteto de componentes, conteniendo un lenguaje L , un conjunto de reglas aceptadas S , un conjunto de razonamientos aceptados R , un conjunto de cuestiones o preguntas importantes Q , y un conjunto de visiones filosóficas o metamatemáticas M ; esta visión de práctica matemática puede ser abordada desde diferentes perspectivas en educación matemática, pues aquí deben recaer aspectos socioepistemológicos de la práctica, aspectos metodológicos de la misma, formas de concebir los procesos de enseñanza aprendizaje, entre otros; de esta forma se pueden generar experiencias de formación que permitan constituir vivencias donde los estudiantes puedan reconstruir de diferentes formas los aspectos que hacen explícita su práctica matemática como resolutor de problemas, lo que tiene fuertes implicaciones en su formación docente.

Desde esta perspectiva de práctica matemática, se pretende hacer uso del análisis sobre los discursos y prácticas matemáticas en la antigüedad para promover vivencias donde los estudiantes puedan reconstruir significados asociados a la medida, a la estimación y a la interpretación de la variación haciendo uso de la idea de instrumentación mecánica presentada principalmente en los trabajos de Descartes en su texto *La Geometría*.

En un sentido general (Bos, 1998) destaca algunos temas que son cruciales en la comprensión de la estructura de la Geometría, estos son, los problemas, las construcciones y las reglas que van más allá de lo matemáticamente correcto; estos temas sirven como sustento para distinguir el alcance de las representaciones y de la interpretación de las curvas en el trabajo cartesiano, como pilares fundamentales en el proceso de intervención en situaciones problema en la Geometría (Forero & Bello, 2016).

Centrándonos en la construcción, es importante que el profesor de matemáticas experimente con situaciones en donde identifique la variación y ésta le permita discutir sobre aspectos relacionados con la medida, la estimación y el control del error; para esto se propone el uso de instrumentos mecánicos, como una forma de poner en escena diferentes aspectos que se manifiestan en un proceso de modelación matemática, lo que permite potenciar el desarrollo del pensamiento variacional, pues éste se caracteriza por proponer el estudio de situaciones y fenómenos en los que se involucran el cambio, y donde la necesidad de predecir estados futuros motiva el estudio y análisis de la variación (Cantoral & Caballero, 2013) a partir de situaciones de variación que corresponden a experimentos planteados, los cuales demandan la puesta en juego de estrategias variacionales y requieren que el estudiante analice diversos estados del cambio (Cantoral & Caballero, 2013).

Para (Molland, 1976), quién contribuye en la aclaración de la naturaleza de los trabajos de Descartes, a partir de identificar la evolución de sus desarrollos frente a los presentados en la geometría antigua, las curvas geométricas requieren de una “especificación”, como una forma de representación para su análisis. (Molland, 1976) afirma que si un geómetra quiere hablar de una curva particular, debe ser capaz de caracterizarla por medio de símbolos verbales o de otro tipo y esto le permite estudiar la especificación por propiedades y la especificación por génesis para las curvas; la especificación por propiedades establece una propiedad (usualmente una propiedad cuantitativa para todos los puntos de la curva), (Molland, 1976) declara que en Descartes la especificación por propiedades está dada a partir de una ecuación y la especificación por génesis determina una curva indicando cómo se va a construir (Forero & Bello, 2016).

El presente taller pretende que los estudiantes manifiesten formas de especificación asociadas a sus instrumentos mecánicos, como un medio para constituir prácticas matemáticas relacionadas con el pensamiento variacional en estudiantes para profesor de Matemáticas y profesores en ejercicio.

PROPUESTA DE ACTIVIDADES

El taller se desarrollará a partir de la siguiente estructura:

- Presentación y contextualización de la instrumentación mecánica en Descartes
- Presentación del problema de la construcción en la instrumentación mecánica
- Presentación de algunas prácticas matemáticas asociadas al uso de instrumentos mecánicos en la antigüedad
- Trabajo por grupos sobre establecimiento de un instrumento mecánico a construir
- Experimentación de construcción de instrumentos mecánicos en cada grupo
- Trabajo sobre tratamiento de formas variacionales presentes en la construcción de instrumentos mecánicos
- Socialización de vivencias

Inicialmente se pretende contextualizar el problema de la instrumentación mecánica en el álgebra geométrica, desde los trabajos de Descartes y como una forma de trabajo en un periodo de la historia, donde para diferentes aspectos dentro y fuera de las matemáticas produjo cambios revolucionarios en las formas de representación y en las prácticas en resolución de problemas.

En este sentido se expondrán aspectos de la intervención de la instrumentación mecánica en la resolución de problemas geométricos en la antigüedad, destacando el análisis sobre:

- El tratamiento simbólico de las situaciones geométricas
- El álgebra geométrica y la instrumentación mecánica
- La importancia de la construcción en el álgebra geométrica

Partiendo de ésta exposición inicial se presentará el hiperbológrafo como un instrumento mecánico caracterizado por Descartes que influye en la resolución de algunos problemas, como el problema de la partición de la esfera a una razón dada. La importancia radicará en el problema de la construcción del instrumento mecánico, pues es allí donde se manifestaba uno de los grandes paradigmas en la resolución de problemas geométricos en la antigüedad.

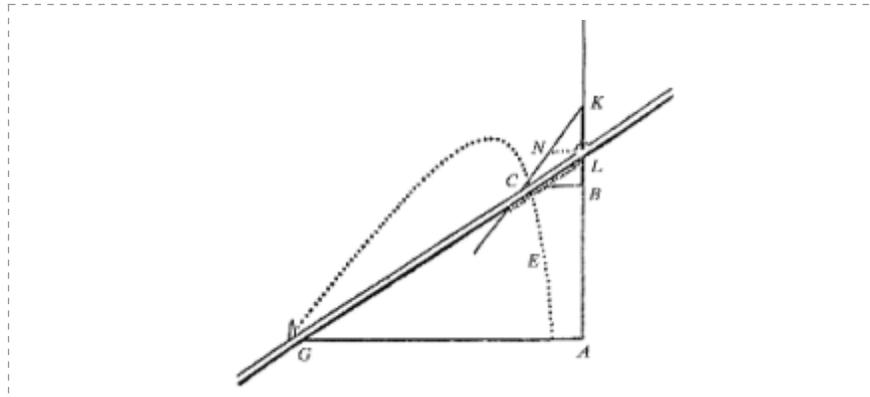


Figura 1. Construcción mecánica de la hipérbola en Descartes. Geometría 1637

Posteriormente se propone, a partir de un material manipulable (Palos de paleta, bisturí, cauchos, chinchas, regla) que los estudiantes se reúnan por grupos y se planteen la construcción de un instrumento mecánico usando el material. El objetivo es que los estudiantes construyan el instrumento y lo ejecuten sobre una hoja de cartón cartulina. Se plantea que cada uno de los grupos discuta sobre:

- ¿Cómo se ejecuta el instrumento?
- Condiciones que requiere el instrumento para ejecutarse.
- Caracterización de la construcción asociada al instrumento referido al tipo de curva que permitiría construir.
- Formas de especificación asociadas a la curva que se construye con el instrumento.
- Descripción de la variación presente en el instrumento.

Posterior a este trabajo se propone que los asistentes socialicen sus vivencias al enfrentarse al problema de la construcción y manifestación de la variación al ejecutar y validar un instrumento mecánico.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS BÁSICAS

- Bos, H. (1998). la structure de la Geometrie de Descartes. En *Revue d'histoire des sciences* (págs. 291-318).
- Cantoral, R., & Caballero, M. (2013). Una caracterización de los elementos del pensamiento y lenguaje variacional. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, (págs. 463-468).
- Forero, A., & Bello, J. H. (2016). *El conocimiento didáctico del profesor de Matemáticas. Una experiencia con la Geometría de Descartes*. Bogotá: Editorial UD.
- Kitcher, P. (1984). *The Nature of Mathematical Knowledge*. New York and Oxford: Oxford University Press.
- Molland, A. (1976). *Shifting the foundations: Descartes's transformation of ancient geometry. Historia Matemática 3*. Aberdeen, Reino Unido: University of Aberdeen.