CONFLICTOS SEMIÓTICOS DE ALUMNOS DE PRIMARIA EN LA RESOLUCIÓN DE UNA TAREA DE PORCENTAJES[xix]

Primary school students' semiotic conflicts in solving a percentage task

Burgos, M. y Godino, J. D.

Universidad de Granada

Resumen

Se presentan y analizan los resultados de una investigación de diseño, realizada en un contexto real de enseñanza con un grupo de 21 alumnos de sexto curso de primaria sobre los porcentajes. En una primera fase los alumnos estudian el tema con el profesor-tutor siguiendo un modelo didáctico tradicional, basado en el uso del libro de texto y orientado hacia un aprendizaje algorítmico. La segunda fase fue diseñada y puesta en práctica para identificar los conflictos cognitivos generados y su relación con los conflictos epistémicos sobre los significados de la proporcionalidad y los porcentajes implementados en la primera fase. La tercera fase se centra en el diálogo y justificación colectiva de las soluciones de una tarea de evaluación y la superación de los conflictos cognitivos. Como conclusión se observa que los alumnos no reconocen la relación de proporcionalidad establecida por medio de porcentajes y se señala la necesidad de potenciar las situaciones en las que aparecen involucrados porcentajes y relaciones de proporcionalidad.

Palabras clave: *proporcionalidad, porcentajes, Educación Primaria, conflictos epistémicos y cognitivos.*

Abstract

We present the results of a design research on learning percentages carried out in a real teaching context with 21 sixth grade students. In a first phase, the students with the teacher study the subject following a traditional didactic model based on the use of the textbook and oriented towards algorithmic learning. The second phase was designed to identify the students' cognitive conflicts and their relationships with the epistemic conflicts on the meanings of proportionality and percentages that were identified in the first phase. The third phase focuses on the collective discussion and justification of solutions of an assessment task and on overcoming the cognitive conflicts. We conclude that students do not recognize the proportionality relationship established by means of percentages and point out the need to promote situations involving percentages and proportionality relationships in order to provide meaning to the procedures and symbols used.

Keywords: *proportionality, percentages, Primary Education, epistemic and cognitive conflicts.*

INTRODUCCIÓN

El porcentaje es uno de los tópicos matemáticos más ampliamente usados en la vida diaria (Steen, 2001). Su diversidad de usos conlleva una extensa variedad de interpretaciones del significado de los porcentajes (Parker y Leinhardt, 1995). Además, constituye una noción relevante en el currículo de matemáticas en el ámbito educativo español, tanto en los niveles de educación primaria como posteriormente en educación secundaria obligatoria. Sin embargo, son frecuentes los errores de interpretación y uso del porcentaje; los estudiantes resuelven los problemas y ejercicios que involucran este concepto aplicando los algoritmos aprendidos, pero con un conocimiento conceptual deficiente, sin tener en cuenta sus diferentes representaciones y significados (Maz-Machado y Gutiérrez, 2008). Entre las razones que pueden justificar esta dificultad, cabe señalar que la enseñanza efectivamente implementada en la práctica esté sesgada hacia el aprendizaje

Burgos, M. y Godino, J. D. (2019). Conflictos semióticos de alumnos de primaria en la resolución de una tarea de porcentajes. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 223-232). Valladolid: SEIEM.

memorístico de algoritmos, como puede ser la multiplicación cruzada o regla de tres en situaciones de proporcionalidad, sacrificando el desarrollo de una comprensión conceptual de la proporcionalidad y los porcentajes (Lamon, 2007; Riley, 2010; Singh, 2000).

Este trabajo forma parte de un proyecto de investigación, iniciado en Burgos, Beltrán-Pellicer y Godino (2018), cuyo objetivo es describir y relacionar entre sí los conflictos epistémicos y cognitivos detectados en el estudio de la proporcionalidad y porcentajes en educación primaria, así como investigar maneras de mejorar los aprendizajes. Informamos del diseño, implementación y resultados de una experiencia de enseñanza sobre porcentajes llevada a cabo con alumnos de sexto curso de educación primaria con la finalidad de:

- Describir sus conocimientos sobre el tema y detectar posibles conflictos semióticos en el proceso de aprendizaje, analizando con detalle los procedimientos, representaciones, argumentos y grado de generalización en las respuestas dadas a un problema sobre porcentajes.
- Sugerir posibles cambios en el diseño e implementación para mejorar el aprendizaje.

La investigación ha tenido lugar en un contexto real de clase que ha permitido revelar algunos fenómenos cognitivos y didácticos de interés.

MARCO TEÓRICO

En este trabajo aplicamos algunas herramientas teóricas del Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemáticos (Godino, 2002; Godino, Batanero y Font, 2007) para plantear el problema e interpretar los datos recogidos sobre la experiencia implementada. Dos nociones claves del EOS son las de significado (entendido como sistema de prácticas) y configuración ontosemiótica de prácticas, objetos y procesos. Ambas permiten describir la actividad matemática, tanto desde el punto de vista institucional (o epistémica) como personal (o cognitiva).

El significado institucional (respectivamente, personal) de un objeto matemático se identifica con el sistema de prácticas operativas y discursivas que realiza una institución (respectivamente, personal) para resolver los tipos de problemas de los que emerge el objeto en un momento dado. En las prácticas matemáticas intervienen diversos tipos de objetos; además de los conceptos y procedimientos en el EOS se consideran objetos matemáticos los diversos tipos de lenguajes, las propias situaciones–problemas que motivan la actividad matemática, las proposiciones (enunciados que requieren justificación) y los argumentos (que validan tanto las proposiciones como los procedimientos).

La noción de conflicto semiótico se entiende como “una disparidad o desajuste entre los significados atribuidos a una misma expresión por dos sujetos -personas o instituciones- en interacción comunicativa” (Godino, 2002, p. 258). Con esta noción se pretende aportar una explicación de índole semiótica a las dificultades y limitaciones de los aprendizajes de los estudiantes y a los conflictos de significados en el proceso de selección y adaptación de los contenidos de enseñanza. Cuando la disparidad o desajuste se produce entre significados de tipo institucional (por ejemplo, entre el significado de referencia y el implementado en un libro de texto o por un profesor) se dice que se trata de un conflicto (semiótico) epistémico, mientras que si la disparidad tiene lugar entre el significado manifestado por un sujeto y el de referencia se dice que se trata de un conflicto (semiótico) cognitivo.

METODOLOGÍA

El proyecto de investigación del que forma parte este trabajo se inscribe dentro de las investigaciones de diseño (Kelly, Lesh y Baek, 2008), aplicando como teoría base el EOS (Godino, Rivas, Arteaga, Lasa y Wilhelmi, 2014). El objetivo general es el diseño, experimentación y evaluación de procesos instruccionales sobre tópicos matemáticos específicos realizados en contextos reales de clase. La experiencia que describimos en este trabajo se llevó a cabo en un centro público de enseñanza durante el curso 2017-2018 con un grupo de 21 alumnos de sexto curso de Educación Primaria (11-12 años de edad).

En el transcurso de la experiencia se distinguen tres fases. La primera fase de instrucción fue llevada a cabo por el profesor-tutor del curso que siguió un modelo didáctico tradicional del estudio de porcentajes y proporcionalidad, basado en el uso preferente del libro de texto y orientado hacia un aprendizaje algorítmico. En la segunda fase se hace una evaluación de los aprendizajes logrados por los alumnos como resultado de la primera fase, destinada a identificar los conflictos cognitivos generados y su relación con los conflictos epistémicos inherentes a los significados de la proporcionalidad y porcentajes implementados. La tercera fase se centra en el diálogo y justificación colectiva de las soluciones de las tareas de evaluación con el objetivo de avanzar en la superación de los conflictos cognitivos.

Estudio previo. Significado de referencia del porcentaje

La proporcionalidad y porcentajes se contempla en diferentes bloques temáticos dentro del currículo de educación primaria (MECD, 2014). Entre los contenidos destacables se incluyen: expresión de partes utilizando porcentajes; correspondencia entre fracciones sencillas, decimales y porcentajes, aumentos y disminuciones porcentuales. Como estándares de aprendizaje evaluables, se espera que los alumnos resuelvan problemas de la vida cotidiana utilizando porcentajes y regla de tres en situaciones de proporcionalidad directa, explicando oralmente y por escrito el significado de los datos, la situación planteada, el proceso seguido y las soluciones obtenidas.

A pesar de esta importancia, diversas investigaciones en educación matemática revelan una comprensión conceptual limitada sobre porcentajes, lo cual motiva que muchos estudiantes tengan dificultades para comunicar ideas en relación a porcentajes de forma apropiada (Kouba, Brown, Carpenter, Lindquist, Silver y Swafford, 1988; Lamon, 2007; Parker y Leinhardt, 1995).

Parker y Leinhardt (1995) sugieren que el significado real del porcentaje se ha perdido entre las reglas de cambio de decimales a fracciones, fracciones a decimales, fracciones impropias a números mixtos y números mixtos a fracciones impropias. El conocimiento sobre porcentajes supone mucho más que el cálculo exitoso con ellos. Más que conversiones, cálculos y aplicaciones, conocer los porcentajes, tanto en la escuela como fuera de ella, significa entender sus múltiples e imbricados significados y su carácter relacional (Parker y Leinhardt, 1995, p. 47).

Diversos textos, autores e investigaciones a lo largo de los años, señalan diferentes significados y contextos de uso del porcentaje, coincidiendo en su conexión con los conceptos de fracción, razón y número racional. Cuando el porcentaje es entendido como un número, el "porciento" es una traducción del símbolo "%". Así, los porcentajes pueden ser transformados en números reales que cumplen sus axiomas, pueden ser ordenados y sumados directamente si representan diferentes partes de un mismo todo (Brown y Kinney, 1973).

El porcentaje puede entenderse como relación parte-todo (fracción). En este contexto, el tamaño de un subconjunto es comparado al tamaño del conjunto del cual es parte. El significado parte-todo es el prioritario en los textos escolares, especialmente en la parte de introducción al tema de porcentajes. En este contexto no tienen cabida los porcentajes mayores que 100. También puede usarse para representar una relación parte-parte (razón) cuando describe una comparación entre diferentes conjuntos, diferentes atributos del mismo conjunto, o para describir el cambio de un conjunto a lo largo del tiempo. Finalmente, el porcentaje se usa como un operador que establece una relación funcional entre la cantidad inicial y la cantidad final. Establece una tasa que permite determinar cantidades como la cantidad final del impuesto, descuentos, intereses, etc. Autores como Davis (1988) señalan el uso funcional del porcentaje como su significado más importante.

Aunque como vemos los significados del objeto porcentaje son diversos, la esencia del porcentaje es la relación de proporcionalidad. Así, Parker y Leinhardt (1995) consideran que "el porcentaje es fundamentalmente un lenguaje privilegiado de proporciones que simplifica y condensa las descripciones de comparación multiplicativa" (p. 472). El tanto por ciento relaciona dos cantidades de magnitudes directamente proporcionales, es decir, si A y B son dos magnitudes directamente proporcionales, el porcentaje que la magnitud A representa respecto de la magnitud B es la cantidad de A que se corresponde con cien unidades de B. Si se acepta que el porcentaje es una proporción, la enseñanza del porcentaje debería focalizarse en desarrollar la comprensión de los estudiantes del porcentaje como una proporción. Se necesita encontrar la forma de dar una aproximación holística al porcentaje de forma que los estudiantes interioricen la naturaleza proporcional de éste (Dole, 2000).

ANÁLISIS DEL PROCESO DE INSTRUCCIÓN IMPLEMENTADO EN LA FASE 1. CONFLICTOS EPISTÉMICOS

Los alumnos estudiaron el tema "Porcentajes y proporcionalidad" en las dos últimas semanas del segundo trimestre. La instrucción recibida por los alumnos en la primera fase se ha basado esencialmente en el libro de texto de matemáticas de Ferrero, Martín, Alonso y Bernal (2015).

En el libro de texto, dos magnitudes se definen como directamente proporcionales cuando "al multiplicar, o dividir, una de ellas por un número la otra queda multiplicada o dividida por ese mismo número" (Ferrero et al., 2015, p. 112). Se presentan dos procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad: la reducción a la unidad, en el que, "primero, se halla la cantidad que corresponde a una unidad y, después, se multiplica por el número de unidades" (p. 113) y la regla de tres que consiste en "calcular uno de los cuatro valores si se conocen los otros tres" (p.114). El uso de la regla de tres se vincula a la construcción de una tabla de proporcionalidad y a la expresión de los valores recogidos como un "par de fracciones equivalentes". La última sección del tema "Porcentajes y proporcionalidad" se dedica a la definición y cálculo de porcentajes. El porcentaje se define como "fracción de denominador 100" (p. 116) y el cálculo de porcentajes se obtiene usando la fracción como operador. Para el cálculo del tanto por ciento de una cantidad se divide entre 100 y se multiplica por el número que va la izquierda.

Las tareas planteadas a los alumnos, siguiendo el libro de texto, fueron en su mayoría de ejercitación, destinadas fundamentalmente a cambiar de representación del registro gráfico al registro simbólico y entre los lenguajes natural y simbólico (porcentajes y fracción decimal), hallar complementos hasta 100, y calcular el tanto por ciento de una cantidad, usando el porcentaje como número decimal.

Las tareas de aplicación (resolución de problemas) son minoritarias y se resuelven por medio del cálculo del complemento hasta 100 y el cálculo de la parte en situaciones de descuento o aumento porcentual.

Observamos que el tratamiento que se hace de los porcentajes es exclusivamente procedimental y que aparece desconectado de la proporcionalidad. No hay argumentos que justifiquen la validez de los procedimientos o proposiciones y no todos los significados del porcentaje aparecen recogidos en la unidad analizada. En particular, se explica el cálculo del tanto por ciento de una cantidad a través del significado de porcentaje como relación parte-todo, pero en algunas tareas se espera que los alumnos usen el significado del mismo como función (operador) sin que previamente se haya aclarado la relación entre ambos usos. Este puede ser un potencial conflicto cognitivo. Las actividades propuestas son en su mayoría de ejercitación, dedicándole un peso excesivo al cálculo de la parte a partir del todo y el porcentaje y el complemento a 100.

EVALUACIÓN DE APRENDIZAJES EN LA FASE 2. CONFLICTOS COGNITIVOS

Los alumnos realizaron en esta segunda fase del proceso instructivo, 5 tareas sobre proporcionalidad (situaciones de valor faltante, comparación y razones) y porcentajes (cálculo de porcentajes y descuentos porcentuales), algunas inspiradas en libros de texto del mismo nivel educativo, otras de investigaciones previas y otras de creación propia. En esta sección describimos una de las tareas propuestas (Figura 1) y los resultados obtenidos. El objetivo de esta fase es evaluar los aprendizajes logrados tras la fase 1 implementada por el profesor-tutor del curso.

Los alumnos trabajaron siguiendo la distribución habitual en clase. Al acabar la tarea entregaron individualmente a la investigadora la hoja de trabajo. Las respuestas dadas a los problemas permiten analizar los conocimientos construidos, identificar conflictos cognitivos y su incidencia en el grupo.

Observa los tarros de mermelada y responde razonadamente.

a) ¿Qué tarro de mermelada contiene más gramos de azúcar? ¿Y menos?

b) ¿Qué tarro de mermelada tiene mayor porcentaje de azúcar?

c) ¿Cuántos gramos de azúcar tiene un tarro de 1 kg de mermelada que tiene el mismo porcentaje de azúcar que el tarro rojo?

Figura 1. Consignas de la tarea de evaluación propuesta a los alumnos

Esta tarea nos permite detectar el significado que otorgan los alumnos a los porcentajes y qué procedimientos emplean cuando deben comparar porcentajes o cantidades obtenidas a partir de éstos, además de analizar los argumentos que emplean para justificar sus estrategias. Para responder al ítem a) los alumnos pueden determinar los gramos de azúcar que tienen los tarros verde y morado. Para ello determinan el tanto por ciento expresado en las etiquetas sobre el peso de cada tarro. Así, el primero contiene 12,5 gramos de azúcar y el segundo tiene 60 gramos de azúcar. Por tanto, el tarro de mermelada que contiene mayor cantidad de azúcar es el rojo y el que menos contiene es el verde. En el apartado b) dado que es conocido el porcentaje de azúcar en los tarros verde y morado, el estudiante puede determinar el porcentaje de azúcar del tarro rojo y después comparar con los otros. En este caso, se obtiene que este tarro contiene un 20% de azúcar y es, por tanto, el mayor de los tres. Finalmente, en el tercer ítem, los alumnos deben aplicar el porcentaje obtenido en el apartado previo para determinar la cantidad de azúcar que tendría un tarro de 1 kg de mermelada igual a la del tarro rojo, es decir, deben obtener el 20% de 1000 gramos, con lo que tendría 200 gramos de azúcar.

Grado de corrección. Procedimientos y lenguaje

Como puede verse en la Tabla 1, la mayoría de los alumnos resolvieron la tarea, si bien el último apartado tuvo un mayor porcentaje de respuestas en blanco. Salvo un par de alumnos que intentaron explicar su respuesta en base a las operaciones realizadas, los alumnos no ofrecieron ningún tipo de argumento que justificase su solución a los distintos apartados, a pesar de que en la consigna de la tarea se les pedía que lo hicieran de forma razonada.

Tabla 1. Frecuencias (porcentajes) en el grado de corrección de la solución a la tarea (n = 21)

Grado de corrección	Ítem a)	Ítem b)	Ítem c)
Incorrecta	4 (19,05)	5 (23,81)	1 (4,76)
Correcta	13 (61,90)	10 (47,62)	11 (52,38)
No responde	4 (19,05)	6 (28,57)	9 (42,86)
Total	21 (100)	21 (100)	21 (100)

La tarea que presenta un mayor número de respuestas correctas es la primera. El significado del porcentaje que se pone en juego en este apartado es el funcional. Para responder al ítem b) es preciso obtener el porcentaje de azúcar que tiene el tarro rojo, siendo el significado del porcentaje en este ítem el de relación parte-todo. Finalmente, para responder de forma adecuada al ítem c) se puede aplicar el porcentaje de azúcar que tiene el tarro rojo, obtenido anteriormente. Observamos que además de los 6 alumnos que no respondieron al ítem b), hubo otros 3 que no lo hicieron a este ítem, quizás por la mayor complejidad semántica del enunciado.

Los alumnos desarrollaron distintos tipos de procedimientos para resolver la tarea propuesta, que podían repetirse en los distintos apartados.

En el ítem a) los alumnos deben calcular la cantidad de azúcar a partir del porcentaje en cada tarro de mermelada. Se encuentran los siguientes procedimientos:

P1.1. Expresa el porcentaje como número decimal y lo multiplica por la base (peso del tarro de mermelada).

P1.2. Considera el porcentaje como fracción de denominador 100; multiplica por el numerador y divide por el denominador (100).

P1.3. Considera el porcentaje como fracción de denominador 100; divide por 100 y multiplica por el numerador.

En el ítem b), deben primero determinar el porcentaje de azúcar del tarro rojo y después compararlo con los porcentajes de los tarros verde y morado. En la obtención de dicho porcentaje se han detectado los siguientes procedimientos:

P2. Método unitario. Se considera un porcentaje concreto de la cantidad total (1% o 10% en las respuestas de los alumnos) como unidad en sí misma y a partir de ella se obtienen otros porcentajes.

P3. Proporción (regla de tres). Igualdad de dos fracciones siendo una de ellas la expresión fraccionaria del porcentaje y la otra, la de denominador el peso de mermelada y el numerador, el valor faltante (cantidad de azúcar por determinar).

Finalmente, en el ítem c) los alumnos deben obtener la cantidad de azúcar en 1 kg de mermelada que tiene un 20% de azúcar (igual al tarro rojo). En este caso, los procedimientos empleados son:

P0. Aritmético. Dado que 1 kg son 10×100 gramos, tendrá 10×20=200 gramos de azúcar.

P1.3. Divide 1 kg (o 1000 gramos) por 100 y multiplica por 20 para obtener la cantidad en kilogramos (o gramos) de azúcar.

P2. Método unitario. Se considera un porcentaje concreto (10%) de la cantidad como unidad en sí misma y a partir de ella se obtiene el porcentaje pedido (20%). En este caso, el alumno obtiene el 20% de 1kg como 2 veces el 10 % de 1000 gramos $2 \times \frac{10 \times 1000}{100} = 200$ gramos.

P3. Proporción (regla de tres) entre la cantidad de mermelada y la cantidad de azúcar, según la relación $\frac{144}{720} = \frac{x}{1000}$.

En la Tabla 2 recogemos las frecuencias de los tipos de procedimientos empleados por los alumnos.

Tabla 2. Frecuencia absoluta y porcentaje de procedimientos en los distintos apartados.

Ítem	a			b		c			
Procedimiento	P1.1	P1.2	P1.3	P2	P3	P0	P1.3	P2	P3
Frecuencias (porcentaje)	5 (29,41)	1 (5,88)	11 (64,71)	9 (60)	6 (40)	2 (16,67)	4 (33,33)	2 (16,67)	3 (25)
Total	17			15		12			

Uno de los estudiantes respondió que el tarro de mermelada de 1 kg tendría 20 gramos de azúcar. La respuesta de este alumno no está considerada como ninguna de las estrategias recogidas en la tabla anterior.

Como vemos en la Tabla 2, la estrategia más usada en los apartados a) y c) en los que debe obtenerse la parte a partir del total y el porcentaje, fue la establecida en el libro de texto de los alumnos para obtener el tanto por ciento de una cantidad: “se divide la cantidad entre 100 y se multiplica el resultado por el tanto por ciento deseado” (estrategia P1.3).

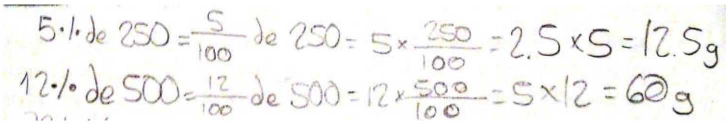

Figura 2. Solución dada por un alumno en el ítem a) por medio de la estrategia P1.3

En el apartado 2, un 60% de los alumnos determinaron la cantidad correspondiente al 10% de los 720 gramos de mermelada, de manera que si el 10% de 720 es 72, entonces 144 que es el doble de 72, representa el 20% de azúcar en el tarro de mermelada rojo (Figura 3, parte izquierda). El resto de los alumnos utilizaron proporciones, con frecuencia empleando el lenguaje tabular o diagramático (regla de tres) para obtener el porcentaje de azúcar (Figura 3, parte derecha).

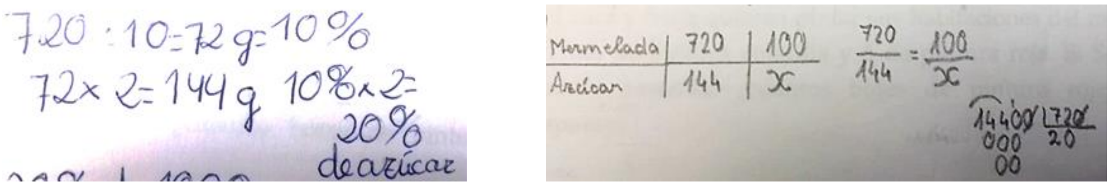

Figura 3. Ejemplos de uso de la estrategia P2 (parte izquierda) y de la estrategia P3 (parte derecha)

Evaluación de aprendizajes. Conflictos cognitivos

Teniendo en cuenta los tipos de objetos matemáticos implicados en las respuestas de los alumnos los conflictos cognitivos los agrupamos de la siguiente manera:

- *Representacionales* (uso inapropiado del lenguaje en sus diversos registros): omite el signo igual en la proporción; encadena identidades aritméticas o algebraicas; usa el signo igual para expresar incorrectamente conexión entre dos magnitudes; usa líneas como operador (multiplicación o división).

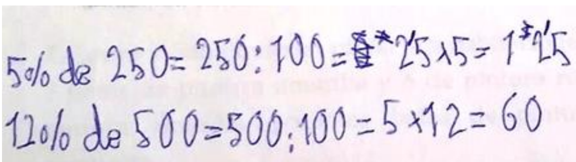

Figura 4. Conflicto representacional

- *Conceptuales* (aplicación inapropiada de conceptos): significado incorrecto del porcentaje como relación parte-todo o como operador; no percibe correctamente la relación de proporcionalidad.
- *Procedimentales* (desarrollo erróneo de procedimientos): en el cálculo del tanto por ciento de la cantidad, se opera de forma incorrecta con la expresión decimal de la fracción o con el producto o división con decimales.

Como vemos en la Tabla 3 los conflictos más frecuentes son los de tipo representacional. En su mayoría, los alumnos encadenan identidades aritméticas o usan el signo igual para expresar relación entre magnitudes identificando porcentajes con cantidades totales (frecuentemente, 72g=10%; 144g=20%). Ejemplos de este tipo de conflictos pueden verse en las Figuras 3 y 4.

Tabla 3. Tipos de conflictos y frecuencias sobre el total de respuestas a cada ítem

	Ítem		
Tipo de conflicto	a	b	c
Representacional	8 (47,06)	7 (46,67)	6 (50)
Conceptual	2 (11,76)	4 (26,67)	1 (8,33)
Procedimental	1 (5,88)	1 (6,67)	0 (0)
Total de respuestas	17	15	12

Los conflictos conceptuales más frecuentes se producen cuando los alumnos tratan porcentaje como parte (comparando los porcentajes de azúcar de los tarros verde y morado para responder al ítem a) o comparan porcentajes de azúcar de los tarros verde y morado con gramos de azúcar del tarro rojo. Otros interpretan que el contenido de azúcar del tarro verde es 5 gramos de azúcar, y que el tarro morado tiene 12. En menor medida, (dos alumnos) olvidan el tarro rojo cuando se les pregunta por porcentajes, suponemos que debido a que no identifican dicha información de forma directa en la etiqueta. En el último apartado, el error cometido es consecuencia de asumir porcentaje en lugar de cantidad de azúcar y responder que la cantidad de gramos de azúcar es 20.

Los errores de tipo procedimental, menos frecuentes aparecen cuando los alumnos trabajan con la expresión decimal del porcentaje y olvidan después multiplicarlo por la cantidad total de mermelada.

RESULTADOS DE LA PUESTA EN COMÚN EN LA FASE 3

En esta sección incluimos la descripción de la puesta en común en gran grupo de las soluciones dadas por los estudiantes, en la que se perseguía estimularles a reflexionar sobre sus razonamientos durante los procesos de resolución de los problemas, y motivar que las explicaciones dadas incluyeran argumentos matemáticos. Los diálogos mantenidos permiten clarificar la forma en que los alumnos afrontan los conflictos cognitivos.

El fragmento que reproducimos se produce después de que distintos alumnos hubieran estado resolviendo en la pizarra problemas de proporcionalidad que no necesariamente involucraban porcentajes. La investigadora (en los diálogos representada como Inv.) pregunta quién quiere salir a resolver y comentar el siguiente problema (la tarea que analizamos en este trabajo). Aquí los alumnos se muestran más reticentes porque tuvieron más dificultades y no se sienten seguros.

Inv.: No importa que no esté resuelto, lo hacemos juntos.

El estudiante E11 se ofrece para resolver el problema en la pizarra. E11 había resuelto de forma incorrecta los apartados a) y b) pero en el momento en que salió a la pizarra lo desconocía. Había calculado correctamente la cantidad de azúcar de los tarros verde y morado pero, en cambio, comparó los porcentajes de azúcar para responder a los apartados a) y b). Cometió diversos errores de tipo representacional y no había acompañado con ningún argumento su solución. Sin embargo, cuando la investigadora le pide que comente con sus compañeros el proceso seguido y justifique por qué lo resuelve cómo lo hace, este es el resultado:

E11: Para calcular los gramos de azúcar que tiene cada tarro, para el primero hemos hecho la operación 5 por ciento de 250 gramos, que son 2,5 por 5 y sale 12,5 gramos.

E11: El segundo es 12 por ciento de 500 que sale 60.

E11: Luego, con eso ya podemos contestar a la pregunta a, que es ¿qué tarro de mermelada contiene más gramos de azúcar? Como el tercero ya nos viene hecho que son 144 gramos y los demás son menores, entonces el tercero es el que más tiene y el que menos tiene es el primero.

Inv.: Carlos ha justificado la solución. Muy bien. Segundo apartado: ¿Qué tarro de mermelada tiene mayor porcentaje de azúcar?

E11: Aquí como su peso es 720 gramos, si dividimos 720 entre 10 nos da 72. Entonces es 20 por ciento.

La investigadora interrumpe al alumno E11.

Inv.: Perdona. ¿Todos entendéis lo que ha hecho?, ¿todos lo habéis resuelto de igual forma?

Algunos alumnos preguntan por qué procede así, a lo que E11 responde.

E11: Si dividimos 720 entre 10 nos da 72, eso sería el 10%. Como 72 es el 10% entonces el 20% sería 144 y con eso podemos contestar ya a la pregunta, el tarro rojo tiene el 20% de azúcar y la respuesta b sería que el segundo es el de mayor porcentaje.

E19: Yo he hecho 14400 entre 720 pero he quitado ceros antes.

Un estudiante afirma, "yo también he hecho regla de tres ahí". […]

Inv.: Muy bien. ¿Cuáles son aquí las magnitudes directamente proporcionales?

Los alumnos no consiguen responder. Entonces la investigadora aclara,

Inv.: Las magnitudes proporcionales son la cantidad de mermelada del tarro y la cantidad de azúcar que contiene. Suponemos que esa cantidad de azúcar se mantiene.

Finalmente, E11 prosigue con la resolución del último apartado.

CONCLUSIONES

El tratamiento que se da al porcentaje en la lección del libro de texto usado por el profesor-tutor de esta experiencia es meramente algorítmico y está desprovisto de sentido y conexión con la proporcionalidad. No se han contemplado los diversos significados del porcentaje, y no hay tareas propuestas en las que deba determinarse el todo o el porcentaje, ni se consideran porcentajes superiores al 100% que requieran conectar unos significados del porcentaje con otros. Así la idoneidad del proceso de instrucción, desde el punto de vista epistémico, ha sido baja.

Los diálogos mantenidos, durante la puesta en común en clase, en la última fase de este diseño, ayudaron en la clarificación de la naturaleza de los conflictos cognitivos. En general los alumnos tienen dificultades para reconocer la relación de proporcionalidad en un problema de porcentajes y para justificar los procedimientos empleados en la resolución o reconocer la pertinencia de otros procedimientos. De hecho, les sorprendió la pregunta ¿cuáles son las magnitudes proporcionales en este problema?

Los alumnos no habían justificado las respuestas dadas a los distintos apartados, a pesar de que se les pedía explícitamente que lo hicieran y fue solo durante la sesión de corrección en gran grupo, cuando argumentaron o pusieron en duda las estrategias empleadas. En particular, los alumnos habían usado en gran medida el método unitario pero no eran capaces de argumentar por qué lo utilizaban para obtener el porcentaje de azúcar en el tarro rojo. Creemos que esto puede estar motivado por una instrucción centrada casi de forma exclusiva en los procedimientos, que no ofreció a los alumnos la posibilidad de interpretar o explicar el significado de los datos o el proceso seguido y justificar las soluciones obtenidas.

Comunicar y argumentar sobre situaciones en las que aparecen porcentajes y su conexión con la relación de proporcionalidad permitirá dotar de significado a los procedimientos y símbolos que emplean los alumnos cuando plantean una proporción, evitando alguno de los errores de tipo conceptual, procedimental y representacional reconocidos en las respuestas de los alumnos. A pesar de la limitación inherente a la consideración de esta única tarea en este trabajo (en términos tanto de instrucción como de detección de conflictos cognitivos), como hemos podido observar con nuestra experiencia, argumentar y discutir los procedimientos en la puesta en común en la pizarra, permite a los alumnos superar algunos conflictos cognitivos que habían aparecido en la segunda fase, tanto de representación como de una incorrecta comprensión del porcentaje, mostrada al comparar parte con todo o tratar porcentajes como parte.

Referencias

Brown, G. W. y Kinney, L. B. (1973). Let's teach them about ratio. *Mathematics Teacher*, *66*(4), 352-355.

Burgos, M., Beltrán-Pellicer, P. y Godino, J. D. (2018). Pensamiento algebraico temprano de alumnos de quinto de primaria en la resolución de una tarea de proporcionalidad. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 181-190). Gijón: SEIEM.

Davis, R. B. (1988). Is "percent" a number? *Journal of Mathematical Behavior, 7*, 299-302.

Dole, S. (2000). Promoting percent as a proportion in eighth-grade mathematics. *School Science and Mathematics*, *100*(7), 380-389.

Ferrero, L., Martín, P., Alonso, G. y Bernal, E. I. (2015). *Matemáticas 6*. Madrid: Anaya.

Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, *22*(2-3), 237-284.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM, 39*(1-2), 127-135.

Godino, J. D., Rivas, H., Arteaga, P., Lasa, A. y Wilhelmi, M. R. (2014). Ingeniería didáctica basada en el enfoque ontológico - semiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *34*(2-3), 167-200.

Kelly, A. E., Lesh, R. A. y Baek, J. Y. (Eds.) (2008). *Handbook of design research methods in education. Innovations in science, technology, engineering, and mathematics learning and teaching*. Nueva York, EE. UU.: Routledge.

Kouba, V. L., Brown, C. A., Carpenter, T. P., Lindquist, M. M., Silver, E. A. y Swafford, J. O. (1988). Results of the Fourth NAEP Assessment of Mathematics: Number, operations, and word problems. *Arithmetic Teacher*, *35*(8), 14-19.

Lamon, S. J. (2007). Rational number and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. En F. K. Lester (Ed.). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 629-667). New York, EE. UU.: Information Age Publishing.

Maz-Machado, A. y Gutiérrez, M. P. (2008). Errores de los estudiantes de magisterio frente a situaciones que implican porcentajes. *Investigación, 17*(1), 59-69.

MECD (2014). *Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria.* Madrid: Autor.

Parker, M. y Leinhardt, G. (1995). Percent: A privileged proportion. *Review of Educational Research*, 65(4), 421-481.

Riley, K. R. (2010). Teachers' understanding of proportional reasoning. En P. Brosnan, D. B. Erchick, y L. Flevares (Eds.), *Proceedings of the 32nd annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 1055-1061). Columbus, EE. UU.: The Ohio State University.

Steen, L. A. (Ed.). (2001). *Mathematics and democracy: The case for quantitative literacy*. Washington, EE. UU.: National Council on Education and the Disciplines.

Singh, P. (2000). Understanding the concepts of proportion and ratio constructed by two grade six students. *Educational Studies in Mathematics, 43*(3), 271-292.

[xix] Este trabajo se desarrolla en el marco del proyecto EDU2016-74848-P (FEDER, AEI) en el seno del Grupo FQM-126 (Junta de Andalucía, España).