

## LA INVESTIGACIÓN DEL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA EN LA EDUCACIÓN PRIMARIA

M.<sup>a</sup> LLUÏSA FIOU

Universidad Autónoma de Barcelona

### 1. Complejidad del aprendizaje

Hace unos años se pensaba desde la ciencia –y por ósmosis desde otras ramas del saber– que todo podía medirse, que todo podía explicarse, que todo podía ser conocido. Bien distinto es el pensamiento de la ciencia en la actualidad. Hemos entrado en una época cambiante, en que se reconoce la complejidad y la aproximación, el *sfumato* (Geld, 1998), donde todo conocimiento debe ubicarse en un contexto y en un momento. Todo lo dicho es dicho por alguien, según frase de Maturana y Varela (1990).

De los nuevos conceptos –redes neuronales, autoorganización, el caos, los objetos fractales, el pensamiento holístico, etc.– la mayor parte tienen que ver con el estudio del **cerebro/mente** y éstos con el **conocimiento**. Más que qué conocemos y qué aprendemos, interesa cómo conocemos y cómo aprendemos.

Según Paivio, se conoce actualmente tanto del cerebro como en la Edad Media se conocía del corazón. Lo cierto es que a este tipo de investigación, la investigación sobre el cerebro, se dedica actualmente muchísimo esfuerzo, tanto a nivel de sabios implicados como de recursos económicos invertidos. Y los neurobiólogos de primera línea, en sus artículos de divulgación se admiran de la complejidad y de la rapidez y perfección de este órgano.

Parte de la complejidad cerebral reside en la diversidad de tipos de neuronas, a las que Santiago Ramón y Cajal, considerado como el padre de las modernas ciencias del cerebro, describió como "...las misteriosas mariposas del alma, cuyo batir de alas quién sabe si esclarecerá algún día el secreto de la vida mental".

Hablo del cerebro, el gigante dormido, como a veces se le llama, porque queremos hablar de aprendizaje y de investigación –que en nuestro caso es aprendizaje sobre el aprendizaje–.

Hoy en día el mayor recurso, no sólo individual sino también colectivo para generar riqueza, está entre las dos orejas. Su potencial es enorme, el potencial en nuestros niños/niñas es enorme.

Nos interesa saber, ahora sí posicionados como investigadores en el aprendizaje –si queréis sobre la geometría para la Educación Primaria–, cómo el niño piensa, cómo elabora, construye y utiliza conceptos: cómo aprende. Y no tenemos otra forma de hacerlo que observando (recogiendo datos), interpretando, haciendo inferencias, etc.

Pero debemos considerar primero a este niño/niña como portador de un cerebro magníficamente complejo.

Para explicar su funcionamiento se han dado a lo largo de los siglos descripciones por medio de metáforas. Una de las primeras es el cerebro como laberinto. Quizás un laberinto no estático sino cambiante. Se ha dicho también que el cerebro es un superordenador, pero Gerald Edelman, un inmunólogo, premio Nobel en 1972, hizo hincapié en que en el cerebro predomina el procesamiento en paralelo, en lugar de la actividad lineal. Acude entonces a la biología para encontrar una buena analogía y sugiere de forma algo pintoresca que la dinámica del cerebro se parece a la vida en la selva.

El cerebro –como la selva– siempre rebosa de vida. El cerebro está dotado para aprender lo que necesita saber para sobrevivir social, emocional y físicamente. Está neurológicamente preparado para aprender. ¿Cómo se relaciona esto con nuestra capacidad de aprendizaje? ¿Cómo tener en cuenta su complejidad?

En primer lugar, conviene diferenciar los dos hemisferios del cerebro. Las investigaciones de las últimas décadas nos presentan dos hemisferios desempeñando funciones distintas. Simplificando muchísimo, se acepta que el CI (cerebro izquierdo) está especializado en lo que podríamos llamar “aspectos académicos” del aprendizaje: pensamiento lógico, secuencial y analítico. El CD (cerebro derecho) está implicado en actividades “creativas”, pensamiento analógico y metafórico, holístico y de síntesis.<sup>1</sup> Y se supone que las personas tenemos diferentes estilos de aprendizaje (creo más bien que depende de qué y en qué momento de nuestra vida).

Quizás se prefiera recibir la información paso a paso (CI) o en otros casos se disfrutará más teniendo en primer lugar una idea de conjunto (CD).

---

<sup>1</sup> Cada vez hay más argumentos para defender la idea de que las funciones superiores tienen un origen social, como brillantemente señalaba Vigotsky ya en 1931 (Baquero, 1996).

Los griegos designaban por "nôus" a la capacidad de conocimiento desapasionada y solitaria de abstracción de relaciones interpersonales y "mêtis" como una inteligencia, una forma de conocer dinámica mucho más ligada a los contextos interpersonales y prácticos. Parece que en los niños hay, en primer lugar una tendencia a dar explicaciones en términos de creencias y deseos. Es la mêtis o la inteligencia narrativa (Bruner, 1966).

Por otra parte, Howard Gardner (1995), profesor de educación en la Universidad de Harvard, postula una nueva visión de la inteligencia. Una visión múltiple: 1-inteligencia lingüística, 2-lógico matemática, 3-viso-espacial, 4-musical, 5-corporal cinestésica, 6-interpersonal, 7-intrapersonal y 8-naturalista. Normalmente, a lo largo de la escolarización (¡cuántas selvas comprimidas en una aula!) se priorizan las dos primeras capacidades, que son sin duda importantes, pero hay que intentar movilizar alguna más. Pienso que desde la Geometría en la Educación Primaria puede ponerse el énfasis y abordar el aprendizaje/enseñanza por lo menos también en los aspectos viso-espacial, corporal-cinestésico, interpersonal e intrapersonal.

## 2. Delimitación del problema

Como investigadores en la enseñanza/aprendizaje, tenemos un problema central: cómo garantizar una fértil, rentable, fluida y creativa relación entre la enseñanza/aprendizaje en la escuela y el desarrollo cognitivo del niño o de la niña. Éste es nuestro problema. Cómo lo abordamos cada uno de nosotros es otra cuestión. Desde hace unos años —¿quizás veinte?— mi trabajo se ha centrado en aprender sobre la relación del aprendizaje de la Geometría y el desarrollo cognitivo de los chicos/chicas de 6 a 12 años. Y digo aprender porque, en primer lugar, considero que el investigador sobre aprendizaje debe identificarse como aprendiz.

Si consideramos el conocimiento de cada individuo como un proceso, podemos visualizar este conocimiento mediante la metáfora de un *cono*. Toda relación del investigador con el investigado es un corte en este cono en desarrollo que da información en un momento, en un contexto. Algunas veces se ha trivializado —y creo que en parte es responsable Ausubel— que hay que averiguar lo que el niño sabe. Aparece entonces la mente del niño como un envase en el que se van metiendo el flujo de la información y que luego sólo hay que meter la pregunta-cucharón y cuando se saca ya se tiene la respuesta.

Es ahí donde tenemos que volver a llamar a la complejidad. Nuestra investigación es muy compleja, porque la enseñanza/aprendizaje es muy compleja. No hay que olvidar que vivimos inmersos en un mundo de signos que hay que descifrar. Descifrar quiere decir averiguar qué significamos, en qué lenguaje y a quién. Ello nos dará noticia del conocimiento en general y también del conocimiento de uno mismo respecto a los propios procesos cognitivos.

Con todo ello, estoy dejando a nuestros actores fuera del escenario. En nuestra investigación aparecemos no sólo nosotros, profesores/investigadores y alumnos de EP, de 6 a 12 años, sino también los maestros o mejor los futuros profesores de Educación Primaria (FPEP).

Veamos con más detalle cuál debería saber el papel asignado a estos actores.

### **3. Investigación sobre aprendizaje en EP: actores**

#### **3.1 Alumnos de 6 a 12 años.**

Alumnos de Educación Primaria. ¿Cómo querríamos tenerlos en una clase de Matemáticas, de Geometría? Buscando regularidades, trabajando duro, disfrutando por aprender. Conviene ver a los alumnos de Educación Primaria como lo que son: gente con muchísimo potencial mental y/o imaginación, y que necesita valerse –desde el principio del aprendizaje– de un feedback con el adulto, con el profesor, y por descontento con sus iguales y con él mismo.

Aristóteles dejó escrito que es por imitación como la persona humana aprende...

#### **3.2 Los futuros profesores de Educación Primaria (FPEP).**

Para que los FPEP transmitan este poder (el gusto por aprender, creer en la propia potencia mental, desarrollar la imaginación) necesitan experimentarlo por sí mismos. Esto es difícil, porque han recibido, como nosotros, un tipo de formación que ha cristalizado en:

- cómo concebimos los conceptos;
- cómo desarrollamos actitudes a veces negativas, de evitación,
- lo que nos lleva a desarrollar procedimientos de reproducción de la enculturación que hemos recibido.

Por ejemplo, respecto a los problemas (que en general se presentan como resolución de problemas resueltos):

- todo problema tiene solución
- todo problema tiene solución única, etc.

Pero en Matemáticas, y en Geometría también, no sólo se nos ha dicho dónde hay que llegar sino, lo que es peor, se nos dice cómo, es decir, el camino a seguir. Esto es particularmente importante y doloroso en el aprendizaje de los alumnos de 6 a 12

años (y en los párvulos, por descontado), donde con frecuencia se justifican propiedades “que se ven” y, por el contrario, no se tienen en cuenta preguntas que –sí hay suerte– han sido formuladas.

Así, un FPEP debe disfrutar de la Geometría, ver muchas posibilidades, comprobar que gusta a los pequeños, que ellos/as aprenden haciendo, buscando regularidades, hablando, imaginando y utilizando objetos mediadores que muchas veces pueden ser, por supuesto, objetos imaginados.

### **3.3 Los profesores/investigadores.**

Será conveniente que el investigador se considere como un aprendiz. Debe establecer con los otros actores y con el objeto de su estudio una dialéctica conveniente. Como explicita la palabra *recerca*, uno busca, busca lo que no sabe, lo que se ha perdido o lo que está escondido.

En realidad, la *recerca*, la investigación, es una situación recurrente (von Föerster, 1977). Hay que aprender cómo se aprende, hacer aprendizaje sobre el aprendizaje, etc.

Debemos asumir que, puesto que no podemos acceder al conocimiento del otro –incluso muchas veces de nosotros mismos– directamente, deberemos trabajar por medio de las representaciones: las palabras, los signos, los objetos.

## **4. Prácticas e investigación**

La misma pregunta central (¿Cómo garantizar una relación fértil, rentable, fluida y creativa entre la enseñanza/aprendizaje en la escuela y el desarrollo cognitivo del niño o de la niña?) nos lleva a plantear la relación entre investigación y enseñanza/aprendizaje. Por propia experiencia sabemos que la confluencia del investigador con el currículum y con la escuela es también muy compleja.

Creo que, en general, y tal como están las cosas organizadas actualmente, lo único posible es hacer un trabajo lento y constante.

Una primera posibilidad es intervenir en las prácticas escolares. Los FPEP en la UAB realizan en el tercer curso las Prácticas III y las Prácticas IV, dos asignaturas. En la primera, durante un mes, observan y empiezan a intervenir en un determinado grupo clase. Más adelante, asisten a la escuela cada viernes. En las Prácticas IV preparan unas lecciones, unas unidades didácticas. Trabajan Geometría durante, por lo menos, 15 días. Esto da la posibilidad de preparar una programación, un material,

unas pruebas y realizar una evaluación que es comentada con detalle a lo largo del primer y segundo cuatrimestre. Es un trabajo a cinco bandas: el maestro, el grupo clase, el FPEP, la Geometría y el profesor-tutor en la Universidad. Ampliando este trabajo con la intervención en él de grupos de profesores, podría ser un lugar adecuado para relacionar investigación con el aprendizaje y el currículum escolar.

Y una segunda posibilidad es que el alumno de primaria aparezca directa o indirectamente en el diseño mismo de la investigación. Veamos las dos posibilidades, por descontado interrelacionadas, que veo en el diseño de la investigación, en el aprendizaje de la geometría en la Educación Primaria.

### **5. Diseñar una investigación sobre el aprendizaje de la geometría**

Por supuesto, decir que veo dos posibilidades de diseño no significa que niegue la posibilidad de que existan otras formas de organización.

Para empezar, creo que es importante que insista en el marco de investigación en el que me sitúo, entendido ahora como el conjunto de creencias que la mayoría de nosotros compartimos:

1) La investigación sobre el aprendizaje es muy compleja, lo que nos predispone a tomar una actitud respetuosa y de prudencia.

2) Si queremos aprender cómo el niño/a construye su conocimiento, debemos hacerlo interactuando con él. Habrá que diseñar un contexto que facilite esta interacción. Formular preguntas pero después escuchar respuestas, interpretar e inferir. Nos interesa no contabilizar un tipo de respuesta sino explicar por qué da este tipo de respuesta y no otra. No sólo decir que se ha equivocado sino por qué o, mejor dicho, qué significado tiene esta respuesta más allá de la simple interpretación: "ha fallado", "se ha equivocado", etc.

3) Es posible que nuestra disyuntiva teoría y/o práctica en un tipo de investigación humanista sea falsa. Realmente una teoría colocada delante de la práctica no sirve y, más aún, carece de sentido. Sólo sirve si es una teoría articulada con la práctica, que en cierta forma se construye o aflora a la vez que la práctica avanza y que ayuda a dar explicaciones, es decir, si es descriptiva. La práctica es actuar; la teoría para nosotros creo que es describir.

4) No perder de vista que nuestro objetivo básico es la relación entre la enseñanza en el aula y el aprendizaje. Y que pese a todas las dificultades este objetivo se mantiene.

Veamos ahora las dos posibilidades de diseño que presento:

A) El investigador adopta el papel de profesor/investigador. Intervendrá en una estructura de *taller/recerca*. Entendemos por *taller/recerca* (Vázquez, 1999) la situación que resulta de organizar un grupo determinado de alumnos en pequeños grupos y que, bajo la dirección de un profesor-investigador, manipulan un material concreto durante un intervalo de tiempo preestablecido, con objeto de observar cómo se construye, conservan y evolucionan determinados conceptos, al mismo tiempo que se promueve el aprendizaje significativo.

Lo que me interesa resaltar ahora de esta definición es el carácter que toman tanto la elaboración de material como la observación. El material interviene en un sentido de mediador de la comunicación. Parte del material es el que se utiliza en el taller con los alumnos, otra parte es el material que se diseña como herramientas que hacen de base a la observación, como guiones para realizar entrevistas, observación participante, elaboración de tests, elaboración de un diario, audiograbaciones y transcripciones, análisis transversal, etc.

Llevar a cabo una investigación de este tipo implica una intervención muy detallada del tutor o director de la investigación especialmente como redefinidor de interpretaciones de los enunciados y afirmaciones dadas por los alumnos.

Porque, insisto, no se trata de recoger las equivocaciones sino intentar interpretar el sentido de lo que se dice y lo que se hace. Se trata de organizar y describir con detalle una experiencia que se ha acotado inicialmente en el espacio y en el tiempo.

B) Otro enfoque posible es: a partir de una o varias preguntas formuladas sobre un tema o concepto, se estructura un instrumento, por ejemplo se elabora un test, que se aplica. Los datos recogidos son analizados primero a nivel descriptivo y después – esto es lo más importante– a nivel interpretativo.

Mientras se realiza este proceso, no sólo se van definiendo mejor las preguntas iniciales, sino que algunas de ellas hallan respuestas convincentes y se formulan nuevas preguntas. Antes de formular conclusiones, hay que estudiar, leer, inferir y elaborar un marco teórico que en realidad veo como un puzzle de teorías (Sfard, 1999) y una revisión epistemológica y/o histórica de las conexiones del concepto o conceptos trabajados con otros que han emergido durante la investigación.

Tanto en un caso como en el otro, se supone que este tipo de investigación nos servirá para aprender cómo los alumnos de EP, los maestros y nosotros mismos, pensamos la geometría, construimos imágenes, nos expresamos, etc., lo que sin duda podrá incidir en la elaboración de currícula alternativos más creativos.

**BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA**

- BACHELARD, G. (1994): *La tierra y los ensueños de la voluntad*, Fondo de Cultura Económica, México [Primera edición en francés en 1947]-
- BAQUERO, R. (1956): *Vigotsky y el aprendizaje escolar*, Aique, Buenos Aires.
- BRUNER, J. (1966): *Hacia una teoría de la instrucción*, Uteba, México.
- DELGADO, J.M.R. (1994): *Mi cerebro y yo*, Temas de hoy, Madrid.
- EDELMAN, G. M. (1992): *Bright Air, Brilliant Fire: On the Matter of the Mind*, Basicbooks, Nueva York.
- FISCHBACH, G.D. (1993): "Mente y cerebro", en *Monografía de Investigación Ciencia*, Prensa Científica, Barcelona [Introducción general].
- FÖRSTER, H. von (1977): "Construir la realidad", en *Infancia y Aprendizaje*, nº 1 [pp79-92].
- GARDNER, H. (1985): *Frames of Mind. The Theory of Multiple Intelligence*, Basicbooks, Nueva York.
- GARDNER, H. (1995): "Reflexions on Multiple Intelligences - Myths and Messages", en *PhiDelta Kappan*, nº de noviembre.
- GELD, M. J. (1998): *Pensar como Leonardo da Vinci*, Planeta, Barcelona.
- JOHNSON, M. (1991): *El cuerpo en la Mente. Fundamentos corporales del significado, la imaginación y la razón*, Serie ciencia, Debate, Madrid.
- KAHN, P. (1995): *Théorie et expérience*, Quintette, Paris.
- MALKEVITCH, J. (Ed.) (1991): *Geometry's Future*, COMAP, Massachusetts.
- MATURANA, H. y VARELA, F. (1990): *El árbol del conocimiento. Las bases biológicas del conocimiento humano*, Debate, Madrid.
- POPPER, K.R. y ECCLES, J.C. (1993): *El yo y su cerebro*, Labor, Barcelona (1ª ed. 1977).
- RAMÓN Y CAJAL, S. (1972): *Histología del sistema nervioso*, CSIC, Madrid (1ª ed. 1911).
- RIVIÈRE, A. y NÚÑEZ, M. (1996): *La mirada mental. Desarrollo de las capacidades cognitivas interpersonales*, Aique, Argentina.
- SFARD, A. (1996): "On Acquisition Metaphor and Participation Metaphor for Mathematics Learning", en Alsina, C. y otros (Ed.), *Actas del 8º ICME*, Sevilla [pp397-411].
- VÁZQUEZ, T. (1999): *La enseñanza de la geometría a partir de una estructura de taller/recerca en una clase de 6º de E.P.*, Trabajo de investigación de tercer ciclo, Dpt. de Didàctica de les Matemàtiques i les Ciències Experimentals, Universitat Autònoma de Barcelona (publicación interna).
- VERLEE WILLIAMS, L. (1986): *Aprender con todo el cerebro. Estrategias y modos de pensamiento visual, metafórico y multisensorial*, Martínez Roca, Barcelona.