

MODELOS PARA EL ESTUDIO DE LA TRANSICIÓN ENTRE SECUNDARIA Y UNIVERSIDAD EN LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA^{xxxix}

Models for studying the transition between secondary and university in the teaching and learning of mathematics

Rodríguez-Cisneros, L.^a y Perdomo-Díaz, J.^b

^aPontificia Universidad Católica del Ecuador – Sede Ibarra, ^bUniversidad de La Laguna

Resumen

El objetivo de este trabajo es presentar un modelo para el estudio de la transición de Educación Secundaria a Universidad, en relación con la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Dicho modelo se ha creado a partir de un análisis sistemático de cuatro investigaciones que han abordado este objeto de estudio desde diferentes enfoques. El modelo propuesto trata de integrar los principales elementos encontrados en la literatura (el estudiante, la matemática y el entorno), además de incorporar aspectos propios del contexto en que será usado. Este modelo puede servir, además de como referente para investigar el proceso de transición, para la formulación de acciones didácticas que faciliten la transición de secundaria a universidad.

Palabras clave: matemáticas, transición, educación secundaria, bachillerato, universidad.

Abstract

The main aim of this paper is to present a model for the study of the transition from Secondary to University, in relation to the teaching and learning of mathematics. This model has been created from a systematic analysis of four investigations that have addressed this object of study from different approaches. The proposed model tries to integrate the main elements found in the literature (the student, the mathematics and the environment), as well as incorporating aspects of the context in which it will be used. This model can serve, as well as as a reference to investigate the transition process, for the formulation of didactic actions that facilitate the transition from secondary to university.

Keywords: mathematics, transition, secondary education, high school, university.

INTRODUCCIÓN

Uno de los temas que preocupa, no solo al ámbito de la investigación en Educación, sino a buena parte de la sociedad, es el alto nivel de abandono que se produce en los estudios universitarios. En el caso de Latinoamérica, la tasa de abandono en estos estudios está sobre el 50% (Rubio-Gómez, Tocaín-Garzón, y Mantilla-Guerra, 2012). En el caso particular de Ecuador, el porcentaje es algo menor, entre un 12% y un 30% (Fernández-Orrantía y Silva, 2014). Las posibles razones del abandono han sido investigadas hace décadas, encontrándose que hay factores personales, familiares, económicos, educativos, entre otras (por ejemplo, Rach y Heinze, 2017).

La Pontificia Universidad Católica del Ecuador (PUCE), universidad privada más antigua del país, tiene una sede en la ciudad de Ibarra, cuyos datos históricos muestran tasas de abandono entre 13% y 33% (Rubio-Gómez et al., 2012). Una de las características de esta sede es que la mayoría de los grados que se ofertan tiene alguna asignatura relacionada con las matemáticas en los primeros cursos. De acuerdo a reportes de notas finales que constan en su secretaría, entre los años 2012 y 2017, los porcentajes de suspenso en las asignaturas del área de matemáticas de los semestres

Rodríguez-Cisneros, L. y Perdomo-Díaz, J (2019). Modelos para el estudio de la transición entre secundaria y universidad en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 523-532). Valladolid: SEIEM.

iniciales de las carreras de esa sede están entre 27% y hasta 76%. ¿De qué forma están relacionados estos porcentajes con el abandono de los estudiantes?

Por otra parte, en Ecuador, todos los estudiantes, en el último año de bachillerato, presentan un examen denominado “Ser Bachiller” que aplica el Instituto Nacional de Evaluación Educativa de Ecuador (INEVAL). Resultados recientes (INEVAL, 2018) muestran que, en el dominio matemático, el porcentaje de respuestas correctas es bastante bajo: resolución de problemas estructurados (47%), relaciones entre variables y sus representaciones (44%), organización y análisis de información (47%), relaciones y patrones (65%) y razones y proporciones (41%), lo que indicaría niveles limitados en el desarrollo de ciertas destrezas matemáticas en los estudiantes que completan el bachillerato. ¿Qué relación podrían tener estos resultados con la tasa de abandono en el primer año de universidad?

Varias investigaciones indican que el propio proceso de transición de Educación Secundaria a la Educación Superior podría estar entre los factores que provocan el abandono durante el primer año de universidad (Bardelle y Di Martino, 2012; Di Martino y Gregorio, 2018; Gueudet, 2008).

En general, la transición desde la etapa de Educación Secundaria a la Universidad se describe como un período emocionante, complejo y, en algunos casos, problemático. Aunque la transición de la matemática de secundaria a universidad se ha investigado a lo largo de los años y desde diferentes enfoques, aún son escasos los estudios a nivel latinoamericano sobre este tema. Si bien algunos autores han propuesto categorías para estos estudios sobre transición (De Guzmán, Hodgson, Robert y Villani, 1998; Gueudet, 2008), habría mucho por investigar en este campo en el contexto latinoamericano que tiene aspectos culturales y sociales particulares que requerirían incluir aspectos específicos en los modelos ya propuestos.

El objetivo de esta comunicación es presentar un modelo para el estudio de la transición matemática que integre aspectos del estudiante, la matemática y el entorno. El modelo se ha construido a partir del análisis sistemático de los modelos propuestos en cuatro investigaciones con foco en diferentes dominios, desde el cognitivo al afectivo.

A continuación, se presenta la síntesis de las cuatro investigaciones seleccionadas, que estudian la transición desde enfoques diferentes, para terminar presentando el modelo generado a partir de ellos y una reflexión final donde se señalan los principales aportes y algunos posibles usos de este modelo alternativo.

LA TRANSICIÓN MATEMÁTICA COMO OBJETO DE ESTUDIO POR GUEUDET (2008)

Este trabajo comienza con una reflexión en torno a las dudas que surgen al tratar de definir en qué momento ocurre la transición ya que, por ejemplo, a veces los temas matemáticos considerados significativamente difíciles se proponen en segundo año de universidad o el contenido matemático que podría considerarse del plan de estudios universitario ya se enseña en secundaria para preparar a los estudiantes. Para Gueudet (2008), la transición es un cambio a un “país nuevo, con un nuevo idioma y nuevas leyes que hacen que el estudiante novato se sienta como un extranjero”. Según afirma, este cambio se desarrolla aproximadamente dos años antes de ingresar a la universidad y dos años después, pues considera que las investigaciones que se desarrollen en ese lapso de tiempo pueden establecer resultados sobre temas relacionados a la transición.

Los problemas asociados con la transición han sido investigados ya desde hace varios años; en su revisión, la autora sistematiza investigaciones desde 1991 a 2007 tomando como referencia experiencias documentadas en Francia, Reino Unido, Bélgica y Dinamarca, en grados que corresponden al último nivel de Educación Secundaria.

Gueudet (2008) toma como referencia una revisión de la literatura realizada por De Guzmán et al. (1998), en la que se clasifican los estudios atendiendo a las perspectivas desde las que se realiza la

investigación (epistemológicas, cognitivas, socioculturales y didácticas), y reorganiza los trabajos sobre transición según el foco de atención en las investigaciones. Distingue así entre estudios centrados (i) en los modos de pensamiento y la organización del conocimiento, (ii) en la demostración y la comunicación matemática y (iii) en la transposición didáctica y el contrato didáctico. A continuación, se resumen las ideas principales del estudio de Gueudet (2008) desde cada uno de estos aspectos.

Modos de pensamiento y organización del conocimiento

En este enfoque, Gueudet (2008) menciona a Tall (1991) como un referente del Pensamiento Matemático Avanzado pues caracteriza la transición entre dos modos de pensamiento, que puede corresponder a la transición entre secundaria y universidad, pero no en forma exclusiva. Por otro lado, Sierpinska (2000) distingue entre el pensamiento teórico y práctico. Este autor menciona que los matemáticos usan ambos modos de pensamiento y que muchas dificultades encontradas en estudiantes de primer año de universidad en el contexto podrían estar relacionadas con el uso del pensamiento práctico por encima del pensamiento teórico. Esto sería similar a lo propuesto por Lithner (2000) que distingue entre razonamiento plausible y razonamiento basado en experiencias establecidas. Ambos trabajos muestran que los estudiantes están limitados a un modo de pensamiento y razonamiento debido a la falta de experiencia matemática, aunque también la forma en que se enseña el contenido en colegio o en universidad sería responsable de esas dificultades.

Para Gueudet (2008), considerar este enfoque en el diseño de enseñanza, implica ampliar la gama de tareas de manera que permitan el desarrollo de diferentes soluciones, con el fin de fomentar la autonomía matemática de los estudiantes. Otra acción didáctica sería el uso de diferentes representaciones del mismo objeto matemático en paralelo, por ejemplo, con el uso de un entorno de geometría dinámica, sistemas de álgebra computacional o incluso ejercicios en línea interactivos para fomentar la flexibilidad entre los modos de pensamientos. Estas acciones, entre otras pueden fomentar el desarrollo del pensamiento flexible y así facilitar la transición de secundaria a universidad.

Demostración y comunicación matemática

En este aspecto, Gueudet (2008) señala que existe un cambio gradual de la forma en que se organizan los conocimientos hacia el lenguaje matemático que se utiliza para la construcción y comunicación de las pruebas matemáticas. El autor indica que la enseñanza recibida en la universidad podría ser, al menos en parte, responsable de las dificultades encontradas por los estudiantes novatos. De acuerdo con Dreyfus (1999), los profesores universitarios y los libros de texto no tienen como objetivo explícito dar a los estudiantes los medios para aprender a construir pruebas y controlar su validez; estos aspectos de las matemáticas parecen quedar bajo la responsabilidad de los estudiantes. En base a este enfoque, Gueudet (2008) indica que existe una necesidad real de mejorar los textos propuestos a los estudiantes por los profesores y de los libros de texto para aclarar las reglas y expectativas sobre el conocimiento sintáctico. Esto requeriría formación en didáctica de los profesores universitarios, que aunque podría ser considerada como una idea extraña por muchos matemáticos, ayudaría a los estudiantes novatos en este aspecto de la transición matemática.

Transposición didáctica y contrato didáctico

Si bien en las secciones anteriores se identifican causas epistemológicas para las dificultades de los estudiantes que indicarían que el contenido matemático avanzado parece intrínsecamente difícil, los demás estudios revisados por Gueudet (2008) tienden a integrar cada vez más la forma en que se enseñan los conocimientos, en la secundaria y en la universidad. Para Chevallard (1992), el conocimiento que se enseña proviene de un proceso de transposición didáctica de acuerdo a la institución y Brousseau (2002) menciona que la escuela secundaria y la universidad tienen

diferentes contratos didácticos y el cambio de un contrato a otro puede generar rupturas. Para Artigue (2004), al ingresar a la universidad, ocurre un cambio entre dos culturas institucionales. Cuestionar este cambio de cultura puede llevar a los investigadores a considerar contenido matemático preciso y desarrollar estudios detallados de transposición que permitan comprender las diferencias de la transposición didáctica y el contrato didáctico en secundaria y universidad para establecer los aspectos que están influyendo en la transición matemática.

Si bien la comparación de las expectativas de los docentes de secundaria y universitaria no parece haberse investigado todavía, en la investigación de Castela (2004) y Crawford, Gordon, Nicholas y Prosser (1998) se mencionan las expectativas de docentes universitarios en comparación con los resultados derivados del análisis de textos matemáticos propuestos a los estudiantes. En ese trabajo, se identifica que la actividad de los estudiantes está más centrada en aprender a imitar estrategias que en desarrollar una comprensión real. La explicación para esto sería los ejercicios que constan en los libros de texto, que en muchos casos son elaborados por los propios profesores. En este contexto, el principal factor identificado por estos autores es el tipo de evaluación desarrollada en la universidad. Como generalmente los propios profesores elaboran los exámenes, tienden a proponer ejercicios similares a los ejercicios estudiados en clase para evitar un fracaso masivo; de esta manera los alumnos saben que, durante el examen, será suficiente recordar una situación similar a los textos y la técnica correspondiente. En el contexto ecuatoriano, el esquema mencionado podría ser válido en secundaria donde se trabaja en destrezas con criterio de desempeño. Sin embargo, en universidad debería reformularse la evaluación hacia el desarrollo de competencias cognitivas, procedimentales y actitudinales.

Así, el modo de evaluación parece prevenir el cambio de actitud al guiar a los estudiantes a desarrollar una actitud opuesta a las expectativas de los docentes universitarios. Esto ha llevado a varios grupos de investigación a proponer y evaluar modos alternativos de evaluación en la universidad. Sin embargo, para Gueudet (2008) aún no se ha estudiado la evaluación con un enfoque de transición secundario-universidad específico.

En conclusión, Gueudet (2008) menciona que la transición secundaria-universidad se estudió inicialmente como un conjunto de problemas de estudiantes novatos. Las contribuciones de investigación desde diferentes enfoques permitieron una distinción entre fenómenos individuales, sociales e instituciones. También permitieron resolver diferentes tipos de dificultades, lo que finalmente llevó a diferentes puntos de vista de la transición. Se indica la necesidad de una mayor investigación, con el fin de precisar los roles y consecuencias de estas características. Por ejemplo, la cuestión del uso de la tecnología y la evaluación en la transición educativa de secundaria a universidad no se había investigado todavía.

LAS ACTITUDES MATEMÁTICAS EN LA TRANSICIÓN POR GÓMEZ-CHACÓN (2009)

En esta investigación se hace referencia a que la transición es un tema que preocupa tanto a matemáticos como a educadores matemáticos. Si bien la autora no describe de forma explícita que se entiende por transición, establece que las dificultades de aprendizaje en el cambio de secundaria a universidad se originan en la interacción cognición-afecto. Gómez-Chacón realiza una revisión de la literatura, identificando las mismas aproximaciones al tema presentadas por Gueudet (2008) y recalando que escasamente se han estudiado aspectos afectivos como parte de las dificultades de los estudiantes en la transición de la secundaria a la universidad. En este contexto, el trabajo de esta investigadora se centra en las dificultades de aprendizaje del estudiante que tienen su origen en la interacción cognición-afecto y presenta una experiencia institucional desarrollada desde 1999 en la Facultad de Ciencias Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid (UCM) para estudiantes de licenciatura de matemáticas.

En primer lugar, se indican brevemente algunas variables de origen afectivo que influyen en el aprendizaje. De acuerdo a la autora, los estudios sobre aprendizaje y afecto hacen referencia a que

las reacciones afectivas pueden tener influencias diferentes en varios procesos cognitivos y conativos que afectan el desarrollo del pensamiento matemático (procesos creativos e intuitivos, procesos atribucionales...) y los catalogados como procesos directivos (procesos metacognitivos y metaafectivos). Esta afirmación, que es citada más adelante por Rach y Heinze (2017), es contrastada con los resultados de las investigaciones sobre dificultades en los estudiantes de primer año y se comprueba que estos últimos, cuando llegan a la universidad, escasamente han desarrollado un pensamiento matemático avanzado. De esta forma, partir del supuesto de que el quehacer matemático tiene anclajes emocionales con procesos como los descritos anteriormente, implica plantearse cuestiones relacionadas, por ejemplo, con la adquisición de actitudes hacia la matemática y actitudes matemáticas en los estudiantes.

Actitudes hacia la matemática y actitudes matemáticas

Para Gómez-Chacón (2009), las actitudes hacia la matemática están relacionadas con la valoración y aprecio por la disciplina y el interés como asignatura y por su aprendizaje, mientras que las actitudes matemáticas tienen un carácter más bien cognitivo y se refieren al modo de usar capacidades que son relevantes en el trabajo matemático. La autora reflexiona sobre la adquisición de una actitud inicial adecuada y la adquisición de actitudes matemáticas. En este último aspecto, se centra en dos actitudes matemáticas: la actitud inductiva y la actitud de precisión y rigor. Por otro lado, también señala que las actitudes en matemáticas requieren de técnicas y medios adecuados para su evaluación y describe algunos ejemplos del uso de la observación, cuestionarios y escalas.

Al reflexionar sobre las actitudes, se puede afirmar que los estudiantes tienden a relacionar la actitud hacia la matemática (interés) con la actitud matemática (cognición), de manera que su valoración a esta disciplina depende de su rendimiento académico. Si se considera que la transición es un cambio significativo en la vida académica, es necesario que la actitud hacia la matemática (interés) sea positiva incluso si la actitud matemática (cognición) es afectada en el proceso de transición a universidad. En este sentido, es importante que tanto el estudiante como al docente estén al tanto de esta relación para que puedan establecer mecanismos para desarrollar actitudes hacia la matemática y actitudes matemáticas que faciliten este cambio.

VARIABLES EN LA TRANSICIÓN MATEMÁTICA POR RACH Y HEINZE (2017)

Para estos autores, la transición es una nueva etapa de la vida que implica un ajuste del estudiante a un nuevo entorno de aprendizaje. En su investigación, señalan que los desafíos de la transición de las matemáticas escolares (colegio) a las matemáticas científicas (universidad) pueden estar relacionados con el abandono de los estudiantes de primer semestre en especialización matemática de una universidad alemana. En particular, el estudio se concentra en las razones educativas y en las características individuales de los estudiantes. Sin embargo, también menciona a las teorías de ajuste persona-ambiente que plantean que un alto grado de correspondencia entre las características individuales del alumno y las características del entorno de aprendizaje, pueden generar procesos de aprendizaje exitosos. Esto implica que la responsabilidad de prevenir altas tasas del abandono no recae solo en los estudiantes o escuelas.

De acuerdo a la revisión realizada por Rach y Heinze (2017), se identifican dos diferencias fundamentales entre aprender matemáticas en la secundaria y aprender matemáticas en la universidad: (a) el carácter de las matemáticas que se enseña y (b) las demandas de oportunidades de aprendizaje. En cuanto a la primera diferencia, se considera a manera de ejemplo la definición de conceptos y la prueba de afirmaciones matemáticas, mientras que en la segunda diferencia se menciona el tipo de oportunidades de aprendizaje y las demandas de aprendizaje.

Por otro lado, Gómez-Chacón (2009) menciona que en los procesos de aprendizaje en secundaria y universidad, las variables afectivas y cognitivas se consideran factores importantes para un mayor aprendizaje. En este contexto, Rach y Heinze (2017) trabajaron con cinco variables individuales: (a)

conocimiento previo, (b) logros previos, (c) interés, (d) autoconcepto y (e) estrategias de aprendizaje con alumnos de primer semestre de una universidad alemana que estudian matemáticas como una especialidad.

Los resultados del estudio muestran que las características cognitivas y afectivas de los estudiantes que están relacionadas con las matemáticas escolares tienen un impacto limitado en el éxito del estudio de las matemáticas científicas del primer semestre. Únicamente el logro escolar general tiene un impacto significativo. En contraste, los conocimientos previos específicos relacionados con las matemáticas científicas y las habilidades de los estudiantes para desarrollar estrategias de aprendizaje adecuadas se convierten en factores principales para una fase de transición exitosa. Por lo tanto, el estudio concluye que los requisitos previos de aprendizaje específicos relacionados con las matemáticas científicas deben fomentarse y desarrollarse antes o al comienzo del primer semestre. Esto podría proporcionar ideas sobre cómo organizar cursos preparatorios para estudiantes de primer año de matemáticas con la intención de reducir el abandono escolar.

LA CRISIS MATEMÁTICA EN LA TRANSICIÓN POR DI MARTINO Y GREGORIO

El último trabajo analizado (Di Martino y Gregorio, 2018) se centra en el dominio afectivo y su relación con el proceso de transición de secundaria a universidad. En este trabajo se analiza el fenómeno de la deserción en la licenciatura en Matemáticas de una universidad italiana, considerando dos grupos de estudiantes, un grupo de estudiantes con buen rendimiento en las asignaturas de matemáticas en la universidad y otro grupo de estudiantes que abandonaron los estudios universitarios el primer año.

Di Martino y Gregorio (2018) consideran la transición como “un rito de paso” con diferentes fases, caracterizado por una serie de crisis que sufre el individuo al ver cómo quedan interrumpidas, deformadas o eliminadas una serie de rutinas (Clark y Lovric, 2008). La investigación que realizan se apoya en la teoría de la atribución (Weiner, 1986), dando importancia al punto de vista de los estudiantes, a cómo interpretan sus propias dificultades y su éxito o fracaso.

En esta investigación se analiza el rol que desempeñan en el proceso de transición cada elemento que compone el modelo de las actitudes frente a las matemáticas establecido por Di Martino y Zan (2010): (a) visión de las matemáticas, (b) competencia percibida en matemáticas, y (c) disposición emocional hacia las matemáticas. Este modelo tiene algunos elementos en común con las cinco variables que Rach y Heinze (2017) consideran relevantes para una transición exitosa.

En cuanto a la disposición emocional hacia las matemáticas, los autores encontraron diferencias entre dicha disposición al entrar en la universidad y en momentos posteriores. Analizando los motivos que los participantes daban a las emociones negativas asociadas al impacto de la realidad de la universidad, los autores encontraron lo que denominan fenómeno de la “primera vez”, que hace referencia a distintas situaciones que los estudiantes señalan que experimentaron por primera vez en la universidad. Algo que distingue a los dos grupos de participantes es la forma de ver y afrontar esas emociones negativas: mientras los estudiantes que abandonaron los estudios hablan del “peso de la vergüenza”, los alumnos exitosos señalan haber superado esa vergüenza y haber aceptado una “nueva identidad matemática”.

Sobre la visión de la matemática y la competencia percibida en matemáticas, en general, los estudiantes de los dos grupos encontraron más dificultades de las esperadas cuando entraron en la universidad, distinguiéndose cinco categorías de causas para esas dificultades: (i) factores de contexto, relacionados con la adaptación de las clases o los exámenes, (ii) aspectos de la transición, relacionados con la discontinuidad de la matemática y las diferencias didácticas, (iii) conocimiento inadecuado, relacionado con el conocimiento de matemáticas que se adquiere en secundaria, (iv) inadecuada forma de pensar para las matemáticas, relacionado con la actitud de los estudiantes ante

las dificultades encontradas y (v) comparación con los pares, relacionado con el cambio de auto-percepción en comparación con sus compañeros.

En este sentido, las teorías sobre el éxito, construidas durante la secundaria, tienen serias consecuencias. Una de las grandes diferencias entre los estudiantes que desertaron y los que continuaron fue las razones a las que atribuían las causas de las dificultades. Mientras que los desertores atribuían mayormente las dificultades únicamente a factores externos, los estudiantes exitosos asociaban las dificultades como algo inestable y controlable.

MODELO PROPUESTO PARA EL ESTUDIO DE LA TRANSICIÓN

A partir de la revisión de las investigaciones realizadas y del análisis de los trabajos citados en esta comunicación, coincidimos con Di Martino y Gregorio (2018) en que la transición de la matemática de secundaria a universidad es un rito de paso que se iniciaría el año anterior a la finalización de la secundaria y terminaría aproximadamente en el primer año de universidad, como lo menciona Gueudet (2008). Con esta premisa, se propone un modelo que integra tres dimensiones que intervienen en el proceso de transición de secundaria a la universidad, en relación con el aprendizaje de la matemática: (a) Estudiante (individuo); (b) Matemática (disciplina) y (c) Entorno (educativo). Estos aspectos están relacionados con las categorías identificadas en estudios de transición realizados por De Guzmán et al. (1998) y Gueudet (2008) así como en las características individuales de Rach y Heinze (2017) y los aspectos afectivos de Gómez-Chacón (2009) y Di Martino y Gregorio (2018) que están citadas en esta comunicación. En la gráfica se presenta la relación entre estos elementos:

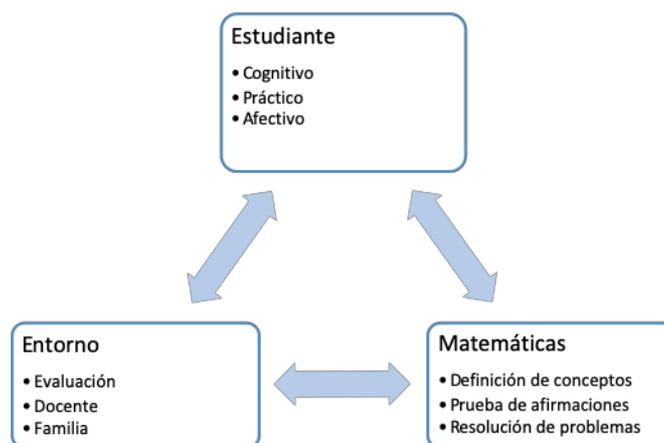


Figura 1. Modelo propuesto

En la primera dimensión que corresponde al estudiante, intervienen elementos relacionados con el dominio cognitivo y afectivo. Estos elementos se han separado para efectos de la presentación del modelo, pero están estrechamente enlazados y se activan en diferentes niveles en la transición matemática de secundaria a universidad.

En el dominio cognitivo, se han considerado los aportes de Tall (1991) en cuanto al pensamiento matemático avanzado (AMT) que menciona que “el cambio de matemática elemental a AMT implica una transición significativa: de describir a definir, de convencer a probar de una manera lógica basada en definiciones” (p. 20). A modo de ejemplo, Contreras (2000) menciona obstáculos epistemológicos en la enseñanza del análisis matemático en la secundaria y primer curso de universidad. Con estos referentes y las investigaciones revisadas, se ha establecido que el elemento cognitivo corresponde al pensamiento teórico mencionado por Sierpinska (2000) que se caracteriza por sistemas organizados de conceptos y la reflexión sobre los medios de representación. También

está relacionado con el razonamiento plausible identificado por Lithner (2000) que guía hacia lo que probablemente es la verdad y se basa en propiedades matemáticas.

En cuanto al dominio práctico incluido en la propuesta, este corresponde al pensamiento práctico establecido por Sierpínska (2000) que utiliza ejemplos prototípicos y razonamiento basado en la lógica de la acción. De acuerdo con Sierpínska (2000), los matemáticos usan ambos modos de pensamiento: la mayoría de las veces, en un contexto familiar, piensan de manera práctica, y usan el pensamiento teórico cuando enfrentan un problema nuevo y difícil. Muchas dificultades encontradas por los estudiantes de primer año pueden interpretarse como consecuencias del pensamiento práctico. De la misma manera, está relacionado con el razonamiento basado en experiencias establecidas mencionado por Lithner (2000).

Finalmente, respecto al dominio afectivo, es necesario indicar que la actividad matemática “como un comportamiento puramente cognitivo es extremadamente raro” (Schoenfeld, 1983, p. 330). En este sentido, en Gómez-Chacón (2009) se menciona un dominio afectivo en matemáticas con cuatro categorías: creencias, actitudes, emociones y valores. Además, diferencia entre actitudes hacia las matemáticas que se refieren a la valoración y al aprecio de esta disciplina, así como al interés en esta asignatura y su aprendizaje y por otro lado menciona las actitudes matemáticas que son más bien de carácter cognitivo. Adicionalmente, Caballero, Cárdenas y Gordillo (2016) también mencionan que la intervención de variables afectivas en el área matemática debe tener presente que las creencias, actitudes y emociones están interrelacionadas. Con estos aportes, queda clara la necesidad de integrar este elemento en el modelo propuesto.

En la segunda dimensión, la matemática como disciplina, Rach y Heinze (2017) mencionan que la definición de conceptos y prueba de afirmaciones matemáticas indican diferencias entre las matemáticas de secundaria a universidad. En cuanto a la definición de conceptos, las matemáticas en secundaria tienen una perspectiva utilitaria mientras que las matemáticas en la universidad tienen una perspectiva científica. Esto está relacionado con la prueba de afirmaciones matemáticas: en secundaria se validan por evidencia empírica mientras que, en la universidad, “la comunidad matemática científica ha desarrollado estándares estrictos cuyo tipo de argumento es aceptado como evidencia de las matemáticas como disciplina científica” (Rach y Heinze, 2017, p. 1346). Por otro lado, según lo menciona Santos-Trigo y Aguilar (2018), la resolución de problemas es un elemento esencial del quehacer de la matemática. Como área de estudio, la resolución de problemas matemáticos analiza “cómo se construye el conocimiento disciplinario, cómo se formulan los problemas y las formas de caracterizar y explicar el proceso de construcción de conceptos y la resolución de los problemas” (Santos-Trigo y Aguilar, 2018, p. 149).

En la dimensión correspondiente al entorno, podemos destacar el modo de la evaluación desarrollado en la universidad. Para Gueudet (2008), cuando los docentes proponen ejercicios similares a los ejercicios estudiados durante los tutoriales, eventualmente estarían llevando a los estudiantes a aprender a imitar estrategias. Sin embargo, como se mencionó en la reflexión sobre Gueudet (2008), la evaluación debe reorientarse hacia el desarrollo de competencias y razonamiento flexible más allá del desarrollo de destrezas. Además, la evaluación en secundaria y universidad difiere en cuanto al proceso, retroalimentación, modalidad, frecuencia, etc. Consideramos que este aspecto es necesario en el modelo ya que, según Gueudet (2008), no se habría estudiado la evaluación como un factor que incide en la transición. En cuanto al docente como elemento del entorno educativo, éste está relacionado con las oportunidades de aprendizaje que menciona Rach y Heinze (2017). En este sentido, mencionan que en secundaria los docentes organizan el contenido matemático orientado al estudiante mientras que, en la universidad, a menudo se utiliza la prueba de teoremas para presentar ideas matemáticas a los estudiantes, con una orientación hacia el conocimiento. Adicionalmente, se ha considerado a la familia como un elemento relevante para el entorno educativo a partir de la investigación de Roesken, Hannula, y Pehkonen (2011). Si bien la

investigación mencionada no está relacionada directamente con la transición matemática, hace referencia a que es un parámetro decisivo para el compromiso y el éxito académico.

Los aspectos considerados en este modelo podrían analizarse desde la percepción tanto del estudiante como del docente considerando la teoría de la atribución (Weiner, 1986) así como también desde reflexiones antropológicas, sociológicas o epistemológicas.

REFLEXIONES FINALES

En el modelo presentado se integra dimensiones de la transición que ya se habían identificado en las investigaciones citadas, como el aspecto cognitivo, práctico, afectivo en la dimensión del estudiante y aspectos de la definición, demostración y resolución de problemas en la dimensión matemática. Además, se integra en la dimensión del entorno a aspectos como ya mencionados como el docente y aspectos nuevos como la evaluación y la familia. Consideramos que los elementos nuevos del modelo son importantes ya que la evaluación en el sistema educativo ecuatoriano tiene características diferentes al cambiar de secundaria a universidad y este aspecto no ha sido estudiado con detalle desde el enfoque de transición. En cuanto al apoyo familiar, consideramos que puede ser un factor que influye en el éxito académico en procesos de transición. Para ubicar esta información en contexto, el INEVAL en Ecuador utiliza una encuesta de factores asociados para contextualizar los resultados de las evaluaciones considerando su situación familiar, entre otros aspectos.

El modelo propuesto no pretende ser exhaustivo, sino más bien es una aproximación a elementos que se han considerado que pueden integrar resultados de investigaciones anteriores. Este modelo puede ser útil para profundizar o estudiar por separado sus aspectos, así como podría ser una referencia para la propuesta de instrumentos que permitan obtener resultados para formular acciones didácticas que faciliten la transición matemática de secundaria a universidad.

Referencias

- Artigue, M. (2004). Le défi de la transition secondaire-supérieur. Que peuvent nous apporter les recherches en didactique des mathématiques? Conferencia plenaria en *First French-Canadian Congress of Mathematical Sciences*. Toulouse, Francia.
- Bardelle, C. y Di Martino, P. (2012). E-learning in secondary-tertiary transition in mathematics: for what purpose? *ZDM*, 44(6), 787-800.
- Brousseau, G. (2002). *Theory of Didactical Situations in Mathematics. Didactique des Mathématiques, 1970-1990*. Dordrecht, Países Bajos: Kluwer.
- Caballero, A., Cárdenas, J. y Gordillo, F. (2016). La intervención en variables afectivas hacia las matemáticas y la resolución de problemas matemáticos. El MIRPM. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, ... y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 75-92). Málaga: SEIEM.
- Castela, C. (2004). Institutions influencing mathematics students' private work: a factor of academic achievement. *Educational Studies in Mathematics*, 57(1), 33-63.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12(1), 77-111.
- Clark, M. y Lovric, M. (2008). Suggestion for a theoretical model for secondary-tertiary transition in mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, 20(2), 25-37.
- Contreras, A. (2000). La enseñanza del análisis matemático en el bachillerato y primer curso de universidad. Una perspectiva desde la teoría de los obstáculos epistemológicos y los actos de comprensión. En N. Climent, L. C. Contreras y J. Carrillo (Eds.), *Cuarto Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 71-85). Huelva: SEIEM.
- Crawford, K., Gordon, S., Nicholas, J. y Prosser, M. (1998). Qualitatively different experiences of learning mathematics at university. *Learning and Instruction*, 8(5), 455-468.

- De Guzmán, M., Hodgson, B. R., Robert, A. y Villani, V. (1998). Difficulties in the passage from secondary to tertiary education. En G. Fischer y U. Rehmann (Eds.), *Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Vol. 3* (pp. 747-762). Berlín, Alemania: Deutscher Mathematiker-Vereinigung.
- Di Martino, P. y Gregorio, F. (2018). The mathematical crisis in Secondary–Tertiary transition. *International Journal of Science and Mathematics Education, 17*(4), 825-843.
- Di Martino, P. y Zan, R. (2010). “Me and maths”: Towards a definition of attitude grounded on students’ narratives. *Journal of Mathematics Teacher Education, 13*(1), 27-48.
- Dreyfus, T. (1999). Why Jonny can’t prove. *Educational Studies in Mathematics, 38*(1-3), 85-109.
- Fernández-Orrantía, X. y Silva, E. (2014). Deserción estudiantil universitaria en el primer semestre. El caso de una institución de educación superior ecuatoriana. *Cuadernos del Contrato Social por la Educación, 10*, 34-48.
- Gómez-Chacón, I. M. (2009). Actitudes matemáticas: propuestas para la transición del bachillerato a la universidad. *Educación Matemática, 21*(3), 5-32.
- Gueudet, G. (2008). Investigating the secondary-tertiary transition. *Educational Studies in Mathematics, 67*(3), 237-254.
- INEVAL (2018). *Informe de resultados nacional. Ser Bachiller Año lectivo 2017-2018*. Quito: Instituto Nacional de Evaluación Educativa.
- Lithner, J. (2000). Mathematical reasoning in task solving. *Educational Studies in Mathematics, 41*(2), 165-190.
- Rach, S. y Heinze, A. (2017). The transition from school to university in mathematics: Which influence do school-related variables have? *International Journal of Science and Mathematics Education, 15*(7), 1343-1363.
- Roesken, B., Hannula, M. S. y Pehkonen, E. (2011). Dimensions of students’ views of themselves as learners of mathematics. *ZDM, 43*(4), 497-506.
- Rubio-Gómez, M. J., Tocaín-Garzón, A. L. y Mantilla-Guerra, M. L. (2012). La deserción universitaria en los primeros niveles y la inserción laboral de los graduados. *Axioma, 1*(8), 26-35.
- Santos-Trigo, M. y Aguilar, D. A. (2018). Resolución de problemas matemáticos: del trabajo de Pólya al razonamiento digital. En A. Ávila (Coord.), *Rutas de la Educación Matemática* (pp. 148-167). Ciudad de México, México: Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática.
- Schoenfeld, A. H. (1983). Beyond the purely cognitive: beliefs systems, social cognitions, and metacognitions as driving forces in intellectual performance. *Cognitive Science, 7*(4), 329-363.
- Sierpinska, A. (2000). On some aspects of students’ thinking in linear algebra. En J-L. Dorier (Ed.), *On the Teaching of Linear Algebra* (pp. 209-246). Dordrecht, Países Bajos: Kluwer.
- Tall, D. (1991). *Advanced Mathematical Thinking*. Dordrecht, Países Bajos: Kluwer.
- Weiner, B. (1986). *An attributional theory of achievement motivation and emotion*. Nueva York, EE.UU.: Springer.

^{xxxix} Este trabajo ha sido parcialmente subvencionado por el Proyecto de Investigación del Plan Nacional del MICINN con Referencia EDU2017-84276-R.