

EL DESARROLLO DEL CONCEPTO DE ECUACIÓN EN LIBROS ESPAÑOLES DE MATEMÁTICAS DEL SIGLO XVIII^{xxix}

The development of the equation concept in Spanish mathematics books from the 18th century

Madrid, M. J.^a, León-Mantero, C.^b, Maz-Machado, A.^b y López-Esteban, C.^c

^aUniversidad Pontificia de Salamanca, ^bUniversidad de Córdoba, ^cUniversidad de Salamanca

Resumen

La historia de las Matemáticas y la educación matemática contribuye a conocer el tratamiento matemático que distintos contenidos han recibido a lo largo de los años; por ejemplo, el conocimiento sobre la historia de las ideas algebraicas favorecerá entre otras cuestiones la comprensión de las dificultades históricas en la construcción de distintos conceptos de esta rama de conocimiento. Teniendo esto en cuenta, este trabajo se centra en la definición de ecuación para comparar las distintas definiciones que varios autores españoles del siglo XVIII dieron sobre ella. Se ha realizado un análisis de tipo histórico utilizando como herramienta el análisis de contenido de libros de Matemáticas antiguos, técnica ampliamente utilizada en investigaciones en este campo. Los resultados muestran cómo durante el siglo XVIII convivían las ideas clásicas sobre el Álgebra con las nuevas ideas que provenían en general de autores extranjeros.

Palabras clave: *ecuación, historia de las ideas algebraicas, historia de las Matemáticas y la educación matemática, siglo XVIII.*

Abstract

History of mathematics and mathematics education helps to understand the mathematical treatment that different contents have received throughout the years; for example, the knowledge about the history of algebraic ideas may help to understand the historical difficulties in the construction of different concepts of this branch of knowledge. Taking this into account, this paper focuses on the definition of equation in order to compare the different definitions that several Spanish authors of the 18th century gave about it. An analysis of historical kind has been carried out using as a tool the content analysis of old mathematics books, a technique which is widely used in research in this field. The results show how, during the 18th century, classical ideas about algebra coexisted with the new ideas that came mainly from foreign authors.

Keywords: *equation, history of algebraic ideas, history of mathematics and mathematics education, 18th century.*

INTRODUCCIÓN

La historia de las Matemáticas y de la educación matemática tienen entre sus múltiples objetivos conocer cómo ha evolucionado el tratamiento dado a distintos contenidos matemáticos a lo largo de los años. Ejemplos de ello son las investigaciones tanto a nivel nacional como internacional centradas en la evolución histórica del concepto de límite funcional (Sierra, González y López, 1999), en el estudio de la geometría analítica en España durante el siglo XIX (Sánchez y González, 2017), en el análisis de las justificaciones de los teoremas de derivabilidad en libros de texto de las leyes educativas españolas: Ley General de Educación, Ley de Ordenación General del Sistema Educativo y Ley Orgánica de Educación (Conejo, Arce y Ortega, 2015), o el trabajo de

Papadopoulos (2008), que analiza la enseñanza del cálculo del área de formas complejas y no regulares en libros de texto de griegos entre los siglos XVIII y XX.

Estos trabajos han utilizado libros de Matemáticas del pasado como una de las fuentes principales para conocer más sobre la historia de las Matemáticas y la educación matemática. Esto se debe a que, como apuntan distintos estudios, el libro de texto no ha sido solo un apoyo para la enseñanza en el aula, sino también una importante fuente de información para la investigación en educación matemática. Esto ocurre porque los libros para la enseñanza, en este caso de las Matemáticas, reflejan no solo los contenidos matemáticos que incluyen, sino que además muestran la vinculación con los avances del sistema educativo, los conocimientos científicos de cada momento, etc. (Maz-Machado y Rico, 2015).

Así mismo, la relevancia de la historia de las Matemáticas en el aula viene contrastada por distintos autores; por ejemplo, Rico (1997) apunta que puede ser un organizador curricular para la enseñanza de las Matemáticas que favorezca la motivación o la comprensión de las dificultades históricas en la construcción de un concepto determinado.

Sin embargo, en este sentido, indica Puig (2003) que para que la historia de las Matemáticas pueda utilizarse de manera provechosa en la investigación en Didáctica de las Matemáticas, es importante que esta se realice teniendo en cuenta las preguntas presentes en la investigación en Didáctica de las Matemáticas y no únicamente las preguntas propias de la investigación histórica.

Considerando que los contenidos algebraicos forman parte de las Matemáticas que se imparten en la Enseñanza Secundaria Obligatoria y, por tanto, el conocimiento sobre ellos desde la perspectiva de la Didáctica de la Matemática es necesario, en este trabajo nos hemos centrado en conocer más sobre la evolución histórica de algunos contenidos algebraicos en los libros de Matemáticas en castellano.

Así en 1552 se publica el considerado primer libro impreso en castellano en el que se trata el Álgebra, la *Arithmetica Algebraica* de Marco Aurel. El propio autor indica que los contenidos que trata son cosa nueva y “jamás vista, ni declarada, y podrá ser, que ni aun entendida ni imprimida en España” (Aurel, 1552).

Sin embargo, existe un manuscrito anónimo en catalán del Monasterio de Sant Cugat que contiene contenidos algebraicos y que pudo ser escrito en la primera mitad del siglo XVI (Docampo, 2006), y por tanto previamente a la obra de Marco Aurel.

Además, el mismo año en el que Aurel publicó su libro, Gonzalo de Busto imprimió en Sevilla una nueva edición del tratado de Juan de Ortega agregándole trece ejemplos de arte mayor. No parece probable que Gonzalo de Busto extrajera de la obra de Marco Aurel sus ejemplos, no solo por la cercanía en el momento de publicación de ambas obras sino, sobre todo, porque esos ejemplos sólo contienen la aplicación de algunas reglas para resolver esos problemas sin más explicación y no utiliza el autor abreviaturas para los nombres de las especies de números, ni las italianas ni las que usa Marco Aurel, sino que escribe “cosa”, “censo”, “cubo”, etc. (Puig y Fernández, 2013).

En cualquier caso, Rey-Pastor (1934) considera que el libro de Aurel ejerció gran influencia en el desarrollo de la Matemática en España en este siglo. De hecho, varios libros de Matemáticas en castellano publicados en el siglo XVI y comienzos del XVII, en concreto las obras de Juan Pérez de Moya, de Antich Rocha o de Juan Bautista Tolrá, con la excepción de la de Pedro Núñez, incluyeron contenidos algebraicos que salieron del libro de Aurel (Puig y Fernández, 2013).

Prueba de ello es que el propio Antich Rocha indica: “... he determinado seguir a Marco Aurel Aleman, y traerte 8 igualaciones, en las quales están fundadas las respuestas desta regla” (Rocha, 1564, p. 264).

También en el siglo XVII algunos autores españoles incluyen contenidos algebraicos, por ejemplo la *Arithmetica especulativa, y practica y arte del algebra* de Andrés Puig o la *Arithmetica Universalis* de Joseph Zaragoza (Puig, 2018).

El siglo XVIII en España puede dividirse en dos periodos bien diferenciados: el periodo anterior a la expulsión de los jesuitas de España en 1767 y el periodo posterior en el que predominan instituciones civiles y militares (Gómez, 2011).

Estas instituciones militares o civiles necesitan profesores con conocimientos matemáticos para asegurar la enseñanza y estos profesores, a diferencia del periodo anterior, no son ya religiosos sino que pertenecen a la sociedad civil. Esto supone un paulatino desplazamiento de las órdenes religiosas del control educativo y científico español (Maz, 2005). Además, muchos de estos profesores escribieron distintos tratados sobre Matemáticas para la enseñanza en estas instituciones, que incluían distintos contenidos matemáticos, entre ellos contenidos algebraicos. Estos hechos convierten al siglo XVIII español en un periodo de cambios en el panorama científico, lo cual ha favorecido que distintos autores hayan enfocado sus investigaciones al estudio de manuales de Matemáticas publicados en este siglo, por ejemplo, los trabajos de Blanco (2013) o Maz y Rico (2009).

La relevancia de la enseñanza de contenidos algebraicos en el siglo XVIII se muestra no solo en la diversidad de libros de Matemáticas para la enseñanza que incluían estos contenidos, sino también por ejemplo en el hecho de que en exámenes de Matemáticas para los alumnos de la Real Maestranza de Granada, se incluyera un apartado de Álgebra en el que se debía, entre otras cuestiones, explicar su objeto, los caracteres y signos que utiliza, resolver ecuaciones de primer y segundo grado, etc. (*Exámenes de matemáticas y lengua francesa que sufrieron los alumnos en la clase de la Real Maestranza de Granada*, 1798). Teniendo esto en cuenta, en este trabajo ponemos el foco de interés en el tratamiento del concepto de ecuación en libros de Matemáticas en castellano del siglo XVIII.

METODOLOGÍA

Se trata de un trabajo de tipo descriptivo y *ex post facto*, enmarcado en el enfoque de investigación de tipo histórico (Fox, 1981). En este trabajo se ha puesto el foco en uno de los componentes de la historia de las ideas algebraicas que destaca Puig (2003): la historia de la resolución de ecuaciones.

Por ello el objetivo de este estudio es identificar y caracterizar el tratamiento matemático dado a la definición de ecuación en distintos libros de Matemáticas publicados en España durante el siglo XVIII.

La técnica de análisis que se ha tenido en cuenta es el análisis de contenido de libros de texto, siguiendo las pautas propuestas por Maz (2009) y que han sido utilizadas en otras investigaciones en este ámbito (Madrid, Maz-Machado, León-Mantero y López-Esteban, 2017; Maz y Rico, 2009; Maz-Machado y Rico, 2015).

Para realizar este análisis se definieron como unidades de análisis cada uno de los párrafos incluidos en los textos en los que se incluía la definición de ecuación. Estos se leyeron, analizaron y posteriormente se realizó su categorización mediante una triangulación de expertos en Historia de la Educación Matemática.

De cara a la selección de las obras se consideraron los siguientes criterios adaptados de Maz (2005):

- Idioma: se consideraron únicamente los libros escritos originalmente en castellano.
- Siglo XVIII: todos los libros analizados se publicaron por primera vez en el siglo XVIII.
- Álgebra: todos los libros analizados incluyen al menos una definición de ecuación.

- Disponibilidad del texto: la lejanía en el tiempo de publicación de algunos de estos libros dificulta el acceso a ellos, por tanto se escogieron obras que estuvieran disponibles cuando fuese necesario. Esto hizo que la muestra elegida fuera intencional y por conveniencia.

La búsqueda y localización de los libros de Matemáticas se realizó a través de la Biblioteca Digital Hispánica de la Biblioteca Nacional de España y del catálogo digital Google Books y se seleccionaron finalmente once textos que se presentan en el apartado siguiente.

A lo largo de esta comunicación, en todas las transcripciones de las obras se han mantenido, en la medida de lo posible, tanto el lenguaje como la ortografía original, aun cuando estos no coincidan con el lenguaje ni con las normas ortográficas, de puntuación y acentuación del castellano actual.

RESULTADOS

La importancia que los autores del siglo XVIII otorgan al Álgebra queda manifiesta en las palabras de Tosca en su Introducción breve a las disciplinas matemáticas: “Entra en tercero lugar la Algebra, que con sagacidad increíble, sigue por varias, y ocultas sendas la verdad hasta encontrarla; dissuelve las questionnes mas dificiles, y allana los mas intrincados laberintos” (Tosca, 1707, p. 3).

En ese mismo sentido dice Cerda cuando compara Aritmética y Álgebra: “el modo de obrar es algo diferente el uno del otro; el del Algebra es mas facil, y expedito, porque no está atado a tantas leyes, y circunstancias, el de la Arithmetica es mas dificil, y penoso” (Cerda, 1758a, p. 6).

En cuanto a las definiciones de ecuación incluidas por estos autores, Pedro de Ulloa publica en 1706 su obra *Elementos Mathematicos* que tiene unas 25 páginas dedicadas a las ecuaciones. Para definir ecuación indica lo siguiente:

Expressadas las Cantidades en la forma dicha, se corregirán las expresiones, siempre que se pueda, reduciendolas à los menos terminos, que sea possible, como si la expression que se tiene, es, $x+ 5 + x + 10$. antes de passar àdelante, se escribirà $2x+15$. Despues segun las condiciones, que explicita, ò implicitamente se dice, que tienen las Cantidades conocidas con las no conocidas se compararán las unas con las otras para expressar la Razon geometrica, que tienen entre si. Esta Razon, ò será de igualdad, ò de desigualdad, Si es de igualdad, expressando esse Cotejo con su señal quedará expressada de dos modos una misma Cantidad, y esse Cotejo es lo que se llama Equacion, ò Igualacion (Ulloa, 1706, p. 127).

Vicente Tosca publica en 1709 el segundo tomo de su *Compendio mathematico* y dedica en esta obra un tratado completo al Álgebra de más de 250 páginas que subdivide en 8 libros. Define igualación brevemente como: “la comparacion, ò cotejo de una cantidad con otra igual, pero de diferente nombre, ò caracter, como $x \Omega b$. $z ---a \Omega b^2$ &c.” (Tosca, 1709, p. 112).

Incluye Francisco Xavier Garcia (1733) en su obra *Arithmetica especulativa y practica y arte mayor o algebra* el Libro Sexto que trata del Álgebra y de las prevenciones que son necesarias para su perfecta inteligencia. Al contrario que las obras de Ulloa o Tosca, utiliza este autor las denominaciones cosa, censo, etc. y sus abreviaturas.

Igualacion no es otra cosa, que igualar, ò anivelar una cantidad comparada con otra, y es lo mismo (hablando vulgarmente) que una porcion de pimienta dividirla en las balanzas de un peso, que en donde cae el peso, yà se vè que ay mas que en la otra, por esso se quita de la una, y se añade en la otra, hasta tanto que las dos balanzas estèn iguales. Assi que tambien una cantidad del numero si se iguala con otra, tambien se quita, y se añade por los preceptos que se ponen para igualar la una con la otra, v.g. si se igualasen 7. co. à 42. numeros, ò 4. Censos à 36. numeros, ò 3. Censos, mas 6. cosas à 60. numeros, y assi otras muchas, que vendrán de diversos modos (Garcia, 1733, p. 378).

Pedro Padilla y Arcos incluye en su tercer tomo del *Curso militar de mathematicas, sobre las partes de estas ciencias, pertenecientes al Arte de la Guerra* (1756) un tratado sobre el Álgebra. Define en él ecuación (Padilla y Arcos, 1756, p. 104): “Quando dos cantidades iguales en la realidad, pero diversas en la denominacion, ò expression, se igualan entre si, resulta una equacion.”

Añade además como corolario (Padilla y Arcos, 1756, p. 104): “La expression Algebraica de una equacion será el escribir las cantidades con sus denominaciones, y el signo de igualdad = entre ellas”. E indica ejemplos como $x + y = xy$, $a^2 = y^2 - x^2$ ó $x^3 - 2xy^2 = 500$.

Thomas Cerda publica en 1758 sus dos tomos de *Liciones de Mathematica, o Elementos generales de arithmetica y algebra para el uso de la clase* (Cerda, 1758a, 1758b). Incluye en su segundo tomo unas 180 páginas dedicadas a las ecuaciones, llegando hasta el estudio de las ecuaciones superiores y al método de Newton. Se trata de un libro de Álgebra en el sentido moderno del término, que incorpora los avances recientes de su época (Maz y Rico, 2009).

Define ecuación como: “una proposicion, que afirma la igualdad de dos cantidades, ò de dos Sumas por medio de la señal (=) general de la Algebra para significar igualdad, el qual media entre dos partes, que se llaman Miembros de la Equacion” (Cerda, 1758b, p. 3).

Benito Bails publica en 1776 sus *Principios de matematica*. La obra incluye en su primer tomo un apartado con los Principios del Álgebra con unas 90 páginas. Y define ecuación como sigue:

como todo el empeño está en averiguar á qué cantidad ó cantidades conocidas es igual la cantidad incógnita, toda cuestión matematica pára en la espresion de esta igualdad, poniendo entre las cantidades conocidas y la incógnita el signo = que, según digimos (165), significa igual a; toda espresion puesta en esta forma se llama una equacion (Bails, 1776, p. 141).

Indica como ejemplo de ecuación de primer grado $x=c$ y $x^2 = ab$ como ecuación de segundo grado.

Juan Justo Garcia publica en 1782 su obra *Elementos de aritmética, álgebra y geometría* escrita para sus propios alumnos de la Universidad de Salamanca. La obra incluye en su libro distintos capítulos sobre Álgebra, entre ellos incluye la definición de ecuación:

Equacion es una espresion algébrica que espresa la igualdad de dos cantidades mediante el signo =, como $8 + 4 = 12$; $a + b = c$; se compone de dos miembros el primero le forman las cantidades 8 y 4, a y b que estan á la izquierda del signo; al segundo 12 y c, que estan á la derecha (Garcia, 1782, p. 92).

Se publica en 1782 la obra *Rudimentos de algebra: para facilitar la enseñanza de la Escuela Patriótica de la Real Sociedad Aragonesa de Amigos del Pais* escrita por Jayme Conde. Indica el autor brevemente lo siguiente: “Por equacion se entiende la igualación de dos cantidades” (Conde, 1782, p. 14).

También en 1782, publica en Segovia el italiano Pedro Giannini el segundo tomo dedicado del *Curso matematico para la enseñanza de los caballeros cadetes del Real Colegio Militar de Artillería*, cuyo objeto es la Aritmética universal, que incluye un segundo libro dedicado a la resolución de ecuaciones. Define ecuación como: “Equacion ó Igualación se llama la comparación de dos cantidades iguales mezcladas indistintamente con cantidades conocidas é incógnitas, y expresadas de diferente modo; como $x^2 - a = bx + cd$, $x^2y - 3abx + cy^2 = y^3 - d^2h$.” (Giannini, 1782, p. 261).

Manuel Poy y Comes publica en 1786 en Barcelona el libro *Elementos de aritmetica y algebra para la instruccion de la juventud*. Incluye en sus elementos unos capítulos sobre Álgebra y así define en ecuación: “En esta ciencia continuamente se trata de la igualdad. La expresion algebrayca de un problema, ò de una condicion problématica, se llama equacion, ó igualacion, la qual consiste en un agregado de terminos algebraycos unidos con este signo =” (Poy y Comes, 1786, p. 215).

En 1794 publica Francisco Verdejo el *Compendio de Matemáticas puras y mixtas para instruccion de la juventud*. Incluye en este libro distintos capítulos sobre Álgebra, entre ellos el capítulo VII que se centra en la resolución de las ecuaciones de primer y segundo grado, con su aplicación a varias cuestiones. Y define ecuación como: “toda expresion compuesta de varias cantidades separadas con el signo de igualdad, tales son $a = m$, $a - b + c = q$, $m^3 - an^2 + dc^2 = q^3 - phe$, &c.” (Verdejo, 1794, p. 128).

La Tabla 1 muestra una comparativa de las principales diferencias entre las distintas definiciones presentadas para el concepto de ecuación en cada una de las obras.

Tabla 1. Comparativa de la definición de ecuación en las obras

	Igualar	Comparación o cotejo	Proposición	Expresión (algebraica)
<i>Elementos mathematicos</i> (Ulloa, 1706)		X		
<i>Compendio mathematico. Tomo II</i> (Tosca, 1709)		X		
<i>Arithmetica especulativa y practica y arte mayor o algebra</i> (Garcia, 1733)	X			
<i>Curso militar de mathematicas, sobre las partes de estas ciencias, pertenecientes al Arte de la Guerra</i> (Padilla y Arcos, 1756)	X			X
<i>Liciones de mathematica, o elementos generales de arithmetica y algebra para el uso de la clase. Tomo 2.</i> (Cerda, 1758b)			X	
<i>Principios de matematica</i> (Bails, 1776)				X
<i>Rudimentos de algebra</i> (Conde, 1782)	X			
<i>Elementos de aritmetica, álgebra y geometría</i> (Garcia, 1782)				X
<i>Curso matematico para la enseñanza de los caballeros cadetes del Real Colegio Militar de Artillería</i> (Giannini, 1782)		X		
<i>Elementos de aritmetica y algebra para la instruccion de la juventud</i> (Poy y Comes, 1786)				X
<i>Compendio de matemáticas puras y mixtas para instruccion de la juventud</i> (Verdejo, 1794)				X

Como se ha indicado previamente el primer libro impreso en España en el que se incluyen contenidos algebraicos es el *Libro primero de Arithmetica Algebraica* de Marco Aurel publicado en 1552, en él incluye el autor varios capítulos sobre la regla de la cosa o arte mayor. El concepto de ecuación en la *Arithmetica Algebraica* (Aurel, 1552) es:

Y digo que para hazer una demanda, por la dicha regla, has de imaginar q tal cuenta, o demanda ya es hecha, y respondido, y tu agora la quieres probar. Y pornas q la respuesta fuesse una **℞**, con la qual has de proceder con los avisos y reglas dadas, como si fuere la propia cantidad sabida, o respuesta verdadera, hasta tanto que venga a la postre la ultima respuesta, debaxo de caracteres, o quantides ocultas. La qual, o las quales diras ser ygal a lo que tu querrias q viniessse. Y luego practicaras esta tal ygalacion, por una de las 8 ygalacioones siguientes a la que será sujeta, y por ella te será declarada la valor de la **℞** oculta, y primero propuesta (Aurel, 1552, fo. 76b).

Y añade “Que quiere dezir ygal” (Aurel, 1552, fo. 77):

En las igualaciones, siempre serán necesarias dos partes. La una, la que viene en la operacion de la demanda con caracteres ocultos y la otra, la que tu querrias que viniessse, o la que havia de venir. Por lo qual diras, que la una es ygal a la otra (Aurel, 1552, fo. 77).

Se trata por tanto de un planteamiento similar al que encontramos en la obra de Francisco Xavier Garcia, relacionando simplemente igualación con igualar; aunque las abreviaturas que este utiliza no son las mismas que Marco Aurel, sino las italianas presentes en autores españoles como Pérez de Moya, Antich Rocha, etc. Destaca sin embargo en la obra de Francisco Xavier Garcia el ejemplo propuesto de la balanza para explicar el concepto de ecuación.

Análogamente si consideramos la definición aportada por Joseph Zaragoza en su obra de 1669: “Igualacion es la comparacion de una Cantidad con otra igual de diferente nombre, ó la igualdad de dos Cantidades en el nõbre diferentes” (Zaragoza, 1669, p. 330).

Esta es similar a la planteada posteriormente por Ulloa o por Tosca. Además, estos dos autores son los únicos entre los autores del siglo XVIII estudiados que utilizan, igual que Zaragoza, el Ω en lugar del $=$.

Colin MacLaurin, quien fue seguidor de Newton, escribió la obra *Treatise of Algebra* en la que se dedicó fundamentalmente a comentar la obra *Arithmetica Universalis* de Newton (Hormigón, 1994), en ella indica que “An equation is a “Proposition asserting the Equality of two Quantities”. It is expressed most commonly by setting down the Quatinties, and placing the sign (=) between them” (MacLaurin, 1748, p. 61). Similar definición a la que posteriormente plantea Cerdá, conocedor además de la obra de MacLaurin, a la que hace referencia en su página 20 para hablar de un método para despejar ecuaciones con varias incógnitas.

Blanco (2013) indica que aunque Pedro Padilla no se refiere explícitamente a la *Enciclopedia* de D’Alambert y Diderot en su obra, algunas clasificaciones que presenta este autor muestran la temprana recepción y circulación de la *Enciclopedia* en España. En ese sentido, si nos fijamos en la definición de ecuación que incluye Berthoud (1751) en la *Enciclopedia* podemos ver cierta similitud: una expresión de la misma cantidad presentada bajo dos denominaciones diferentes.

A su vez Bézout publica en 1766 el tercer tomo de su *Cours de mathématiques à l’usage des gardes du pavillon et de la marine* dedicado al Álgebra, que Hormigón (1994) considera fue fuente de inspiración para Bails y sus *Elementos*. Incluye el autor la siguiente definición de ecuación:

Pour marquer que deux quantités sont égales, on les sépare l’une de l’autre par ce signe =, qui se pronoce par le mot égale, ou par les mots est égal à; ainsi cette expresision $a = b$, se prononceroit en disant a égale b, ou a est égal à b.

L’assamblage de deux ou de plusieurs quantités séparées ainsi par le signe =, est ce qu’on appelle une Equation (Bézout, 1766, pp. 45 – 46).

Dicha definición tiene también similitudes con la planteada por Bails en su obra *Principios* de 1776. A su vez, indica Robledo (2010) que los *Elementos* de Juan Justo Garcia son una adaptación de, entre otros, los *Elementos* de Bails, y si comparamos la definición de ecuación dada por ambos autores también es posible observar similitudes.

En definitiva, estos ejemplos son una muestra de cómo distintos autores extranjeros o españoles son conocidos por los autores de estas obras, ejemplo de ello es el Resumen histórico sobre el Álgebra de Juan Justo Garcia en el que menciona gran variedad de autores, por ejemplo, Diofanto, Hipatia, Lucas de Burgo, Cardano, Pedro Núñez, Euler, Lagrange, Descartes, Newton, Leibniz, Fontaine o MacLaurin entre otros, o Tosca que menciona en su obra a Michel Rollé con su *Tratado de álgebra*, etc.

Finalmente, comparando con la definición actual de ecuación que puede encontrarse en un libro de texto de primero de ESO:

“Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas” (Pancorbo y Ruiz, 2015, p. 122), entendiendo además por expresión algebraica “una expresión matemática en la que intervienen letras, números y símbolos de operaciones matemáticas” (Pancorbo y Ruiz, 2015, p. 119).

Vemos que en las definiciones de Bails o Verdejo ya aparecerá el termino expresión, o en el caso de Juan Justo Garcia o de Manuel Poy y Comes expresión algebraica, más cercano al actual. Sin embargo, dentro de un libro de texto actual no se incluiría como ejemplo de ecuación: $8 + 4 = 12$, que sin embargo sí incluye Juan Justo Garcia.

CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS DE FUTURO

Como indica Rico (1997), el conocimiento sobre las dificultades en el desarrollo de un concepto matemático que nos aporta la historia de las ideas algebraicas puede facilitar su comprensión. Los contenidos algebraicos forman parte de muchos de los libros de matemáticas publicados en el siglo XVIII, las distintas definiciones de ecuaciones incluidas por los autores nos permiten conocer cómo convivían en este siglo XVIII las concepciones de autores del pasado junto con las nuevas ideas matemáticas que provenían en general del extranjero.

Ejemplo de ello es el libro de Garcia (1733) que sigue utilizando los nombres: cosa, censo, etc. que aparecían ya en el primer libro impreso de álgebra en España en 1552, mientras que definiciones como la de Manuel Poy y Comes se acercan más a la concepción de ecuación que se puede encontrar en un libro de texto actual. Este estudio nos muestra a su vez cómo las obras de muchos autores extranjeros eran ya conocidas en España, por ejemplo Cerda (1758b) menciona las obras de autores extranjeros como MacLaurin, o Juan Justo Garcia que en su resumen histórico sobre el Álgebra cita a Descartes, Newton o MacLaurin, entre otros.

La continuación de este trabajo se centrará en estudiar el tratamiento matemático dado a otros contenidos algebraicos, por ejemplo: la resolución de ecuaciones de primer o segundo grado, de ecuaciones con varias incógnitas, etc. El propósito será confirmar si las diferencias que muestran los autores en la definición de ecuación se mantienen en el tratamiento de otros contenidos algebraicos, y si las similitudes encontradas con libros publicados por autores extranjeros se mantienen en el resto de contenidos, permitiéndonos por tanto valorar su influencia. Así mismo se podrán considerar los contextos en los que se presentan los contenidos para valorar las diferencias según el tipo de obra.

La realización de actividades en las que se analicen ventajas e inconvenientes de las distintas definiciones y de la actual resulta una de las posibles contribuciones a la Didáctica de la Matemática, como plantearon ya Meavilla y Oller (2014) con el simbolismo algebraico del siglo XVI.

Referencias

- Aurel, M. (1552). *Libro primero, de Arithmetica Algebraica*. Valencia: Casa de Ioan de Mey Flandro.
- Bails, B. (1776). *Principios de matematica donde se enseña la especulativa, con su aplicacion a la dinámica, hidrodinámica, óptica, astronomía, geografia, gnomónica, arquitectura, perspectiva, y al calendario*. Madrid: Joachin Ibarra.
- Berthoud, F. (1751). Equation. En D. Diderot y J. D'Alembert (Eds.), *Encyclopedie, ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers. Tome Cinquieme* (pp. 842- 871). París, Francia: Chez Briasson, David, Le Breton, Durand.
- Bézout, E. (1766). *Cours de mathématiques a l'usage des gardes du pavillon et de la marine, troisième partie, contenant l'algèbre & l'application de cette science à l'arithmétique & à la géométrie*. París, Francia: Chez J. B. G. Musier.
- Blanco, M. (2013). The mathematical courses of Pedro Padilla and Étienne Bézout: Teaching Calculus in eighteenth-century Spain and France. *Science & Education*, 22(4), 769-788.
- Cerda, T. (1758a). *Liciones de mathematica, o elementos generales de arithmetia y algebra para el uso de la clase. Tomo 1*. Barcelona: Francisco Suria.
- Cerda, T. (1758b). *Liciones de mathematica, o elementos generales de arithmetia y algebra para el uso de la clase. Tomo 2*. Barcelona: Francisco Suria.
- Conde, J. (1782). *Rudimentos de algebra para facilitar la enseñanza de la Escuela Patriótica de la Real Sociedad Aragonesa de Amigos del Pais*. Zaragoza: Blas Miedes.

- Conejo, L., Arce, M. y Ortega, T. (2015). Análisis de las justificaciones de los teoremas de derivabilidad en los libros de texto desde la Ley General de Educación. *AIEM*, 8, 51–71.
- Docampo, J. (2006). Reading Luca Pacioli's *Summa* in Catalonia: An early 16th-century Catalan manuscript on algebra and arithmetic. *Historia Mathematica*, 33(1), 43–62.
- Exámenes de matemáticas y lengua francesa que sufrieron los alumnos en la clase de la Real Maestranza de Granada* (1798). Granada: Imprenta Nueva.
- Fox, D. J. (1981). *El proceso de investigación en educación*. Pamplona: Universidad de Navarra.
- García, F. X. (1733). *Arithmetica especulativa y practica y arte mayor o algebra*. Zaragoza: Imprenta Real de Luis de Cueto.
- García, J. J. (1782). *Elementos de aritmetica, álgebra y geometría*. Madrid: Joaquín Ibarra.
- Giannini, P. (1782). *Curso matematico para la enseñanza de los caballeros cadetes del Real Colegio Militar de Artillería. Tomo Segundo*. Segovia: Antonio Espinosa.
- Gómez, B. (2011). Marco preliminar para contextualizar la investigación en historia y educación matemática. *Épsilon*, 77, 9–22.
- Hormigón, M. (1994). *Las matemáticas en el siglo XVIII*. Madrid: Akal.
- MacLaurin, C. (1748). *A Treatise of Algebra*. Londres, Reino Unido: A. Millar and J. Nourse.
- Madrid, M. J., Maz-Machado, A., León-Mantero, C. y López-Esteban, C. (2017). Aplicaciones de las Matemáticas a la vida diaria en los libros de aritmética españoles del Siglo XVI. *Bolema*, 31(59), 1082–1100.
- Maz, A. (2005). *Los números negativos en España en los siglos XVIII y XIX* (Tesis doctoral no publicada). Universidad de Granada, Granada.
- Maz, A. (2009). Investigación histórica de conceptos en los libros de matemáticas. En M. J. González, M. T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 5–20). Santander: SEIEM.
- Maz, A. y Rico, L. (2009). Las *Liciones de matemáticas* de Thomas Cerda: doscientos cincuenta años (1758-2008). *Suma*, 60, 35–41.
- Maz-Machado, A. y Rico, L. (2015). Principios didácticos en textos españoles de matemáticas en los siglos XVIII y XIX. *RELIME*, 18(1), 49–76.
- Meavilla, V. y Oller, A. M. (2014). El simbolismo algebraico en tres álgebras españolas del siglo XVI. *NÚMEROS*, 87, 59-68.
- Padilla y Arcos, P. (1756). *Curso militar de mathematicas, sobre las partes de estas ciencias, pertenecientes al Arte de la Guerra. Tomo 3*. Madrid: Imprenta de Antonio Marin.
- Pancorbo, L. y Ruiz, G. (2015). *Matemáticas 1.2*. Barcelona: Vicens Vives.
- Papadopoulos, I. (2008). Complex and non-regular shapes: Their evolution in Greek textbooks (1749-1971). *Science & Education*, 17(1), 115–129.
- Poy y Comes, M. (1786). *Elementos de aritmetica y algebra para la instruccion de la juventud*. Barcelona: Francisco Suria y Burgada.
- Puig, L. (2003). Historia de las ideas algebraicas: componentes y preguntas de investigación desde el punto de vista de la matemática educativa. En E. Castro (Ed.), *Investigación en educación matemática: séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 97–108). Granada: SEIEM.

- Puig, L. (2018). *Lo viejo y lo nuevo en la enseñanza del álgebra en el siglo XVII en España: la Arithmetica especulativa, y practica y arte del algebra de Andrés Puig frente a la Arithmetica Universalis de Joseph Zaragozà*. Comunicación presentada en el Grupo de Investigación “Historia de las matemáticas y educación matemática (HMEM)”, XXIII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. Gijón.
- Puig, L. y Fernández, A. (2013). La *Arithmetica Algebraica* de Marco Aurel, primer álgebra impresa escrita en español. Preliminares para su estudio. En L. Rico, M. C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina e I. Segovia (Eds.), *Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (pp. 143–150). Granada: Comares.
- Rey-Pastor, J. (1934). *Los matemáticos españoles del siglo XVI*. Madrid: Junta de Investigaciones Histórico-Bibliográficas.
- Rico, L. (1997). Los organizadores del currículo de matemáticas. En L. Rico, E. Castro, E. Castro, M. Coriat, A. Marín, L. Puig, M. Sierra y M. M. Socas (Eds.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 39–59). Barcelona: ICE - Horsori.
- Robledo, R. (2010). Juan Justo García. En J. M. Lama (Ed.), *Los primeros liberales españoles: la aportación de Extremadura, 1810-1854 (biografías)* (pp. 27-48). Badajoz: Diputación de Badajoz, Departamento de Publicaciones.
- Rocha, A. (1564). *Arithmetica*. Barcelona: Casa de Claudio Bornat a la Águila Fuerte.
- Sánchez, I. M. y González, M. T. (2017). La geometría analítica en España durante el siglo XIX : estudio de las soluciones negativas de una ecuación. *Enseñanza de Las Ciencias*, 35(3), 89–106.
- Sierra, M., González, M. T. y López, C. (1999). Evolución histórica del concepto de límite funcional en los libros de texto de Bachillerato y Curso de Orientación Universitaria (COU): 1940-1995. *Enseñanza de las Ciencias*, 17(3), 463–476.
- Tosca, T. V. (1707). *Compendio mathematico. Tomo I*. Valencia: Antonio Bordazar.
- Tosca, T. V. (1709). *Compendio mathematico. Tomo II*. Valencia: Antonio Bordazar.
- Ulloa, P. de. (1706). *Elementos mathematicos*. Madrid: Antonio Gonçalez de Reyes.
- Verdejo, F. (1794). *Compendio de matemáticas puras y mixtas para instruccion de la juventud* (1ª ed.). Madrid: Viuda de Ibarra.
- Zaragoza, J. (1669). *Arithmetica universal que comprehende el arte menor, y maior, algebra vulgar, y especiosa*. Valencia: Geronimo Vilagrassa.

^{xxix} Esta comunicación se ha realizado dentro del proyecto de investigación del Plan I+D+i del Ministerio de Economía y Competitividad (Fondos FEDER) EDU2016-78764-P.