

Comprensión de las medidas de asociación por estudiantes universitarios

Universidad de Granada. España

Gustavo R. Cañadas grcanadas@ugr.es

Carmen Batanero batanero@ugr.es

J. Miguel Contreras jmcontreras@ugr.es

María M. Gea mmgea@ugr.es

Resumen

La investigación sobre los juicios de asociación muestra la extensión de estrategias incorrectas y sesgos en las conclusiones obtenidas, pero no se centra en el aprendizaje de técnicas matemáticas como consecuencia de la enseñanza. En este trabajo, se analiza la competencia de cálculo e interpretación de las medidas de asociación en tablas 2x2 en una muestra de 92 estudiantes de psicología, después de un proceso de estudio especialmente diseñado sobre el tema. Se describen la enseñanza realizada, la tarea propuesta y los resultados de la evaluación. La mayoría de los participantes fue capaz de calcular las medidas de asociación, aunque algunos confunden el signo. Una proporción alta de estudiantes interpreta correctamente el tipo de asociación, aunque se observa mayor dificultad en la interpretación probabilística del resultado.

Palabras clave

Tablas de contingencia, medidas de asociación, comprensión, enseñanza, estudiantes universitarios.

Abstract

Research on association judgments shows the extent of incorrect strategies and biases in the conclusions, although it is not focused on the learning of mathematical techniques as a result of instruction. In this paper we analyze the computation and interpretation of association measures in 2x2 tables by a sample of 92 psychology students, after a teaching process. We describe the teaching, the task proposed in the evaluation and the results. Most participants were able to compute the association measures, although some confused the sign. A high proportion also provided correct interpretation of the type of association, although we observed higher difficulty seen in the probabilistic interpretation of the result.

Key words

Contingency table, measures of association, understanding, teaching, university students.

1. Introducción

Las tablas de contingencia son un recurso frecuente para comunicar información estadística y un instrumento potente de análisis de datos, además de servir para retener en la memoria una gran cantidad de información en forma eficiente (Cazorla, 2002). Tienen un papel esencial en la organización, descripción y análisis de datos al ser un instrumento de transnumeración, forma básica de razonamiento estadístico que proporciona nueva información al cambiar de un sistema de representación a otro (Wild y Pfannkuch, 1999).

Dichas tablas se presentan en actividades profesionales, por ejemplo en el diagnóstico médico o psicológico, donde el especialista se enfrenta a diferentes síntomas que pueden estar asociados o no con una patología. Para dar un diagnóstico, se debe interpretar la asociación entre estas variables y tomar una decisión adecuada (Díaz y Gallego, 2006).

Debido a estas razones, las tablas de contingencia debieran ser un tema de aprendizaje prioritario en los cursos de estadística en la universidad y en los últimos años de educación secundaria (Zieffler, 2006), ya que mediante ellas se introduce la idea de asociación estadística, que extiende la idea de dependencia funcional a situaciones en que se presenta incertidumbre. Por ello es difícil imaginar una actividad cognitiva más importante que el razonamiento sobre datos bivariados (Mckenzie y Mikkelsen, 2007), ya que la habilidad para evaluar adecuadamente la asociación permite a las personas explicar los acontecimientos del pasado, controlar variables en experimentos e investigaciones y predecir la tendencia en sucesos que ocurrirán en el futuro (Crocker, 1981).

A pesar de la importancia señalada, encontramos poca investigación sobre la comprensión de la asociación y de las técnicas matemáticas que permiten interpretarla por parte de los estudiantes universitarios después de un proceso de enseñanza específico. La investigación existente, también escasa, se suele centrar en la comprensión intuitiva de la asociación o en las estrategias intuitivas de interpretación de tablas de contingencia, todo ello en ausencia de enseñanza.

Para llenar esta laguna, el objetivo de este estudio es analizar la competencia en el cálculo e interpretación de las medidas de asociación en una tabla 2x2 en estudiantes

de psicología que han recibido una enseñanza específica sobre este tema.

Se describen, en primer lugar, los antecedentes del trabajo, la muestra participante y enseñanza recibida y, seguidamente, la tarea propuesta para la evaluación del aprendizaje y los resultados de dicha evaluación.

2. Investigaciones previas

Una persona culta debiera poder leer críticamente las tablas estadísticas que encuentra en la prensa, Internet, medios de comunicación y trabajo profesional, entre ellas las tablas de contingencia (Schild, 2006). El formato más sencillo posible para estas tablas es cuando únicamente están formadas por dos filas y dos columnas (tabla 2x2). En este caso, presentamos las frecuencias con que aparecen dos caracteres *A* y *B* en un grupo de objetos o sujetos, según el esquema presentado en la Tabla 1

	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>Total</i>
<i>A</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a+b</i>
<i>A</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>c+d</i>
<i>Total</i>	<i>a+</i>	<i>b+</i>	<i>a+b+c+d</i>
	<i>c</i>	<i>d</i>	

Tabla 1. Esquema de una tabla de contingencia 2x2

A pesar de su aparente simplicidad, la tabla 2x2 es semióticamente compleja. Aunque todos los datos de las celdas *a*, *b*, *c*, *d* son frecuencias absolutas dobles, su significado no es equivalente desde un punto de vista psicológico (Estrada y Díaz, 2007), pues la celda *a* representa la presencia conjunta de los dos caracteres y tiene mayor impacto en la atención que la celda *d* (ausencia conjunta), o que las otras dos celdas (frecuencia con que aparece sólo un carácter) (Estepa, 1994).

Como se ha indicado, la mayor parte de la investigación sobre la asociación en tablas de contingencia se ha concentrado en el estudio de las estrategias intuitivas para analizar la asociación entre dos variables en una tabla de contingencia 2x2, mostrándose una gran dificultad en dicha tarea en los adolescentes (Inhelder y Piaget, 1955). La investigación con adultos describe igualmente muchas estrategias incorrectas. Ejemplo de ellas son juzgar la asociación utilizando sólo una o dos celdas de la tabla (Smedslund, 1963: 165-174), o realizar

comparaciones aditivas entre las cuatro celdas (Allan y Jenkins, 1983; Jenkins y Ward, 1965; Meiser y Hewstone, 2006). Pérez Echevarría (1990) clasificó las estrategias empleadas en los juicios de asociación en tablas 2x2 en niveles de dificultad que tienen en cuenta el número de celdas utilizadas y si las comparaciones son aditivas o multiplicativas, constatando que muy pocos sujetos antes de la enseñanza utilizan estrategias matemáticamente correctas.

La interpretación intuitiva de las tablas de contingencia se complica por la existencia de la “correlación ilusoria” (Chapman, 1967: 151) o “*informe de una correlación entre dos clases de acontecimientos que, en realidad: (a) no están correlacionados, (b) se correlacionan en menor medida que lo reportado, o (c) se correlacionan en la dirección opuesta a la que se informa*”. Batanero, Godino y Estepa (1998) analizaron las estrategias en los juicios de asociación en una muestra de 213 estudiantes de 17 años indicando que las estrategias incorrectas podrían explicarse por la existencia de concepciones erróneas sobre la asociación en los estudiantes. Los autores describen las siguientes: (a) *concepción causal* o confusión entre asociación y causalidad; (b) *concepción unidireccional*, cuando no se acepta una asociación inversa, y (c) *concepción local*, donde se deduce la asociación de sólo una parte de los datos.

Otros autores han estudiado la precisión en la estimación intuitiva de la intensidad de la asociación en una tabla 2x2 y las variables que la afectan. Se constata que dicha estimación es más precisa si las personas no tienen ninguna teoría respecto al tipo de asociación sobre los datos. Si las personas piensan previamente (teorías previas) que los datos tienen un tipo de asociación y los datos empíricos la confirman, entonces tienden a sobrestimar el valor del coeficiente de asociación. Pero cuando los datos no reflejan los resultados esperados por estas teorías, aparece en los sujetos un conflicto cognitivo y se suelen guiar por sus teorías, más que por los datos; por tanto, su estimación de la asociación es incorrecta (Crocker, 1981).

Como se ha indicado, todas estas investigaciones se han realizado en sujetos que no han recibido una enseñanza formal en el tema. Nuestro trabajo trata de complementarlas analizando la competencia que adquieren los sujetos en el cálculo e interpretación de medidas de asociación con la enseñanza. Estas medidas constituyen un recurso matemático para valorar objetivamente la asociación en tablas de contingencia (Cañadas, Contreras, Arteaga y Gea, 2013a). Para lograr este objetivo se diseñó un

proceso de enseñanza que fue implementado dentro de un curso reglado de análisis de datos en psicología. Al finalizar el mismo, se realizó una evaluación de la competencia de cálculo e interpretación de diferentes medidas de asociación por parte de los estudiantes.

A continuación se describe el método del estudio y el resultado de la evaluación, finalizando con algunas conclusiones.

3. Método

3.1. Muestra y contexto educativo

En el estudio participaron 92 estudiantes españoles del primer curso de Psicología de la Universidad de Granada, España, divididos en dos grupos: 42 estudiantes en el primer grupo (7 hombres y 35 mujeres), y 50 en el segundo (15 hombres y 35 mujeres). La mayoría se encontraba en un rango de edad comprendido entre 19 y 20 años, con algún estudiante aislado que superaba esta edad.

La evaluación se llevó a cabo como un componente de la enseñanza dentro de un curso de Técnicas de Análisis en la Investigación Psicológica, obligatorio en el grado de Psicología en España. El tiempo dedicado a la enseñanza de las tablas de contingencia y medidas de asociación fue de seis sesiones de una hora de duración. Cuatro de dichas sesiones se llevaron a cabo en el aula tradicional en los grupos mencionados y se dedicaron a la presentación de los temas por parte del profesor, a la presentación de ejemplos y a la resolución de problemas trabajando en parejas por parte de los estudiantes.

También se dedicaron dos sesiones prácticas en el laboratorio de informática, en pequeños grupos de 15-20 estudiantes (6 grupos en total), en las cuales cada alumno trabajó independientemente con el ordenador utilizando Microsoft Excel para realizar actividades prácticas relacionadas con las tablas de contingencia. Los estudiantes dispusieron de programas en Excel preparados por el equipo de investigación que facilitaron el cálculo y representación gráfica de las tablas de contingencia. Se aseguró la validez de la observación realizada de la enseñanza mediante la presencia de observadores y la grabación en audio de las sesiones. Los profesores habituales de los cursos también asistieron.

Los estudiantes recibieron un material (Cañadas, 2011) colocado también en Internet para ser utilizado en su estudio personal fuera del aula. Este material contenía

el desarrollo teórico, ejercicios y autoevaluación, así como programas de cálculo y descripción para cada uno de los temas (www.ugr.es/~analisisdedatos/webcurso/presentacion.html). El proceso de estudio se organizó en cuatro bloques de contenido:

- *Tablas de contingencia, lectura e interpretación.* Mediante este tema se pretendía que el alumno aprendiese a: (a) resumir datos en una tabla de contingencia; (b) identificar los distintos tipos de frecuencias relativas dobles, marginales y condicionales, e interpretarlas; (c) representar gráficamente los datos mediante diagrama de barras adosadas, diagrama de barras apiladas y gráfico tridimensional; y d) calcular probabilidades simples, compuestas y condicionales a partir de una tabla de contingencia.
- *Asociación estadística, dependencia funcional e independencia.* Los objetivos fueron que los alumnos adquiriesen competencia para: (a) diferenciar la asociación estadística, dependencia funcional e independencia; (b) reconocer el tipo de relación entre dos variables comparando las frecuencias condicionales; (c) calcular las frecuencias esperadas en caso de independencia; y (d) analizar posibles explicaciones de una asociación estadística, ya se trate de relación causal, interdependencia, tercera variable explicativa o asociación espuria.
- *El estadístico Chi-cuadrado y contrastes asociados.* Con los siguientes objetivos: (a) dar una medida de la diferencia entre frecuencias observadas y esperadas en caso de independencia; (b) calcular e interpretar el estadístico Chi-cuadrado y sus grados de libertad; (c) comprender los pasos en el contraste de independencia y en el contraste de homogeneidad interpretando sus resultados; y (d) comprender los supuestos de aplicación del contraste Chi-cuadrado.
- *Medidas de asociación.* Se trata de que los alumnos puedan: (a) interpretar la intensidad de la asociación en una tabla de contingencia; (b) calcular e interpretar medidas de asociación en tablas 2x2: coeficiente Phi de Pearson, riesgo relativo y razón de productos cruzados; (c) calcular e interpretar medidas de asociación en tablas rx, coeficiente de contingencia de Pearson y V de Cramer; y (d) calcular e interpretar medidas de asociación que informan de la reducción del error de predicción de una variable cuando se conoce el valor de la otra

Como se ha indicado, se proporcionó al estudiante un programa Excel para facilitar los cálculos; dicho programa constaba de cinco componentes: “Frecuencias”, “Gráficos”, “Test Chi cuadrado”, “Medidas asociación tablas 2x2” y “Medidas asociación tablas rxc”. Se procuró a los estudiantes una descripción del programa en que, para cada una de las hojas, se describen los objetivos, datos requeridos y resultados.

3.2. Tarea propuesta a los estudiantes en la evaluación

La tarea propuesta (Figura 1) es una adaptación de otra tomada del texto de Guàrdia, Freixa, Però, y Turbany (2007), utilizando un mayor tamaño de muestra (todas las celdas se multiplicaron por 9) sin variar el contexto.

Tarea. Se desea estudiar hasta qué punto existe relación entre el tiempo de residencia de inmigrantes en nuestro país y su grado de ansiedad. Se dispone de una muestra de 207 inmigrantes a los que se les evaluó en ambas variables obteniéndose la siguiente tabla de frecuencias observadas.

Tiempo de Residencia	Grado de ansiedad		Total
	Bajo	Alto	
Poco tiempo	36	81	117
Mucho tiempo	81	9	90
Total	117	90	207

Calcule e interprete las medidas de asociación para tablas 2x2

(Adaptado de Guàrdia, Freixa, Però, y Turbany, 2007, pág. 130)

Figura 1. Tarea propuesta

En este problema, se analiza una tabla 2x2 en la que existe una asociación media-alta entre las variables (coeficiente Phi de Pearson = -0.592), que es estadísticamente significativa ($p=0.000$). Se espera que el alumno tenga expectativas (teorías previas) respecto al tipo de asociación, que sería de tipo inversa. Es decir, nuestra hipótesis es que el alumno piense, antes de hacer los cálculos, que cuanto mayor sea el tiempo de residencia, será menor el grado de ansiedad del inmigrante. Se trataría de una relación de tipo causal donde el tiempo de residencia actuaría como causa y el efecto sería un bajo o alto grado de ansiedad.

En las tablas 2x2 podemos diferenciar entre dependencia directa y dependencia inversa y algunas celdas nos

informan del signo de la asociación. La frecuencia en las celdas a (presencia-presencia) y d (ausencia-ausencia) contribuyen a que la asociación en la tabla sea directa. Por el contrario, en las otras dos celdas se da un solo carácter y el otro no y serían las celdas favorables a una asociación inversa. En nuestro caso, puesto que las celdas b y c tienen conjuntamente mayor frecuencia que las a y d , la asociación es inversa.

Para calcular los coeficientes, se esperaba que el alumno utilizara el programa Excel, eligiendo el subprograma correspondiente, obtuviere las medidas de asociación para tablas 2x2, como se muestra en la Figura 2 y realizase las siguientes interpretaciones (Ato y López, 1996):

- El coeficiente *Phi de Pearson* mide la diferencia entre las frecuencias observadas en las cuatro celdas de la tabla y las que se obtendrían en caso de perfecta independencia. En las tablas 2x2 se calcula en la forma siguiente:

$$\Phi = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{\sqrt{(a+b)(a+c)(b+c)(b+d)}}$$

Su interpretación es similar a la de un coeficiente de correlación para variables numéricas, pues toma valores entre -1 y 1. El valor máximo (1) se obtiene cuando la dependencia es directa y perfecta, es decir, cuando todos los casos están en las celdas a y d . Si el coeficiente es positivo, la dependencia es directa y más alta cuanto más se acerque a 1. El valor mínimo (-1) se obtiene cuando la dependencia es inversa y perfecta, lo que ocurre cuando todos los casos están en las celdas b y c . Si el coeficiente es negativo, la dependencia es inversa y más alta cuanto más se acerque a -1. El valor 0 se obtiene cuando hay independencia.

En nuestro caso, se obtiene un valor 0.592. El programa no proporciona el signo que el estudiante ha de deducir mediante la observación de la tabla, observando que las celdas b (poco tiempo y mucha ansiedad) y c (mucho tiempo y poca ansiedad) tienen mayor frecuencia que las otras dos. Por tanto, la asociación es negativa, así como el signo del coeficiente. Interpretando el valor absoluto del coeficiente, el estudiante tiene que concluir que la asociación es moderada, tendiendo a alta.

- *La razón de productos cruzados* toma el valor 0.0493. Su valor absoluto informa del tipo de asociación, de modo que cuando $RC = 1$ no hay asociación entre las variables, si $RC > 1$ existe asociación positiva y si $RC < 1$, existe una asociación negativa, como en

el problema dado. En la enseñanza, se indicó a los estudiantes la interpretación probabilística de este coeficiente.

Como su nombre indica, es el cociente entre el producto de las celdas favorables a la asociación positiva y las favorables a la asociación negativa y se calcula mediante la expresión:

$$RC = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} = \frac{a/c}{b/d} = \frac{C_1}{C_2}$$

Otra posible interpretación es como razón entre dos cocientes: C_1 es la razón de casos en que se presenta A y los que no se presenta A cuando está presente B. C_2 es la razón de casos A y no A cuando no está presente el factor B.

El valor obtenido del coeficiente indica que la razón entre el número de emigrantes con “menos tiempo” de residencia y “más tiempo” de residencia es menor cuando el grado de ansiedad es bajo que cuando llevan mucho tiempo. Es decir: $36/81 < 81/9$ o, lo que es igual, entre los emigrantes recientes, sólo 36 se sienten con baja ansiedad por cada 81 con alta ansiedad. Y respecto a los emigrantes que ya llevan bastante tiempo, 81 se encuentran con baja ansiedad frente a 9 que la tienen alta (ver figura 2).

El riesgo relativo puede calcularse tanto por filas como por columnas, aunque en este caso proporciona el mismo valor 0.3418 en los dos casos. Su valor absoluto informa del tipo de asociación, de modo que cuando $RR = 1$ no hay asociación entre las variables, si $RR > 1$ existe asociación positiva y si $RR < 1$, existe una asociación negativa, como en el problema dado. En la enseñanza, también se indicó al estudiante la interpretación de este coeficiente en términos de probabilidad:

- *Para el riesgo relativo por filas:* Nos indica cuánto es más probable tener poca ansiedad si se tiene poco o mucho tiempo de residencia. Puesto que el valor es 0.3418, la probabilidad de tener poca ansiedad cuando se tiene poco tiempo de residencia es la tercera parte que cuando se lleva mucho tiempo de residencia.

$$RR_{filas} = \frac{P(B/A)}{P(B/noA)} = \frac{a/(a+b)}{c/(c+d)}$$

- Respecto al riesgo relativo por columnas: Nos indica cuánto es más probable tener poco tiempo de residencia, si se tiene poca o mucha ansiedad. También en este caso la probabilidad de tener poco tiempo de residencia, si se tiene baja ansiedad, es la tercera parte que si se tiene mucha ansiedad.

$$RR_{columnas} = \frac{P(A/B)}{P(A/noB)} = \frac{a/(a+c)}{b/(b+d)}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
2		TABLA DE DATOS								
3										
4				Variable Y						
5				Grado de ansiedad						
6				y1	y2					
7				Bajo	Alto	Total				
8	Variable X	x1 Poco		36	81	117				
9	T. residencia	x2 Mucho		81	9	90				
10		Total		117	90	207				
11										
12							Chi cuadrado		72,62	
13							Phi de Pearson		0,592	
14							Riesgo Relativo		0,34188034	Columnas
15									0,34188034	Filas
16										
17							Razón de productos cruzados		0,04938272	

Figura 2. Cálculo de medidas de asociación mediante el programa facilitado a los estudiantes

4. Resultados y discusión

Los estudiantes completaron las soluciones del problema y sus interpretaciones por escrito. Sus respuestas fueron analizadas y clasificadas en correctas (cálculo e interpretación correctos), parcialmente correctas (error en cálculo o en interpretación), e incorrectas (cálculo e interpretación incorrectos). Además, en algunos apartados se definieron diferentes categorías de respuestas para analizar con más detalles los distintos razonamientos de los estudiantes.

4.1. Coeficiente Phi de Pearson

RC. Se ha considerado correcta la respuesta en que el estudiante calcula bien el coeficiente Phi, asignando correctamente el signo y lo interpreta adecuadamente. Ello implica su competencia en el manejo del programa Excel y la identificación del programa concreto a utilizar. También la correcta interpretación de los datos requeridos y comprender el significado de los resultados. Usa una notación adecuada (símbolo ϕ que representa usualmente este coeficiente), y, además, deduce correctamente su signo. Por tanto, el estudiante tiene que combinar un procedimiento formal (cálculo del coeficiente con un programa), con otro informal (comparación de las frecuencias en las celdas de la tabla que corresponden

a asociación directa e inversa). Interpreta correctamente tanto el signo como la intensidad. Un ejemplo de esta respuesta es la siguiente:

“Phi de Pearson = -0.592. La dependencia es inversa y moderada” (Estudiante 26).

El resto de las respuestas son parcialmente correctas, con mayor o menor número de errores, dependiendo de si el error consiste sólo en un error de cálculo o de asignación del signo o interpretación incorrecta del coeficiente. De este modo se ha encontrado una gran variedad de respuestas que incluyen las siguientes:

RP.1. *Cálculo correcto con error al asignar el signo e interpretación correcta.* Aunque se usa una notación adecuada y se calcula el valor del coeficiente haciendo además una interpretación correcta, se confunde el signo del mismo, que en este caso es negativo. Los estudiantes saben que este coeficiente se obtiene a partir de una raíz cuadrada, pero han olvidado que ésta tiene dos posibles soluciones con diferente signo. Hacemos notar que las investigaciones sobre la complejidad de interpretar el signo de las raíces cuadradas y su ambigüedad tienen una larga historia (Roach, Gibson y Weber, 2004):

“Coeficiente Phi de Pearson $\Phi = 0.592$. Dado que el coeficiente es positivo, la dependencia es directa y moderada” (Estudiante 22).

RP.2. *Error en el cálculo y signo del coeficiente con interpretación correcta.* En lugar de obtener el coeficiente Phi de Pearson con ayuda del programa, el estudiante lo calcula manualmente cometiendo un error de cálculo. Además, confunde el signo de la raíz cuadrada y no lo deduce del examen de las celdas de la tabla. Sin embargo, la interpretación final del valor que obtiene es adecuada:

“Phi de Pearson = Raíz de 72,61/207 = 0.04; Observamos que es un valor positivo (dependencia directa). Es un valor moderadamente bajo” (Estudiante 94).

RP.3. *Cálculo correcto del coeficiente y signo con interpretación incorrecta.* Aunque el cálculo y signo son correctos, el estudiante no reconoce los valores del coeficiente que corresponden a la asociación directa y cuáles a la asociación inversa:

“ $\Phi = -0.592$. Como el valor es menor que 0, la dependencia es directa” (Estudiante 36).

RP.4. *Cálculo correcto con signo e interpretación incorrecta.* Similar al caso anterior, e incluye error en el signo:

“Phi de Pearson = 0.592. Hay dependencia directa y perfecta” (Estudiante 19).

RP.5. *Valor correcto con signo incorrecto y sin interpretación.* Se observan conflictos de cálculo del signo de la raíz cuadrada, del uso de procedimientos informales y además no se interpreta el resultado:

“Phi de Pearson = 0.592” (Estudiante 4).

Tabla 2. Frecuencias y porcentajes de respuestas para el coeficiente Phi de Pearson

	Frecuencia	Porcentaje			
		Respuest	Valor absoluto	Signo	Interpretación
		a	Correcto	correcto	correcta
RC.1	33	35.8	35.8	35.8	35.8
RP.1	43	46.7	46.7		46.7
RP.2	3	3.3			3.3
RP.3	2	2.2	2.2	2.2	
RP.4	5	5.4	5.4		
RP.5	3	3.3	3.3		
No responde	3	3.3			
Total	92	100	93.4	3.8	85.8

Como resumen de los resultados en este apartado, en la Tabla 2 podemos observar que el 35.8% de los estudiantes calcula e interpreta correctamente el coeficiente Phi de Pearson, siendo mayoría los estudiantes que tienen algún error. El cálculo del valor absoluto del coeficiente y su interpretación por separado resultaron sencillos (93.4% y 85.8% de respuestas correctas respectivamente), dándose la mayor dificultad en la deducción del signo. Una respuesta muy frecuente resultó ser la respuesta RP.1, en la que obtienen bien el valor numérico del coeficiente, pero se hace un error en la asignación del signo, realizando una interpretación correcta del resultado que obtiene.

4.2. Riesgo relativo

Para este coeficiente se han obtenido dos respuestas correctas diferentes y tres parcialmente correctas, que describimos a continuación.

RC.1. *El estudiante calcula e interpreta correctamente ambos valores, utilizando la notación adecuada e interpretándolos de forma correcta.* Como los dos valores del coeficiente son menores que 1, concluye que existe una dependencia inversa entre las variables:

“El riesgo relativo nos indica que existe una asociación negativa. $0.3418 < 1$ ” (Estudiante 9).

RC.2. *Cálculo correcto con interpretación probabilística.* Son los estudiantes que, además de calcular correctamente los dos valores de los coeficientes, en su interpretación nos indican cuanto es más probable la presencia de un valor positivo de una variable respecto de la otra. Por ello, el estudiante no solo muestra comprensión del concepto de asociación y competencia en el cálculo y la emisión del juicio de asociación, sino también un razonamiento probabilístico avanzado. Además, ha de manejar la complejidad de diferenciar las variables dependiente e independiente en la interpretación de cada uno de los riesgos relativos por filas y por columnas, proceso que es difícil, según Ruiz (2006):

“Riesgo relativo: RR columnas = 0.3418. Es 0.3418 veces más difícil tener menos tiempo de residencia con ansiedad baja. RR filas = 0.3418, es 0.3418 veces más difícil tener más tiempo de residencia con ansiedad baja. En ambos casos tenemos que $RR < 1$, por lo tanto, existe una asociación negativa” (Estudiante 22).

RP.1. *Cálculo correcto sin interpretación.* El estudiante usa una notación adecuada y calcula correctamente los valores del riesgo relativo, pero no interpreta los valores obtenidos, lo que podría deberse a falta de competencias probabilísticas, o bien, a que no es capaz de asociar el valor del coeficiente con el tipo de asociación inversa o directa:

“Riesgo Relativo = 0.3418 Filas y columnas. No sabía acabar” (Estudiante 4).

RP.2. *Cálculo correcto con interpretación incorrecta:* Aunque el estudiante calcula correctamente el valor del riesgo relativo, lo interpreta de forma incorrecta, pues relaciona el resultado con una asociación positiva. Observamos tanto en este caso como en el anterior, que el estudiante no ha sabido utilizar la frecuencia en las diferentes celdas de la tabla para deducir el tipo de asociación:

“RR < 1, 0.34 como es menor a 1, la asociación es positiva” (Estudiante 83).

RP.3. *Cálculo incorrecto con interpretación correcta del enunciado.* El estudiante calcula de forma incorrecta los valores del riesgo relativo, aunque interpreta correctamente el resultado que obtiene, como el siguiente ejemplo:

“Los valores de riesgo relativo (RR) son por filas 6.92 y por columnas 2.92. Como las dos son mayores que 1 sabemos que existe asociación positiva” (Estudiante 91).

En la Tabla 3 observamos que una gran parte de la muestra deduce valores correctos que identifica adecuadamente con la asociación existente en la tabla. La proporción de alumnos que, o bien calcula o interpreta correctamente es próxima al 80% de la muestra. Sin embargo, pocos hacen una interpretación probabilística del significado del coeficiente en función de los riesgos de que aparezca o no un valor de la variable en función del otro. Este resultado sugiere posibles dificultades de los estudiantes para interpretar las probabilidades condicionales. Dichas dificultades han sido descritas, entre otros autores, por Falk (1986), Díaz (2007) y Contreras (2011), e incluyen la confusión entre una probabilidad condicional $P(A|B)$ y su transpuesta $P(B|A)$. Puesto que cada riesgo relativo es la condicional transpuesta del otro, la dificultad para diferenciar entre una probabilidad condicional y su transpuesta puede explicar que los estudiantes no den una interpretación probabilística de los riesgos relativos.

Tabla 3. Frecuencias y porcentajes de respuestas para el riesgo relativo

	Frecuencia	Respuesta	Porcentaje	
			Cálculo correcto	Interpretación correcta
RC.1	60	65.2	62.7	62.7
RC.2	8	8.7	8.7	8.7
RP.1	3	3.3	3.3	
RP.2	5	5.4	5.4	
RP.3	7	7.6		7.6
No responde	9	9.8		
Total	92	100	79.9	78.8

4.3. Razón de productos cruzados

Como en el caso anterior, se han obtenido una respuesta correcta y tres incorrectas en la razón de productos cruzados que pasamos a describir.

RC.1. *Cálculo e interpretación correcta.* Cuando el estudiante obtiene el valor correcto del coeficiente que identifica correctamente con el tipo de asociación, que en este caso es inversa:

“Razón de productos cruzados: 0.0493. Como RC < 1, esto nos indica que hay dependencia inversa” (Estudiante 14).

RP.1. *Cálculo correcto del coeficiente sin interpretación.* Aunque el estudiante calcula bien el valor de la razón de productos cruzados, no lo interpreta, lo que sugiere algún conflicto sobre la comprensión del coeficiente o en la noción de razón:

“Razón de productos cruzados = 0.0493” (Estudiante 8).

RP.2. *Cálculo correcto del coeficiente con interpretación incorrecta.* En este caso, aunque el cálculo del valor de la razón de productos cruzados es correcto, se realiza una interpretación incorrecta, indicando que la asociación es directa:

“Razón de productos cruzados = 0.04938272. Existe asociación directa” (Estudiante 19).

RP.3. *Cálculo incorrecto con interpretación correcta.* El estudiante calcula de forma incorrecta la razón de

productos cruzados, por lo que tiene algún conflicto en la construcción de la tabla de contingencia o en el manejo del programa. Sin embargo, hace una interpretación correcta del valor obtenido de tipo probabilístico, mostrando una buena comprensión de la probabilidad condicional y la diferenciación de la variable dependiente e independiente.

“Razón de productos cruzados es 20.25, y esto implica que la razón entre los casos que aparecen A y no A es mayor cuando está presente B” (Estudiante 86).

Tabla 4. Frecuencias y porcentajes de respuestas para la razón de productos cruzados

	Frecuencia	Porcentaje	% cálculo correcto	% interpretación
			RR	correcta
RC.1	54	58.7	58.7	58.7
RP.1	10	10.9	10.9	
RP.2	7	7.6	7.6	
RP.3	6	6.5		6.5
No responde	15	16.3		
Total	92	100	77.2	65.2

En la Tabla 4 se observa que ningún estudiante dio una respuesta totalmente incorrecta, obteniéndose siempre bien el valor correcto (77.2%) o una interpretación adecuada (65.2%). Pero, como el caso anterior, pocos dan una interpretación en términos de probabilidad del coeficiente, aplicándolo al contexto del problema. Ello nos reafirma en nuestra conclusión de que los estudiantes tienen dificultades para interpretar las probabilidades condicionales.

4.4. Síntesis de resultados

Los resultados en el cálculo e interpretación de las medidas de asociación para tablas 2x2 han sido bastante buenos, puesto que el 83.7% de estudiantes calcula las tres medidas de asociación para tablas 2x2; el 96.7% el coeficiente Phi de Pearson y el 90.2% el Riesgo relativo.

Al comparar los resultados en los tres coeficientes, observamos que Phi es calculado e interpretado correctamente por el 35.8% y, parcialmente, por el 60.4%; el riesgo relativo correctamente por el 73.9% y, parcialmente, por el 16.3%; y la razón de productos cruzados correctamente por el 58.7 y, parcialmente, por el 25%.

En resumen, estas medidas de asociación parecen sencillas de comprender, calcular con ayuda de software e interpretar, siendo la más fácil el riesgo relativo, seguido por la razón de productos cruzados y finalmente el coeficiente Phi. Los estudiantes fueron capaces de dar un juicio correcto de asociación en una tabla 2x2 después de la enseñanza utilizando procedimientos y cálculos matemáticos. Para ello, trabajaron con objetos matemáticos complejos en los que se basan estos coeficientes.

Finalmente, resaltamos que, salvo raras excepciones, la interpretación se limita a indicar la intensidad y signo sin dar una interpretación probabilística de los coeficientes, posiblemente por dificultades con el razonamiento sobre probabilidad condicional. Este resultado concuerda también con la dificultad de traducir a la realidad la interpretación de resultados de cálculo con modelos matemáticos, resaltada por Henry (1997).

5. Discusión e implicaciones para la enseñanza

El objetivo del estudio fue analizar la competencia en el cálculo e interpretación de las medidas de asociación en una tabla 2x2 en estudiantes de psicología, después de la enseñanza específica sobre este tema. Para lograrlo, se analizaron las respuestas de 92 estudiantes a una tarea donde tenían que ejercitar estas competencias.

Nuestros resultados muestran que el porcentaje de estudiantes que llegó a un juicio correcto de asociación en la tarea propuesta, utilizando alguno de los coeficientes estudiados durante la enseñanza, fue alto. De hecho, este porcentaje fue mucho mayor que el encontrado por Cañadas et al. (2013a) en tareas en las que se pedía un juicio intuitivo de asociación en tablas de contingencia a estudiantes de psicología (n=213) sin instrucción sobre el tema.

En el estudio de Cañadas et al., los estudiantes que no conocían las medidas de asociación utilizaron estrategias intuitivas y, en su mayoría, aceptaron la asociación entre las variables, incluso en los casos en que no existía, observándose el fenómeno de la correlación ilusoria y el efecto de las teorías previas sobre sus juicios de asociación. Además, las estrategias intuitivas correctas fueron utilizadas por menos del 20% de los estudiantes en la citada investigación. En nuestra investigación, por el contrario, la mayoría de los participantes mostró competencia en el uso del programa de cálculo para

obtener los valores correctos y una amplia proporción llegó a una interpretación correcta del tipo de asociación. En nuestro estudio también hemos encontrado algunas dificultades en ciertos estudiantes, como la no comprensión del papel de cada celda de la tabla para indicar asociación directa o inversa, lo que conlleva a que asignen un signo erróneo a la asociación. La escasez de interpretaciones de los coeficientes en término de probabilidades sugiere también dificultad por parte de nuestros estudiantes para interpretar probabilidades condicionales que influye en su interpretación de los riesgos relativos, aunque este sería un tema que requiere una investigación más detallada.

Como se indicó en la introducción, las tablas de contingencia son un instrumento útil para la investigación, el trabajo profesional y la toma de decisiones. Más aún, actualmente hay a disposición de los ciudadanos (por ejemplo en Internet) toda clase de datos, lo que requiere la necesidad de desarrollar una mejor comunicación entre los productores de estadísticas y los consumidores. Muchas de dichas informaciones son presentadas en forma de tablas de contingencia, por lo que una persona

estadísticamente culta debiera ser capaz de comprender e interpretar este objeto matemático que es considerado sencillo y, consideramos, no recibe la importancia que merece.

Por otro lado, en nuestro estudio sólo hemos analizado la competencia de los estudiantes con los coeficientes de asociación en tablas 2x2. Adicionalmente, sería interesante analizar la comprensión de los mismos de otros coeficientes; por ejemplo de los coeficientes de asociación para datos ordinales, como el de Spearman, que utiliza para los cálculos los rangos o números de orden de los distintos niveles de variables ordinales.

Todas estas razones sugieren la necesidad de una mayor investigación sobre la enseñanza de las tablas de contingencia y sobre la comprensión de las herramientas matemáticas para el estudio de la misma, como son los coeficientes de asociación.

Agradecimientos: Proyecto EDU2010-14947 (MINN_FEDER) y Grupo FQMN-126 (Junta de Andalucía).

Bibliografía

1. Allan, L. G. y Jenkins, H.M. (1983). *“The effect of representations of binary variables on judgment of influence”*, Learning and Motivation, núm 14, pp. 381-405.
2. Ato, M. y López, J. J. (1996). *Análisis estadístico para datos categóricos*, Madrid: Síntesis
3. Batanero, C., Godino, J. y Estepa, A. (1998). *“La construcción del significado de la asociación mediante actividades de análisis de datos: Reflexiones sobre el papel del ordenador en la enseñanza de la Estadística”* en J. R. Pascual (Eds.), II Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (pp. 169-185). Pamplona: Universidad Pública de Navarra.
4. Cañadas, G. R. (2011). *Las tablas de contingencia para psicología*, Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática.
5. Cañadas, G. R., Contreras, J. M., Arteaga, P. y Gea, M. M. (2013a). *“Problemática y recursos en la interpretación de las tablas de contingencia”*, Unión, núm. 34, pp. 85-96.
6. Cañadas, G. R., Batanero, C., Díaz, M. C. y Estepa, A. (2013b). *“Un estudio de evaluación de la precisión de los estudiantes de psicología en la estimación de la asociación”*, Bolema, vol. 27, n. 47, pp. 759-778.
7. Cazorla, I. (2002). *A relação entre a habilidades viso-pictóricas e o domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos*, Tesis Doctoral. Universidad de Campinas.
8. Chapman, L. J. (1967). *“Illusory correlation in observational report”*, Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior, vol. 6, núm 1, pp. 151-155.
9. Contreras, J. M. (2011). *Evaluación de conocimientos y recursos didácticos en la formación de profesores sobre probabilidad condicional*, Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
10. Crocker, J. (1981) *“Judgment of covariation by social perceivers”*, Psychological Bulletin, vol. 90, núm. 2, pp. 272-292.

11. Díaz, C. (2007). *Viabilidad de la enseñanza de la inferencia bayesiana en el análisis de datos en psicología*, Tesis doctoral. Universidad de Granada.
12. Díaz, J. y Gallego, B. (2006). "Algunas medidas de utilidad en el diagnóstico", *Revista Cubana de Medicina General Integrada*, vol. 22, núm 1.
13. Estepa, A. (1994). *Concepciones iniciales sobre la asociación estadística y su evolución como consecuencia de una enseñanza basada en el uso de ordenadores*, Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
14. Estrada, A. y Díaz, C. (2006). "Computing probabilities from two way tables. An exploratory study with future teachers" en A. Rossman y B. Chance (Eds.), *Proceedings of Seventh International Conference on Teaching of Statistics*. Salvador (Bahia): International Association for Statistical Education. CD ROM.
15. Falk, R. (1986). "Conditional probabilities: insights and difficulties" en R. Davidson y J. Swift (Eds.), *Proceedings of the Second International Conference on Teaching Statistics*. (pp. 292-297). Victoria, Canada: International Statistical Institute.
16. Guàrdia, J., Freixa, M., Però, M. y Turbany, J. (2007). *Análisis de datos en psicología*, Delta, Publicaciones Universitarias.
17. Henry, M. (1997). "Notion de modèle et modélisation en l'enseignement" en *Enseigner les probabilités au lycée* (pp. 77-84), Reims: Commission Inter-IREM.
18. Inhelder, B. y Piaget, J. (1955). *De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent*. (From the child's logic to the adolescent's logic), Paris: Presses Universitaires de France.
19. Jenkins, H. M. y Ward, W. C. (1965). "Judgment of the contingency between responses and outcomes", *Psychological Monographs*, núm 79, pp. 1-17.
20. McKenzie, C. y Mikkelsen, L. (2007). "A bayesian view of covariation assessment", *Cognitive Psychology*, núm 54, pp. 33-61.
21. Meiser, T. y Hewstone, M. (2006). "Illusory and spurious correlations: Distinct phenomena or joint outcomes of exemplar-based category learning?", *European Journal of Social Psychology*, vol. 363, núm 3, pp. 315-336.
22. Pérez Echeverría, M. P. (1990). *Psicología del razonamiento probabilístico*, Madrid: Universidad Autónoma.
23. Roach, D., Gibson, D. y Weber, K. (2004). "Why is not ± 5 ", *Mathematics Teacher*, vol. 97, núm. 1, pp. 12-13.
24. Ruiz, B. (2006). *Un acercamiento cognitivo y epistemológico a la didáctica del concepto de variable aleatoria*. Tesis de Máster. IPN, México.
25. Schield, M. (2006). "Statistical literacy survey analysis: reading graphs and tables of rates and percentages" en B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*. Cape Town: International Statistical Institute and International Association for Statistical Education. On line: <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase>.
26. Smedlund, J. (1963). "The concept of correlation in adults", *Scandinavian Journal of Psychology*, núm 4, pp. 165-174.
27. Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). "Statistical thinking in empirical enquiry (con discusión)", *International Statistical Review*, vol. 67, núm. 3, pp. 223-265.
28. Zieffler, A. (2006). *A longitudinal investigation of the development of college students' reasoning about bivariate data during an introductory statistics course*, Tesis doctoral. University of Minnesota.