CONSTRUYENDO GENERALIZACIÓN SIMBÓLICA A PARTIR DE SECUENCIAS NUMÉRICAS CON ARREGLOS GRÁFICOS

Luisa Fernanda Hernández Barbosa - Docente
luisahernandezbarbosa@gmail.com, *IED Alfredo Iriarte (Bogotá –Colombia)*
Tania Tabares Pérez - Estudiante
taniatabares2018@gmail.com, IED Alfredo Iriarte (Bogotá –Colombia)

RESUMEN

El semillero de investigación de la I.E.D. Alfredo Iriarte, Grupo de matemáticas Henri Poincaré, ha venido estudiando secuencias numéricas asociadas a arreglos gráficos, como por ejemplo los números poligonales y secuencias resultantes de los Polygasket, con el propósito de aplicar los resultados encontrados por Angarita, Gómez, Hernández (2018) para motivar a los estudiantes en la búsqueda de las regularidades presentes en las secuencias y posteriormente su representación mediante expresiones simbólicas algebraicas, fortaleciendo de este modo los procesos relacionados al pensamiento variacional dando un mayor significado a los temas que se trabajan en el aula de clase. Es así que compartimos nuestros avances en la respuesta a la pregunta ¿Qué métodos permiten determinar el término general de secuencias gráficas asociadas a arreglos gráficos?

ASPECTOS CLAVES DEL PÓSTER

Las secuencias numéricas con arreglos gráficos se construyen siguiendo una regla o algoritmo, y de acuerdo a su variedad permiten estudiar las regularidades presentes en ellas al formar secuencias numéricas que pueden variar de acuerdo a las características o elementos que se decidan estudiar. Estas secuencias son una herramienta fundamental para fortalecer los procesos que llevan a una generalización algebraica simbólica.

Una de las secuencias novedosas (ya que no hemos encontrado referencia a la misma) es la relacionada con uno de los elementos de la familia fractal llamada por Strichartz (2000) como *Polygasket* que se forman tomando n vértices $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$ de un polígono regular de lados, y las similitudes contractivas $F_j x = r_n(x - q_j) + q_j$ con puntos fijos q_j. Se elige la razón de contracción , tal que las imágenes de los lados originales solo se toquen. Cada Polygasket recibe su nombre de acuerdo al polígono inicial, por ejemplo, si el polígono utilizado es un pentágono, entonces se llamará Pentagasket o si el polígono es un heptágono se llamará Heptagasket. Observemos un ejemplo de uno de nuestros Polygasket.

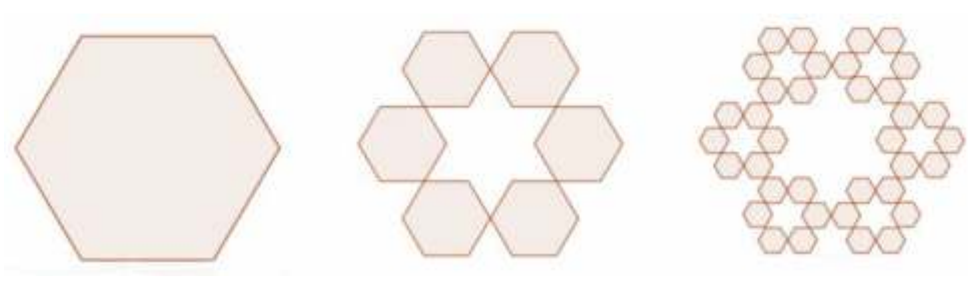

Figura 1. Hexagasket donde se observa la iteración 1, 2 y 3 respectivamente.

Como característica de estudio nos concentramos en el conteo del número de vértices que se van obteniendo en cada iteración, para luego notar la regularidad presente en los valores obtenidos reescribiendo varias veces estos valores hasta llegar a una expresión general que permita calcular cualquier término de nuestra sucesión que en este caso corresponde al n-ésimo número de vértices de los polygasket estudiados (Sierpinskigasket, Pentagasket, Hexagasket, Heptagasket…).

Veamos un ejemplo con el Pentagasket, a partir del cual obtuvimos la siguiente secuencia de acuerdo al número de vértices correspondiente a las primeras cuatro iteraciones: $5, 20, 95, 365\ldots$

Reescribiendo la secuencia encontramos lo siguiente:

It.1 $5 = 5$

It.2 $20 = 5 \times 5 - 5 = 5 \times (5-1) = 5^2 - 5$

It.3 $95 = 20 \times 5 - 5 = 5 \times (5 \times (5-1) - 1) = 5^3 - 5^2 - 5$

It.4 $365 = 95 \times 5 - 5 = 5 \times (5 \times (5 \times (5-1) - 1) - 1) = 5^4 - 5^3 - 5^2 - 5$

Por lo que para la iteración , se puede afirmar que el número de vértices es:

It.n $5^n - 5^{n-1} - \cdots - 5^3 - 5^2 - 5$

Ahora, con ésta última expresión se puede observar la relación que existe entre los exponentes de las potencias de 5 con la iteración a la que se hace referencia, por lo que podemos deducir que el número de vértices es:

$V_n = 5^n - \sum_{i=1}^{n-1} 5^i$ donde V_n es el número de vértices en la iteración n-ésima.

A partir de esta expresión se llegó a la fórmula general:

$$V_n = 5^n \left(\frac{3}{4}\right) - \frac{5}{4}$$

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Angarita, R., Gómez, S., Hernández, L., (2018) Generalización a partir de secuencias gráficas con formas fractales (Tesis de Master no publicada). Pontificia Universidad Javeriana.

Strichartz, R. Evaluating integrals using self-similarity, The American Mathematical Montly Vol. 107, Nº. 4 (2000), p. 323