

LA MODELACIÓN MATEMÁTICA Y LA CONSTRUCCIÓN DE LA COVARIACIÓN LINEAL

Jorge Eduardo González Vargas

jgunimusica@gmail.com Colegio Quiroga Alianza I.E.D. (Bogotá – Colombia)

Joan Manuel Florez

joan.florez@gmail.com Colegio Quiroga Alianza I.E.D. (Bogotá – Colombia)

RESUMEN

La presente investigación describe los procesos de modelación matemática en situaciones de covariación lineal, elaborados por los estudiantes de ciclo V de la Institución Educativa Distrital -Quiroga Alianza. Se han identificado en dicho contexto educativo, dificultades en torno al desarrollo del pensamiento variacional y ante ello, la implementación de una estrategia didáctica para un grupo de estudiantes pertenecientes al ámbito de la educación básica secundaria y la media vocacional colombiana.

De este modo, el trabajo se centró en la exploración de las características del pensamiento variacional de los estudiantes, a partir de la aplicación de secuencias didácticas encaminadas a generar una modelación matemática, que a su vez permiten, una aproximación hacia las generalidades de la función lineal.

A partir de los resultados vinculados a tres actividades específicas de modelación, se espera poder categorizar los procesos de los estudiantes a partir de los registros de lenguaje: natural, tabular y gráfico, como también de los hallazgos provenientes del lenguaje simbólico.

Finalmente, se pretende describir cómo se dan los procesos de modelación en situaciones de covariación lineal y, asimismo, dar cuenta sobre la manera en la que la modelación matemática se constituye como una estrategia didáctica para la enseñanza, que permite la construcción de un modelo, la construcción de una covariación lineal y una posible aproximación al concepto de función lineal.

PALABRAS CLAVE:

Modelación, modelo, función lineal, covariación, pensamiento variacional.

TEMÁTICAS

Covariación lineal y modelación matemática.

OBJETIVOS

El taller pretende mostrar una estrategia didáctica en el momento de abordar algunas de las características de la función lineal, permitiendo que mediante el proceso de modelación matemática tanto el docente como el estudiante reconozcan aciertos y dificultades en la construcción de la covariación lineal.

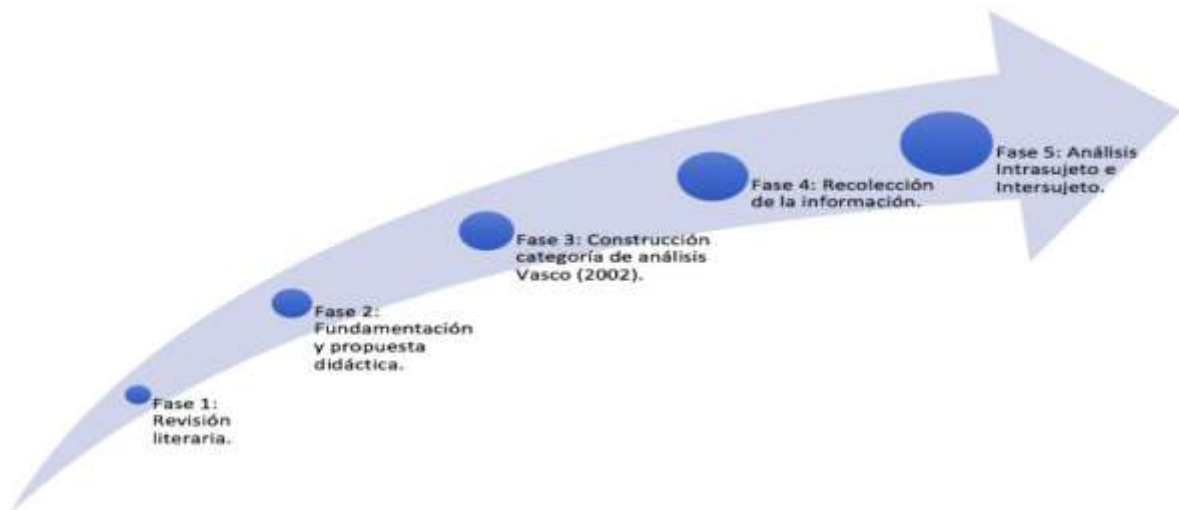
REFERENTES TEÓRICOS BÁSICOS

El enfoque de la metodología del proyecto es la investigación cualitativa y el tipo de investigación adoptado es el estudio de caso desde el marco conceptual de Bernal, (2010), que desde la postura de Bonilla y Rodríguez (como se citó en Bernal, 2010) este tipo de investigación

está orientado en profundizar casos específicos y no en la generalización, que en este caso corresponde a la descripción de procesos de modelación.

El trabajo de investigación dado los objetivos y propósitos, indaga alrededor de los procesos y razonamientos del pensamiento covariacional en estudiantes de ciclo V de la educación media vocacional, y por esta razón se selecciona un grupo de 25 estudiantes de grado undécimo del Colegio Quiroga Alianza IED de la ciudad de Bogotá. La elección de la muestra poblacional obedece al vínculo laboral del grupo de investigación con la muestra poblacional, considerando que uno de los dos investigadores del presente trabajo es docente de cálculo de la muestra poblacional y segundo porque la muestra poblacional corresponde al ciclo V de la educación media vocacional.

Las fases de ejecución del trabajo de investigación se desarrollan en primera instancia con la revisión literaria enmarcada en la modelación matemática desde referentes a nivel nacional e internacional, el desarrollo del pensamiento variacional en el currículo nacional y el concepto de función lineal desde los sistemas de representación semiótica y razonamientos covariacionales, en segundo lugar, la aplicación de los instrumentos de indagación y el desarrollo de las entrevistas de manera paralela, seguidamente se categoriza la información, se analiza y se redacta el informe final sobre las descripciones realizadas por parte de la unidad de análisis. El proceso metodológico aplicado, cumplió las siguientes fases:



Fases de la metodología, Fuente: autoría propia.

Fase 1

En esta fase se realiza la revisión literaria enmarcada en la modelación matemática desde referentes a nivel nacional e internacional, el desarrollo del pensamiento variacional en el currículo nacional y el concepto de función lineal desde los sistemas de representación semiótica y razonamientos covariacionales.

Fase 2

Se proponen cuatro situaciones o actividades, La primera es la actividad que corresponde al proceso diagnóstico de la unidad de análisis, instrumento construido por el profesor Jorge

Castaño junto con el grupo de maestría en educación cohorte 2018-1 de la Pontificia Universidad Javeriana, la segunda, tercera y cuarta sesión son situaciones diseñadas bajo la estructura de problemas relacionados con el desarrollo del pensamiento variacional.

Las técnicas y materiales implementados fueron la observación estructurada considerando que lo observado eran sesiones de trabajo previamente elaboradas con guías de trabajo y simuladores dinámicos y la entrevista semiestructurada, las cuales se registran por medio de audio-video para ser posteriormente transcritas, como bien lo afirma Bernal (2010) al implementar el estudio de caso como método de investigación, la pretensión es indagar sobre la unidad de análisis, que al ser una población de 25 estudiantes, las técnicas mencionadas nos permite recolectar información tanto desde los registros semióticos como de las aproximaciones sobre las acciones mentales y razonamientos covariacionales.

Adicionalmente, los materiales físicos de trabajo implementados para el desarrollo de la investigación fueron guías, grabadora de video, grabadora de audio, un simulador construido en geogebra y un segundo simulador tomado de Phet Interactive Simulations de la Universidad de Colorado. El primero simulador, Geogebra es una hoja dinámica y calculadora gráfica desarrollada que permite visualizar algunos elementos matemáticos como lo son gráficas de funciones, objetos geométricos y transformaciones geométricas entre otros.

Fase 3

A partir de los niveles de razonamiento covariacional de Carlson et al. (2003) y los momentos o etapas del proceso de modelación de Biembengut y Hein (2004), Villa (2007) y Vasco (2002) se procede a la construcción de la estructura de categorías para el análisis de la información, es importante resaltar que durante el proceso de observación, análisis y descripción surge la necesidad de la incorporación de categorías emergentes. Los momentos del sistema de categorías del proceso de modelación son los siguientes.

- Momento 1: de familiarización y problematización.
- Momento 2: de captación de la variación.
- Momento 3: de recolección de datos
- Momento 4: de representación y creación de un modelo
- Momento 5: de uso del modelo, de validación y comprobación del modelo

Fase 4

Esta fase corresponde a la implementación de los instrumentos para la recolección de datos, información recolectada y organizada con instrumentos software de la siguiente manera.

- Registros escritos: transcritos en tablas Excel y algunas evidencias escritas recolectadas como imagen.
- Registros gráficos: evidencias recolectadas como imagen.
- Registros de audio y video: evidencias recolectadas desde las entrevistas y grabaciones de sesiones de clase transcritas a texto en formato dialogo.

Fase 5

En esta fase se realiza el análisis e interpretación de los datos recopilados, en primera instancia se realizó la transcripción de las entrevistas de acuerdo a los segmentos relacionados en la tabla de categorización que permitió encontrar dentro del desarrollo de la situación

puntualmente cuándo los sujetos lograban o no cumplir con los indicadores bajo los cuales se diseñaron las preguntas.

Seguidamente, en el análisis se cruzó la información registrada por los estudiantes con las respuestas de los mismos en las entrevistas, evidenciando dentro de los diferentes momentos establecidos para visualizar la manera en que los estudiantes relacionan las magnitudes estudiadas en las diferentes situaciones de covariación expuestas, además de observar si se hacían presentes o no las estructuras mentales que fueran usadas en la solución de las diferentes preguntas realizadas y la secuencia de acciones abordadas en la modelación de cada situación propuesta.

Finalmente, cabe resaltar la necesidad de comparar las respuestas dadas por los estudiantes de los niveles alto, medio y bajo, con el propósito de registrar las diferencias y similitudes en las respuestas. La estructura empleada se basó en:

1. La caracterización, indicador por indicador de cada una de las respuestas de los estudiantes de los diferentes niveles.
2. Un análisis desde la teoría de sistemas de Carlos Vasco, buscando que sucedía con las respuestas al modificar el sistema dentro de la situación expuesta.
3. Un comparativo de las respuestas en búsqueda de similitudes y diferencias entre ellas.

PROPUESTA DE ACTIVIDADES

Descripción global de la secuencia

A continuación, se realiza una breve descripción de las tres sesiones diseñadas para poder recoger la información necesaria en la visualización de las características identificadas por los participantes de una función lineal a partir de la transferencia de registros semióticos realizados en cada sesión.

Sesión N° 1 Prueba Diagnóstica	
1. Nombre de la sesión	Identificación de relaciones de covariación entre magnitudes y transferencia entre representaciones analíticas a cartesianas mediante tabulación y graficación.
2. Descripción global de la sesión	Se trata de presentar situaciones a los participantes que les lleve a realizar representaciones analíticas y cartesianas de las mismas a través de la identificación y uso de la covariación existente entre las diferentes magnitudes empleadas.
3. Objetivos de aprendizaje de los participantes	Esta sesión tiene como fin identificar las diferentes características de las funciones lineales empleadas por los participantes cuando pasan de un tipo de registro semiótico a otro (transferencia), y así describir cómo las situaciones de modelación aportan a este fin.
4. Preguntas de investigación	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué nociones de magnitud tienen los participantes? • ¿Cómo registran las relaciones de covariación? • ¿Qué registros semióticos emplean los participantes para describir relaciones de covariación? • ¿Cómo reconocen en un registro gráfico cartesiano la relación covariación propuesta?
Momentos	<p>Momento 1. Introdutorio. En este momento se pretende ubicar a los participantes en la actividad que se desarrollará.</p> <p>Momento 2. Presentación de la actividad. En este momento se presenta la actividad que se realizará buscando problematizar a los participantes buscando construir una actitud de trabajo centrada en las habilidades y conocimientos previos de los participantes y dejando claro que existirán diferentes maneras de abordar la situación pues la forma de pensar de cada individuo es diferente.</p> <p>Por otra parte, es importante lograr problematizar de una forma tal que en el grupo se genere una necesidad de resolver el problema.</p> <p>Momento 3. De manera individual los participantes abordarán la situación presentada y registrarán en las guías sus respuestas, apreciaciones y diferentes registros gráficos que empleen para empezar a dar solución al problema planteado.</p> <p>Momento 4. Los participantes se reunirán en grupos de 3 o 4 para socializar sus respuestas con los compañeros del grupo y lograr construir un consenso entre sus respuestas, lo anterior mostrándole a los participantes que sin importar el enfoque se puede construir una respuesta que satisfaga a los diferentes miembros del grupo.</p>
Materiales	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guías que les permitan a los participantes realizar un registro organizado de sus construcciones tanto individuales como grupales. (ver anexo 1). 2. Presentación en Power point o en cualquier medio audiovisual, puesto que es posible que los participantes requieran de explicaciones adicionales que necesiten de ser socializadas a todo el grupo.

Sesión No 1	
1. Nombre de la sesión	Comparación entre tres planes de celular que emplean diferentes características de las funciones lineales para determinar los registros analíticos y algebraicos que describen cada situación expuesta.
2. Descripción global de la sesión	En la sesión se pretende que el participante mediante la comparación y caracterización entre tres planes de celular establezca la relación de covariación entre magnitudes, logren describir las funciones desde representaciones analíticas, gráficas y algebraicas.
3. Objetivos de aprendizaje de los participantes	Esta sesión tiene como fin identificar las diferentes características de las funciones lineales empleadas por los participantes cuando pasan de un tipo de registro semiótico a otro (transferencia), y así describir cómo las situaciones de modelación aportan a este fin.
4. Preguntas de investigación	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo registran las relaciones de covariación? • ¿Qué registros semióticos emplean los participantes para describir relaciones de covariación? • ¿Cómo reconocen en un registro gráfico cartesiano la relación covariación propuesta? • ¿Los registros semióticos aportan en la consolidación de un modelo matemático?
Momentos	<p>Momento 1: Los participantes de manera individual analizan los tres planes de celular con el objetivo de escoger un plan a partir de criterios propios.</p> <p>Momento 2: Se realiza una puesta en común, grupos conformados de tres a cuatro participantes, de las respuestas del primer momento. Con el objetivo de elegir un plan según un criterio grupal.</p> <p>Momento 3: Se realizar una puesta en común a nivel de todo el grupo de clase.</p> <p>Momento 4: Desarrollo de la guía de la comprensión.</p>
Materiales	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guías que les permitan a los participantes realizar un registro organizado de sus construcciones tanto individuales como grupales. (ver anexo 1). 2. Presentación en Power point o en cualquier medio audiovisual, puesto que es posible que los participantes requieran de explicaciones adicionales que necesiten de ser socializadas a todo el grupo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS BÁSICAS

- Bernal, César A. (2010). *Metodología de la Investigación*. Tercera edición. Pearson Educación: Colombia.
- Biembengut, María, y Hein, Nelson. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Redalyc: Santillana*, 16(2), 105-125.
- D'Ambrosio, Ubitaran. (2009) Mathematical Modeling: Cognitive, Pedagogical, Historical And Political Dimensions. *Journal of Mathematical Modelling and Application* (Maria Salett Biembengut) 1(1), 89-98.

- Carlson, Marilyn, Jacobs, Sally, Coe, Edward, Larsen, Sean y Hsu, Eric. (2003). Razonamiento covariacional aplicado a la modelación de eventos dinámicos: Un marco conceptual y un estudio. *Revista Ema*. 8(2), 121-156.
- Hitt, F., y Quiroz, S. (2017). Aprendizaje de la modelación matemática en un medio sociocultural. *Revista Colombia de Educación*, (73), 153-177.
- Vasco, Carlos E. (2002). *El pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnologías. Tecnologías Computacionales En El Currículo De Matemáticas*, Ministerio de Educación Nacional. Bogotá, Colombia.
- Villa Ochoa, Jhony A. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas. Un marco de referencia y un ejemplo. *Tecnológicas*, (19), 63-85.