La transposición contextualizada: un ejemplo en el área técnica

Elia Trejo Trejo
Natalia Trejo Trejo
Universidad Tecnológica del Valle del Mezquital

Resumen

En este artículo se identifica la transposición contextualiza descrita en la Teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias; a partir de esta última se hace un análisis de la transformación que sufre un conocimiento desde el nivel matemático hasta el nivel de aplicación de las matemáticas, en el contexto del nivel Técnico Superior en Procesos Alimentarios. También se consideran algunas de las ideas fundamentales de Chevallard en la Teoría sobre la Transposición Didáctica. Para evidenciar las transposiciones didáctica y contextualizada, se analiza el tema del sistema de ecuaciones algebraicas lineales y su aplicación en un problema del área técnica. Los hallazgos señalan que los sistemas de ecuaciones lineales, como son presentados en las clases de matemáticas, difieren al momento de ser aplicados en el área técnica. Esta situación da cuenta de la dificultad de los estudiantes para transferir y aplicar el conocimiento matemático.

Palabras clave

Ecuaciones algebraicas lineales, Matemática en el Contexto de las Ciencias, transposición contextualizada, transposición didáctica.

Contextual Transposition: An example in the technical area

Abstract

In this article, we identify the contextual transposition described in the Mathematics in the Science Context theory. Based on this, we analyze the transformation that knowledge undergoes from the mathematical level to the level of mathematical application in the context of Advanced Technician in Food Processing. We also considered some of Chevallard's fundamental ideas in his theory of Didactic Transposition. To demonstrate the didactic and contextual transposition, we analyzed the system of linear algebraic equations and its application in a problem in a technical area. The findings indicate that systems of linear algebraic equations as presented in mathematics classes differ from their application in technical areas, accounting for the difficulty for students in the transference and application of mathematical knowledge.

Keywords

Linear algebraic equations, Mathematics on Sciences Context, contextual transposition, didactic transposition.

Recibido: 15/07/2013
Aceptado: 23/08/2013

Introducción

Una de las ideas esenciales que se manejan en la actualidad con respecto al estudio y la enseñanza de las matemáticas es que los aprendizajes y los saberes sean significativos y aplicables para los estudiantes, tanto en su vida diaria como en su quehacer profesional; es decir, que lo que se observa en la escuela sea productivo en su entorno y en su vida cotidiana; además de que no vean los conocimientos como entes aislados que solamente se crean en un determinado contexto o por personajes que nada tienen que ver con su vida. Esto es lo que podemos observar cuando Chevallar menciona que el saber erudito se crea sin la pretensión de ser enseñado; es la intención de difundirlo la que da pie al proceso de transformación didáctica, que se conoce como transposición didáctica.

Desde esta perspectiva, en el sistema didáctico cobran la misma importancia el profesor, los estudiantes, los conocimientos a enseñar (saberes) y el contexto. Sin embargo, es papel fundamental del profesor el dominio del conocimiento matemático aplicado a áreas de formación del estudiante, con la finalidad de establecer propuestas didácticas que resignifiquen las matemáticas y contribuyan a que los estudiantes dejen de percibirlas como un cúmulo de datos y ecuaciones algorítmicas descubiertas por investigadores, y de pensar que aprenderlas consiste en memorizar procesos para dar con la solución automática de problemas planteados por el profesor (Camarena, 2000). Presentar una matemática como la descrita provoca que el estudiante no sea competente en la transferencia del conocimiento matemático para solucionar problemas reales y en aplicarlo en su contexto profesional. Consecuentemente, es función del profesor fomentar la integración de los conocimientos matemáticos en el área técnica de los futuros profesionistas y, desde luego, saber cómo presentar los conocimientos para facilitar su aprendizaje.

Aun cuando sabemos que los nuevos modelos educativos se centran en el estudiante y su aprendizaje, se ha considerado importante analizar cómo se presenta en el aula el conocimiento matemático y los cambios necesarios que sufre (transposición) para ser utilizado en el área de competencia de los estudiantes. Lo anterior se justifica, dado que una vez que se conoce lo anterior se pueden diseñar y rediseñar estrategias didácticas que vinculen el conocimiento matemático con el de otras áreas de conocimiento, coadyuvando, así, en el aprendizaje de los estudiantes.

Problema de investigación

En el nivel Técnico Superior Universitario, específicamente en el Programa Educativo de Procesos Alimentarios, es común encontrar que los estudiantes aprueben la materia de matemáticas. Sin embargo, más común es la queja de los profesores del área técnica de que, a pesar de aprobar matemáticas, los estudiantes no son competentes en la aplicación de las mismas en las materias técnicas (Trejo y Camarena, 2009; Trejo y Camarena, 2010). Al respecto, se pueden dar explicaciones desde diferentes vertientes, por ejemplo, Camarena (1995) y Rivera y colaboradores (2003) coinciden en que esto se ve favorecido por la falta de conceptualización y por presentar conocimientos aislados, desarticulados y sin significado para los estudiantes. Sin embargo, en la investigación que se reporta por medio de este artículo se asume que la problemática descrita deriva, entre otras cosas, de un proceso de transposición contextualizada. Es decir, la matemática que se enseña en el salón de clases es significativamente diferente a la que se requiere en el área técnica o, en su defecto, sufre modificaciones que el estudiante no conceptualiza, dado que el conocimiento matemático aprendido no es aplicado tal cual fue enseñado por el profesor.

Para dar cuenta de lo anterior se ha seleccionado un problema matemático del área técnica, relacionado con la mezcla de dos gases, clasificado como un problema de balance de materia. Los profesores del área técnica señalan que para solucionarlo se requiere aplicar un sistema de ecuaciones lineales, caracterizándolo como de bajo grado de dificultad.

A partir del problema técnico expuesto, se establece la posibilidad de efectuar un análisis de los conceptos matemáticos presentes en el proceso de enseñanza de un sistema de ecuaciones lineales, para determinar su pertinencia como objetos de enseñanza en el área técnica. Esto es fundamental, debido a que, según Chevallard (1980), no todo concepto matemático es susceptible de ser un objeto de enseñanza, así como no todo concepto enseñado ha sufrido un proceso de transformación adecuado.

Lo anterior justifica el objetivo principal de este trabajo, el cual consiste en analizar la transposición didáctica y la transposición contextualizada presentes en la enseñanza y el aprendizaje de un sistema de ecuaciones algebraicas lineales, en el nivel Técnico Superior Universitario en Procesos Alimentarios.

Marco teórico

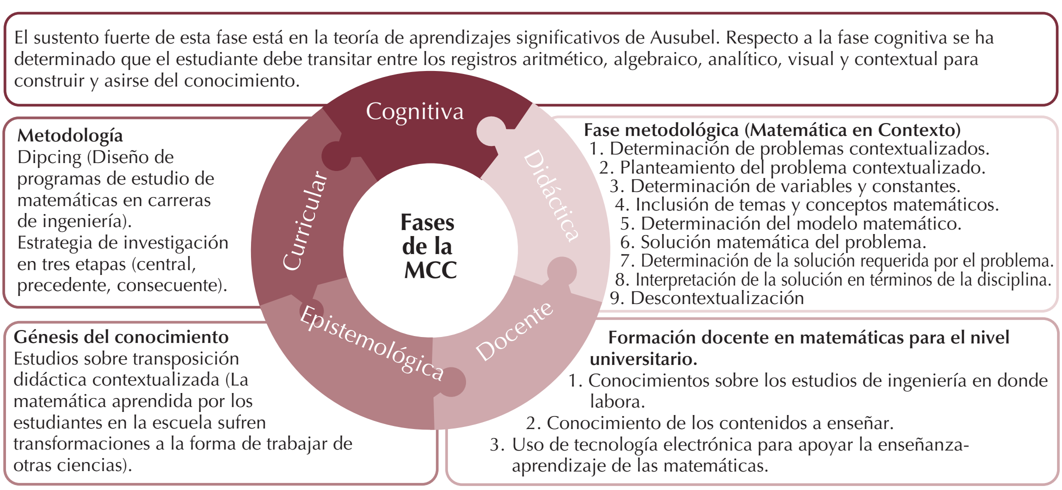
Matemática en el Contexto de las Ciencias

La Matemática en el Contexto de las Ciencias (Camarena, 1984; 1995; 2000) se ha desarrollado desde 1982 hasta la fecha por medio de investigaciones, principalmente en el Instituto Politécnico Nacional de México, y reflexiona acerca del vínculo que debe existir entre la matemática y las ciencias que la requieren, entre la matemática y las situaciones de la vida cotidiana, así como su relación con las actividades profesionales y laborales.

La teoría se fundamenta en tres paradigmas: la matemática es una herramienta de apoyo y una materia formativa; tiene una función específica en el nivel superior; los conocimientos nacen integrados. El supuesto filosófico educativo de esta teoría es que el estudiante esté capacitado para hacer la transferencia del conocimiento de la matemática a las áreas que la requieren, y que con ello las competencias profesionales y laborales se vean favorecidas, porque se pretende contribuir a la formación integral del estudiante y a construir una matemática para la vida.

La Matemática en el Contexto de las Ciencias (MCC) aborda la problemática del aprendizaje y la enseñanza de la matemática en las carreras del nivel superior, donde la matemática no es una meta en sí misma, sino una herramienta de apoyo a las ciencias y una materia formativa para los estudiosos científicos. Para ello, concibe el proceso de aprendizaje y de enseñanza como un sistema en el que intervienen las cinco fases de la teoría: curricular, cognitiva, didáctica, epistemológica y docente (gráfica 1); además, están presentes factores de tipo emocional, social, económico, político y cultural. Como teoría, en cada una de sus fases se incluye una metodología con fundamento teórico, acorde con los paradigmas en los que se sustenta, donde se guían los pasos para el diseño curricular, se describe la didáctica a seguir, se explica el funcionamiento cognitivo de los alumnos y se proporcionan elementos epistemológicos acerca de los saberes matemáticos vinculados con las actividades de los profesionistas, entre otros (Camarena, 1984, 2000, 2006, 2008).

Gráfica 1. Fases de la Matemática en el Contexto de las Ciencias.



Fuente: adaptado de Camarena (1984).

El tipo de problemática abordada en esta investigación incide en la fase epistemológica de la teoría, por medio de la cual se realizan estudios sobre el contenido matemático vinculado con otras ciencias.

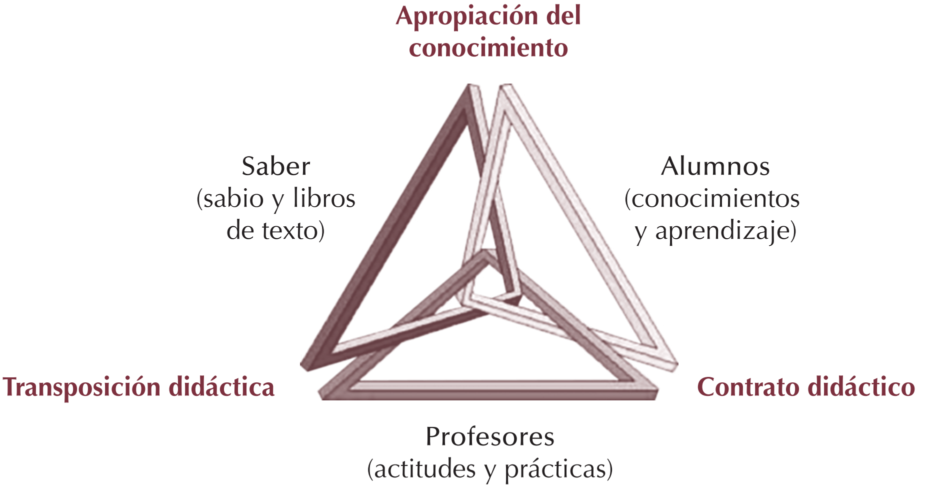
Teoría de la Transposición Didáctica

A partir de la década de 1980 se empieza a cuestionar la relación didáctica docente/alumno para introducir un tercer elemento, un tanto dejado de lado hasta ese momento: el saber. Se constituye, así, la tríada "docente/alumno/saber", conformando lo que ha sido denominado "el sistema didáctico" (gráfica 2); y la relación ternaria que existe entre estos tres polos es calificada por su autor como relación didáctica. En la relación saber/alumno se puede analizar la relación significativa, activa y constructiva en torno de otros alumnos, mientras que en la relación alumno/profesor se establece el contrato didáctico. Es, justamente, en la relación saber/profesor (docente) donde se da la transposición didáctica, punto de interés del presente artículo.

Como se observa en la gráfica 2, Chevallard toma como punto de partida un enfoque sistémico, es decir, que considera el análisis del saber y su funcionamiento en el sistema didáctico. Además de considerar los sistemas didácticos materializados en una clase, los cuales están formados por tres subsistemas (el profesor, los alumnos y el saber enseñado), este enfoque considera en su entorno un sistema de enseñanza.

De acuerdo con Chevallard (1988), en el sistema de enseñanza influye la "noosfera", que comprende a todas las personas que

Gráfica 2. Tríada didáctica.



Fuente: Adaptado de Chevallard (1985).

en una sociedad piensan sobre los contenidos y métodos de la enseñanza. Es en la noosfera donde se desarrollan los problemas que nacen del encuentro entre la sociedad, sus exigencias y el sistema de enseñanza. Es allí donde se definen y se discuten las ideas sobre lo que puede cambiarse y sobre lo que sería necesario hacer; es donde se realizan las posibles negociaciones y se buscan las soluciones. De cada componente, el sistema didáctico considera solamente los aspectos compatibles con los actos didácticos:

a. Alumno: es considerado como un sujeto psicológico y social, pero fundamentalmente es un sujeto que conoce y establece relaciones con un dominio específico del saber.
b. Profesor: es quien enseña. Su interacción con el alumno está determinada por las relaciones que establece con el saber que está encargado de transmitir.
c. Saber: sufre adaptaciones y restricciones, no se puede considerar únicamente como una simplificación del saber científico, pues se trata de un saber didáctico construido a partir de un saber de referencia con una historia y una epistemología.

Aun cuando en la investigación se parte de la importancia del enfoque sistémico, en el presente artículo solo se reportan las adaptaciones que sufre el saber en el salón de clases y, posteriormente, al aplicarlo en la solución de problemas específicos en la formación en un determinado perfil de estudiante, es decir, se da cuenta del punto c.

Siguiendo con las ideas expuestas por Chevallard (1985), este autor insiste en la importancia de un término y su relación a menudo olvidada en la didáctica: el saber y la relación con el saber. El concepto de transposición didáctica remite, entonces, al paso del saber sabio al saber enseñado, y luego a la obligatoria distancia que los separa. De esta manera se identifica la transposición didáctica cuando los elementos del saber pasan al saber enseñado: "un contenido del saber sabio que haya sido designado como saber a enseñar sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para tomar lugar entre los objetos de enseñanza. El 'trabajo' que un objeto de saber a enseñar hace para transformarlo en un objeto de enseñanza se llama transposición didáctica" (Chevallard, 1985).

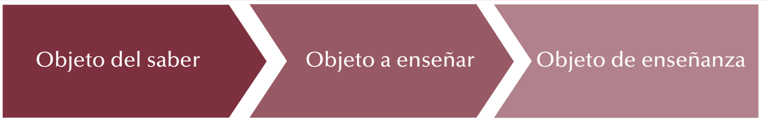
Chevallard (1985) distingue la transposición didáctica *stricto sensu* (sentido estricto) de la transposición didáctica *sensu lato* (sentido amplio). La primera, concierne el *paso de un contenido de saber preciso a una versión didáctica de este objeto del saber* (gráfica 3). La segunda, puede ser presentada por el esquema ubicado en la gráfica 4.

Siguiendo con la idea de Chevallard (1985), un contenido del saber científico (o conocimiento erudito) sufre una transposición

Gráfica 3. Transposición didáctica *stricto sensu*.

Fuente: Chevallard (1985).

Gráfica 4. Transposición didáctica *sensu lato*.

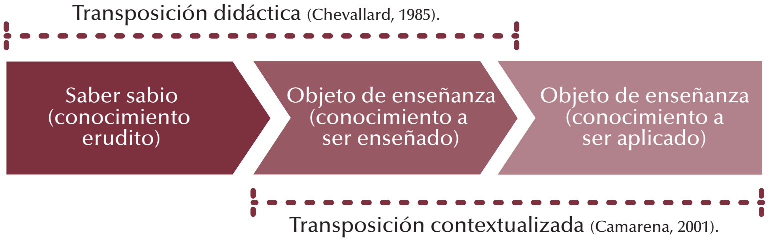


Fuente: Chevallard (1985).

cuando se lleva al aula, convirtiéndose en un saber a enseñar (o conocimiento a ser enseñado) y constituyéndose una transposición didáctica. En el nivel Técnico Superior Universitario se ha detectado que el conocimiento matemático que se recibe en el aula (saber a enseñar) sufre otra transformación al pasar al área de aplicación, construyéndose el constructo teórico de transposición contextualizada, como la ha denominado Camarena (2001, 2008 y 2012). Esta autora denomina este último saber como saber de aplicación (o conocimiento a ser aplicado). Así, el conocimiento escolar se extrae del dominio colegial para insertarse en el ámbito técnico superior, convirtiéndose en un conocimiento a ser aplicado o saber de aplicación. Entonces, el conocimiento en el ámbito escolar es uno, y cuando está en el contexto Técnico Superior Universitario, en donde se le utilizará, es otro (gráfica 5).

En relación con lo anterior, el contenido matemático a enseñar y el contenido matemático de aplicación llegan al ambiente del aula carentes de la situación inicial que dio origen al saber matemático. En este caso, es común que los profesores introduzcan un contexto dentro del cual el estudiante pueda recrear ese conocimiento. En otras palabras, el docente transpone de alguna

Gráfica 5. Transposición contextualizada.



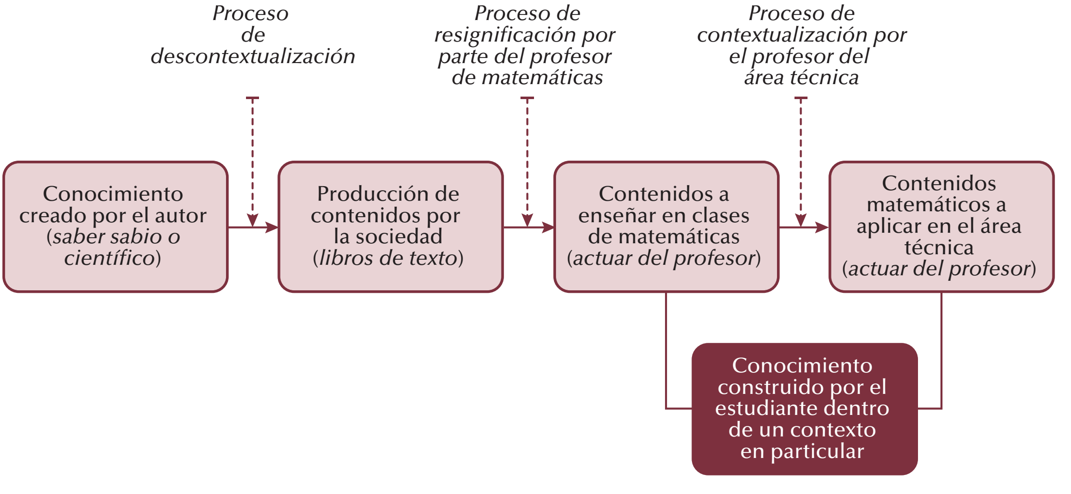
Fuente: Adaptado de Camarena (2001).

manera el objeto a enseñar en objeto de enseñanza. En este proceso se observa la importancia del contexto para dar sentido al saber (gráfica 6).

En atención a la gráfica 6, y de acuerdo con la Teoría de la Transposición Didáctica, el trabajo del profesor consiste en realizar para sus alumnos el proceso inverso al que realiza el erudito o el sabio. Su labor será buscar el o los problemas y situaciones que dieron origen al saber sabio, con el fin de redefinir el concepto; adaptar estos problemas o situaciones a la realidad del alumno, de modo que las asuma y acepte como "sus problemas". Dicho en otras palabras, volver a personalizarlos y, luego, provocarlos mediante problemas y situaciones adecuadas y factibles que permitan la integración de un cuerpo teórico/técnico conocido a una nueva realidad que exija descontextualización y despersonalización del saber aprendido.

Respecto a lo descrito, es evidente la necesidad de una transposición del saber erudito a un saber a enseñar, puesto que los objetos a enseñar deben corresponder a una selección del conjunto de saberes eruditos para hacerlos corresponder con las exigencias de una sociedad. A la estructura que debe ser responsable de efectuar la selección y, por ende, la transposición correspondiente se la denomina noosfera (Chevallard, 1991), entendida como los lugares o instancias donde se llevan a cabo las negociaciones, donde se establecen los cambios entre el sistema educativo y su entorno. Es en ella donde deben proporcionarse soluciones provisorias a los problemas que se presentan en las distintas ternas didácticas, con el objetivo de converger en el proyecto social definido.

Gráfica 6. Procesos de transposición didáctica y transposición contextualizada.



Fuente: diseño propio (2013).

Algunas características de la transposición didáctica

Gómez (2005) refiere que algunas de las características de la transposición didáctica están relacionadas con la desincretización, la despersonalización, lo programable de la adquisición del saber, la publicidad y el control social de los aprendizajes. El autor asevera que estas características son tendencialmente satisfechas por un proceso de arreglo didáctico que se denomina "poner en textos del saber", es decir, la textualización.

Desincretización del saber: la primera etapa en la formación de un saber apropiado consiste en una delimitación de "saberes parciales"; cada uno de éstos se expresa en un discurso autónomo. Este efecto de delimitación produce la descontextualización del saber, su extracción de la red de problemáticas y de los problemas que le dan sentido completo, la ruptura del juego intersectorial constitutivo del saber en sus movimientos de creación y de realización.

Despersonalización del saber: el saber sabio surge en condiciones particulares, o sea, es común que sea el resultado de un problema específico. Cuando este conocimiento se lleva a los salones de clase (saber a enseñar) se despersonaliza, es decir, carece del contexto histórico donde fue creado y el profesor, en el mejor de los casos, recrea algunas situaciones para enseñarlo o, en su defecto, lo muestra como procesos mecánicos, sin vincularlos al resto de los conocimientos matemáticos ni a otras áreas del conocimiento.

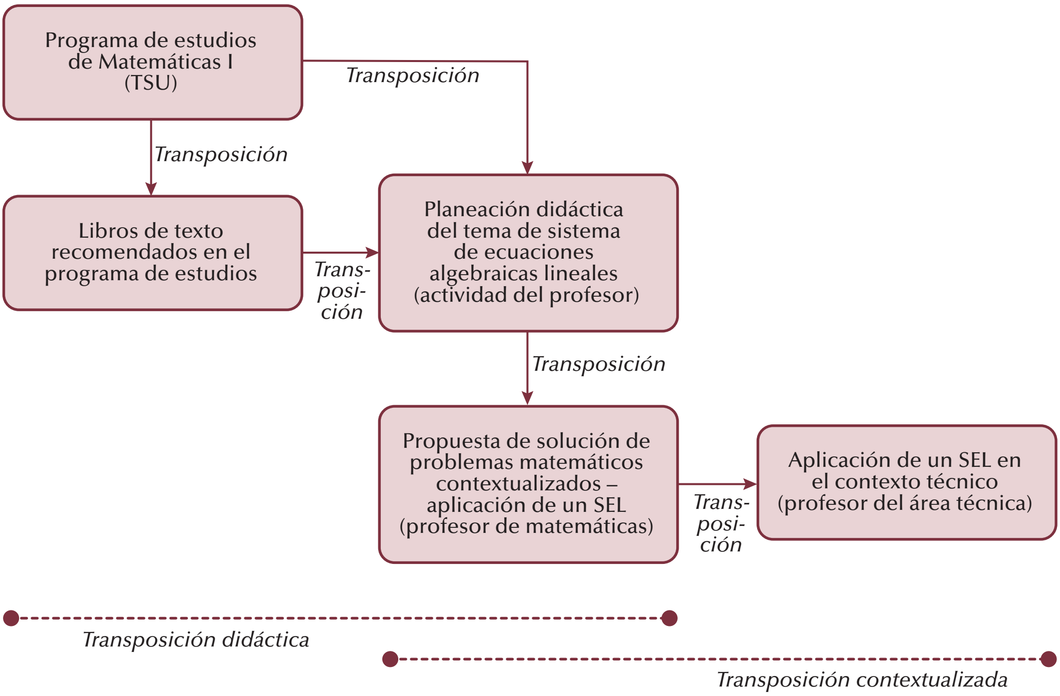
Programabilidad de la adquisición del saber: la textualización del saber supone, igualmente, la introducción de una programación, de una norma de progresión del conocimiento. Entonces, este texto tendrá un comienzo, un intermedio y un fin. El texto procede por secuencias, mientras que, claro está, éste no es el caso del saber sabio de referencia.

Publicidad y control social de los aprendizajes: la objetivación producida por la textualización del saber conduce ella misma a la posible publicidad de este saber. El saber a enseñar se deja ver de esta manera, llega a ser público, en oposición al carácter "privado" de los saberes personales adquiridos, por ejemplo, por mimesis o mimetismo. Esta publicidad, a su vez, permite el control social de los aprendizajes, en virtud de una cierta concepción de lo que es 'saber', concepción fundada (o mínimo legitimada) por la textualización.

Método

De acuerdo con Peña y Pirella (2007), la investigación realizada es de tipo documental, observacional y descriptiva. Como se mencionó en el planteamiento del problema, se trabaja con un

Gráfica 7. Metodología de desarrollo de la investigación.



Fuente: fase metodológica (2013).

problema del área técnica, relacionado con la mezcla de dos gases, en el que se debe aplicar un sistema de ecuaciones algebraicas lineales (SEL) para encontrar la solución. El tema de SEL se aborda en el curso de Matemáticas I. Para analizar cómo influyen los procesos de transposición didáctica y transposición contextualizada en la transferencia del conocimiento matemático al área técnica se trabajó en dos etapas (gráfica 7).

Etapa 1. Análisis de la transposición didáctica en el programa de estudios y libros de texto.

Mediante la investigación documental se analiza el programa de estudios de Matemáticas I del Programa Educativo de Técnico Superior Universitario en Procesos Alimentarios y tres libros de álgebra sugeridos en el mismo. Con esta información se establecen las primeras consideraciones en torno a la transposición didáctica que realiza el profesor para presentar el objeto de enseñanza (SEL) a los estudiantes.

Etapa 2. La transposición didáctica en la clase de matemáticas.

Por medio de un proceso de observación se analizan los apuntes generados por los profesores de matemáticas para el tema de sistemas de ecuaciones lineales. Éstos se contrastan con lo requerido en el programa de estudios de la materia y lo que aparece en el libro de texto que los profesores refieren utilizar para la planeación didáctica de su clase. Se describen los hallazgos como efecto de la transposición didáctica.

Etapa 3. Análisis de la transposición contextualizada en el contexto del área técnica.
En un segundo momento se trabaja con un problema del área técnica, mismo que sugieren los profesores de dicha área y que, de acuerdo con su experiencia, se resuelve mediante un sistema de ecuaciones lineales. Este mismo problema es presentado a los profesores de matemáticas. Se analiza la resolución del problema desde los puntos de vista técnico y matemático. Se describe la problemática en torno a la transposición contextualizada.

Instrumentos de observación: la obtención de los datos para el análisis de las transposiciones didáctica y contextualizada se hace por medio de las producciones escritas de los profesores participantes, así como de los libros de texto y programas de estudio de la materia de Matemáticas I.

Resultados y discusión

En la presente sección se describe cada una de las tres etapas que conforman el proceso de la metodología que se sigue en la investigación.

Etapa 1. Análisis de la transposición didáctica.

a) Programa de estudios
El programa de estudios de Matemáticas I ha sido revisado, porque contiene la posición institucional; en términos de Chevallard, es parte de la noosfera. El programa de estudios es el documento que se entrega a un profesor cuando se le asigna la tarea de impartir el curso, y contiene la información de los qué, cómo, en cuanto tiempo, para qué, por qué, etcétera; constituye la primera referencia con la que cuenta el maestro a la hora de planificar el proceso de enseñanza; es lo que los expertos le están indicando que sus alumnos deberán saber hacer y decir cuando se enfrenten a las situaciones y problemas en los que aparezcan los sistemas de ecuaciones lineales.

En el programa de estudios se observa que a la materia de Matemáticas I[1] (gráfica 8) se le asigna un total de 75 horas, divididas en teoría y práctica; de las cuales 20 horas (15 hrs prácticas

1 Disponible en: http://cgut.sep.gob.mx/Planes%20de%20estudios/tecalimento.htm

Gráfica 8. Programa de estudio vigente del Procesos Alimentarios.

TÉCNICO SUPERIOR UNIVERSITARIO EN PROCESOS ALIMENTARIOS

HOJA DE ASIGNATURA CON DESGLOSE DE UNIDADES TEMÁTICAS

1. Nombre de la asignatura	**Matemáticas I.**
2. Competencias a la que contribuye la asignatura	Industrializar materias primas, a través de procesos tecnológicos, para producir y conservar alimentos que contribuyan al desarrollo de la región.
3. Cuatrimestre	Primero
4. Horas Prácticas	55
5. Horas Teóricas	20
6. Horas Totales	75
7. Horas Totales por Semana Cuatrimestre	5
8. Objetivo de la Asignatura	El alumno resolverá sistemas de ecuaciones, mediante el empleo de aritmética básica, álgebra y métodos de matrices, para contribuir al control de los procesos en la industria alimentaria.

Unidades Temáticas	**Horas**		
	Prácticas	**Teóricas**	**Totales**
I. Aritmética básica.	7	3	10
II. Álgebra.	18	7	25
III. Ecuaciones matemáticas.	15	5	20
IV. Matrices y determinantes.	15	5	20
Totales	**55**	**20**	**75**

MATEMÁTICAS I

UNIDADES TEMÁTICAS

1. Unidad Temática	**III. Ecuaciones matemáticas.**
2. Horas Prácticas	15
3. Horas Teóricas	5
4. Horas Totales	20
5. Objetivo	El alumno resolverá sistemas de ecuaciones lineales y su representación gráfica, para la interpretación de información en los procesos alimentarios.

Temas	**Saber**	**Saber hacer**	**Ser**
Ecuaciones lineales	Explicar el concepto de la recta y sus componentes pendiente y ordenada al origen en una ecuación lineal	Despejar variables de ecuaciones lineales. Calcular los componentes de la recta a partir de una gráfica.	Trabajo en equipo Proactivo Organizado Preciso Deductivo Creativo Observador Disciplinado Sistémico Autodidacta Responsabilidad Perseverancia
Resolución del sistema de ecuaciones lineales	Identificar el concepto del sistema de ecuaciones lineales y sus tipos de soluciones: única e indefinida.	Resolver sistemas de ecuaciones lineales.	Trabajo en equipo Proactivo Organizado Preciso Deductivo Creativo Observador Disciplinado Sistémico Autodidacta Responsabilidad Perseverancia

MATEMÁTICAS I

Proceso de evaluación		
Resultado de aprendizaje	**Secuencia de aprendizaje**	**Instrumentos y tipos de reactivos**
A partir de un caso práctico de la industria alimentaria, elaborará un reporte que contenga: - Datos - Identificación de variables - Planteamiento del sistema de ecuaciones - Resolución del sistema de ecuaciones - Interpretación de resultados - Conclusiones	1. Identificar los conceptos de ecuaciones matemáticas y sus tipos. 2. Identificar la representación gráfica de los tipos de ecuaciones. 3. Comprender los procedimientos de resolución de ecuaciones lineales. 4. Comprender el procedimiento que origina una ecuación lineal y un sistema de ecuaciones, a partir del enunciado de un problema.	Estudio de casos Lista de cotejo

MATEMÁTICAS I

FUENTES BIBLIOGRÁFICAS

Autor	**Año**	**Título del Documento**	**Ciudad**	**País**	**Editorial**
Grossman	(2007)	*Álgebra lineal*	México, D.F.	México	Mc Graw-hill
Baldor, A.	(2009)	*Álgebra*	México, D.F.	México	Publicaciones Cultural
Ayres, F	(1983)	*Álgebra lineal*	México, D.F.	México	Mc Graw Hill
Lehmann, L..	(1994)	*Algebra*	México, D.F.	México	Limusa
Peña, J..	(1987)	*Álgebra en Todas Partes.*	México, D.F.	México	FCE
Leithold, L.	(1994)	*Álgebra Superior*	México, D.F.	México	Trillas
Fuenlabrada, V.	(2001)	*Aritmética y álgebra*	México, D.F.	México	Mc Graw Hill
Bosch, C.	(2003)	*Matemáticas Básicas*	México, D.F.	México	Limusa
Rees, P	(1998)	*Álgebra*	México, D.F.	México	Reverté

Fuente: CGUT (2013).

y cinco teóricas) se asignan al estudio de sistemas de ecuaciones lineales, tema de interés en la presente investigación. Esta unidad refiere la necesidad de "aplicar los sistemas de ecuaciones lineales y su representación gráfica para la interpretación de procesos alimentarios". Como se observa, se busca que el estudiante sea competente en la transferencia de conocimientos e interpretación de resultados; sin embargo, cuando se analizan los temas indicados en las columnas del saber y del saber hacer resulta que se privilegian los procesos algorítmicos. Este procedo didáctico se contradice con lo esperado del resultado del aprendizaje, que requiere, como evidencia del mismo, la entrega de un reporte de caso práctico en la industria alimentaria que incluya identificación de datos, variables, resolución matemática e interpretación. Consecuentemente, en la interpretación del programa de estudios por parte del profesor se tiene un primer proceso de transposición didáctica, pues lo que esperan los expertos que sea enseñado difiere de lo que los profesores "interpretan" que deben enseñar.

b) Libros de texto

Se han analizado los libros de texto sugeridos en el programa de estudios de Matemáticas I (*Álgebra*, de Baldor; *Álgebra*, de Rees; y *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica*, de Swokowski; cuadro 1), dado que son otra vertiente indispensable para analizar la transposición didáctica del saber avalado por la sociedad al enseñado en el aula de clases, además de que es común que los profesores hagan uso de ellos para realizar la planificación de sus materias.

Los criterios considerados en el análisis fueron: extensión de conceptos sobre sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas; estructura general del tema; método utilizado en la exposición y presencia de resolución de problemas mediante sistemas de ecuaciones lineales.

En los libros analizados, los autores declaran que los escribieron con la preocupación fundamental de ayudar a profesores y estudiantes a hacer accesibles la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Sin embargo, se percibe en cada uno ellos que el autor plasma lo que él piensa que es el álgebra y lo que significa enseñar y aprender la disciplina.

Durante el análisis de los libros de texto se observa que éstos tienen una influencia directa en cómo el profesor muestra el conocimiento a enseñar. Transponer el contenido del libro, lo que se relaciona directamente con la experiencia docente y el conocimiento disciplinar, conlleva a transponer concepciones y creencias, sin estar consciente como profesor de lo que implica realizar esta práctica didáctica. Así, observamos que los libros de texto analizados tienen en común que para abordar el tema de los sistemas de ecuaciones lineales usan los métodos algebraicos y el método gráfico (por medio de la tabulación), y como aplicaciones de las mismas hacen referencia a problemas de razonamiento matemático, a problemas de la vida cotidiana, o bien a alguna área del conocimiento (química o estadística, por ejemplo). Sin embargo, pueden ser distantes de la realidad de los estudiantes y, en muchas ocasiones, al privilegiar el uso de algoritmos y la solución de problemas de aplicación "tipo" no se puede aplicar el conocimiento matemático a las áreas técnicas. Consecuentemente,

Cuadro 1.
Libros de texto analizados.

Texto analizado	Baldor, A. (1999). *Álgebra*, (7ª reimpresión). México, D. F.: Publicaciones Cultural.	Swokowski, E., y Cole, J. (1992). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica,* (3ª ed.). México, D. F.: Grupo Editorial Iberoamérica.	Rees, P. K., y Sparks, F. W. (1998). *Álgebra*. México, D. F.: Reverté Ediciones.
Ubicación del tema (extensión de conceptos)	El texto tiene 34 capítulos, de los cuales los 24, 25 y 26 se dedican al estudio de ecuaciones simultáneas de primer grado con 2, 3 o más incógnitas, así como a la solución de problemas.	Los capítulos 9. 1, 9. 2 y 9. 3 de 11 se dedican al estudio del sistema de ecuaciones lineales (en capítulos posteriores se hace una introducción al álgebra lineal).	Las ecuaciones simultáneas de primer grado se abordan en el capítulo 9, de los 22 capítulos que contiene el texto.
Estructura general del tema	El capítulo inicia definiendo los sistemas de ecuaciones simultáneas, equivalentes y el sistema de ecuaciones lineales. Se muestran los métodos de solución (sustitución, igualación, reducción y determinantes) de sistemas con números enteros y fraccionarios (incógnitas, tanto en numerador como en el denominador). Al final de cada método se presenta una serie de ejercicios. Se presenta el método gráfico por tabulación como estrategia de solución a los sistemas de ecuaciones lineales.	El capítulo inicia con la definición de un sistema de ecuaciones lineales, para posteriormente dar los pasos o reglas para el método de sustitución; se esbozan las gráficas de las ecuaciones involucradas en el sistema, pero ya no se explica la realización de las mismas, dado que se aborda en un capítulo previo. Se procuran aplicaciones mediante problemas vinculados con otras áreas del conocimiento o de la vida cotidiana.	El capítulo inicia haciendo referencia al tema mostrado en el capítulo 4 (ecuaciones lineales), para después explicar la solución gráfica (por medio de tabulación) de los sistemas de ecuaciones lineales; posteriormente, se explican dando el procedimiento para resolver los sistemas por los métodos algebraicos de solución (sustitución, igualación, reducción). Al final de cada uno de los métodos se muestran ejercicios. Se presentan algunos problemas de aplicación a resolver con sistemas de ecuaciones lineales. Al final del capítulo se dedica un espacio para el método de determinantes.
Método de exposición del tema	El autor hace una explicación descriptiva (paso a paso) de cómo resolver un sistema de ecuaciones con diferentes métodos.	El autor hace una explicación descriptiva, pero no tan detallada, de cómo resolver un sistema de ecuaciones por medio del método de sustitución y gráficamente, da una importancia especial a la solución de problemas.	El autor hace una explicación descriptiva de cómo resolver un sistema de ecuaciones con el método gráfico y algebraico, así como la estrategia para plantear y resolver problemas de aplicación.
Presencia de problemas	Se dedica el capítulo 26 a la solución de problemas mediante sistemas de ecuaciones lineales. Los problemas son de razonamiento matemático y algunos de la vida cotidiana, donde hay que decidir cuánto comprar, el número de monedas que se tienen, la edad de alguien, etc. Están ausentes los problemas de otras áreas del conocimiento.	Los problemas a resolver con el sistema de ecuaciones lineales se presentan al final del capítulo como aplicaciones del tema. Los problemas, básicamente, son de mezclas y de situaciones cotidianas (dimensiones, costos, gastos, etc.).	Como una aplicación de los sistemas de ecuaciones lineales se plantea una serie de problemas en los que hay que determinar costos, número de monedas, distancias, etc. No hay problemas de aplicación en otras áreas del conocimiento.

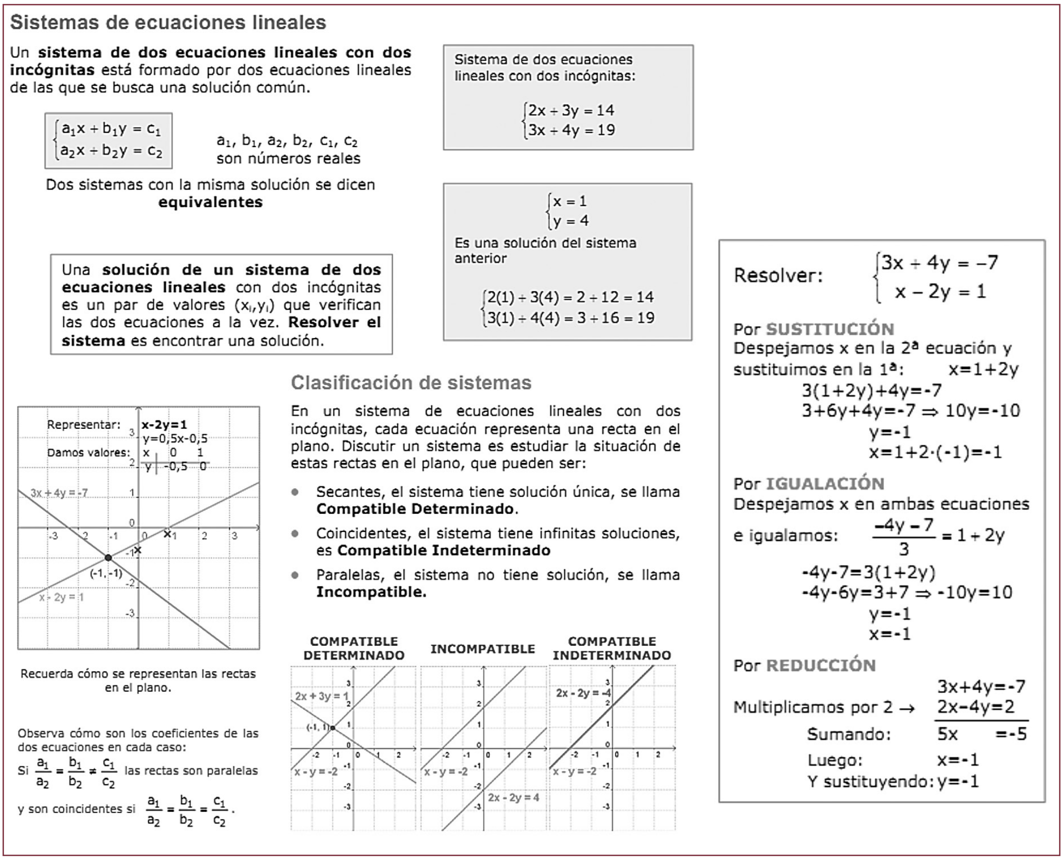
Fuente: Baldor (1999), Swokowski (1992) y Rees (1998).

se considera que el uso de los libros de texto en cuyo tratamiento no está involucrado el contexto del desarrollo del estudiante no promueve que adquiera la competencia de resolver problemas del área técnica aplicando los conocimientos aprendidos.

Etapa 2. La transposición didáctica en la clase de matemáticas.

Como se menciona en la metodología, para realizar esta etapa de la investigación se observó la práctica de los profesores de Matemáticas I, quienes utilizan como libro de texto: Swokowski, E., y Cole, J. (1992). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica*. Con este libro ellos realizan su planeación (gráfica 9) de los temas indicados en el programa de la materia. En la planeación, el profesor inicia definiendo qué es un sistema de ecuaciones

Gráfica 9. Transposición del libro de texto a la preparación de clases del tema de sistema de ecuaciones lineales (SEL).



Fuente: Apuntes del profesor-Procesos Alimentarios (2012).

lineales con dos incógnitas, qué significa su solución y su representación gráfica, por medio del método tabular, así como la clasificación de los sistemas. Posteriormente, muestra los diferentes métodos de solución (sustitución, igualación, reducción). Para concluir el tema, el profesor proporciona una serie de ejercicios para los estudiantes, en los que deberán "poner en práctica" lo aprendido. Una vez que el profesor comprueba el dominio de los algoritmos, procede a las aplicaciones prácticas (solución de problemas), proporcionando problemas que pudieran no ser del interés del estudiante (gráfica 10). Este mismo protocolo se realiza para la enseñanza de un sistema de ecuaciones lineales con tres incógnitas.

Al respecto, se señala que el conocimiento a enseñar sufre una transposición respecto de lo que muestra el autor del libro; el docente simplifica el conocimiento, presentando lo que él considera que debe saber el estudiante (dominio de procedimientos), así como la utilidad que le puede dar al mismo (problemas de aplicación). Sin embargo, tenemos que con esta manera de enseñanza difícilmente el estudiante podrá transferir el conocimiento matemático a la solución de problemas del área técnica. De igual manera, se observa un cumplimiento parcial del programa de estudios, pues se atiende el concepto de saber y saber hacer, pero no del estudio de caso requerido, lo cual podría explicarse por el tiempo asignado a dicho tema y por el desconocimiento del contexto en el que se están formando los estudiantes, dado que el profesor tiene escasamente un año laborando en la institución, aun cuando cuente con la formación académica requerida por el perfil del puesto.

Etapa 3. Análisis de la transposición contextualizada en el contexto del área técnica.

Como se establece en la definición de la transposición contextualizada, se parte de la idea de que el conocimiento enseñado en el aula de matemáticas difiere al requerido en el contexto del área del Técnico Superior Universitario en Procesos Alimentarios. Para analizar este hecho se trabajó con un problema de aplicación específico, propuesto por profesores del área técnica

Gráfica 10. Problema de aplicación de un sistema de ecuaciones lineales.

María y su hija Sara tienen en la actualidad 56 años entre las dos. Si dentro de 18 años Sara tendrá 5 años más que la mitad de la edad de su madre, ¿qué edad tiene actualmente cada una?

Fuente: Apuntes del profesor-Procesos Alimentarios (2012).

quienes aseveran que se resuelve mediante un sistema de ecuaciones lineales utilizando el método de sustitución. Este mismo problema es presentado a profesores de matemáticas para contrastar cómo lo resuelven y verificar la problemática en torno de la transposición contextualizada. El análisis se ha dividido en tres momentos: a) Planteamiento del problema, b) Análisis de la información, y c) Solución del problema e interpretación de los resultados.

a) Planteamiento del problema

En el cuadro 2 se observa la coincidencia de los profesores de matemáticas quienes realizan cambios en la redacción del problema técnico. Esto indica la necesidad de hacerlo más comprensible para los estudiantes. Con este cambio se observa que el lenguaje utilizado en cada una de las materias es diferente, lo cual puede explicar que los estudiantes tengan dificultades para transferir y aplicar el conocimiento matemático.

b) Análisis de la información

Para dar solución al problema planteado se observa que los profesores del área técnica hacen inicialmente un análisis en torno de la información técnica: definen que se trata de un balance de materia y atienden los pasos recomendados para su solución; es decir, identifican las variables a calcular y los datos dados en el texto. Con estas consideraciones plantean un diagrama de flujo y, posteriormente, un diagrama de balance de materia (gráfica 11). Se observa que los profesores del área técnica, al declarar variables y constantes, utilizan una simbología (Y_A, N_2; Y_B, H_2) que aparentemente dista del lenguaje algebraico utilizado con regularidad para definir incógnitas (x, y). En contraste, los profesores del área de matemáticas tratan de representar la información en tablas o cuadros para simplificar la información; identifican variables y constantes; observan que requieren hacer cálculos previos

Cuadro 2. Planteamiento del problema desde el punto de vista de los profesores de matemáticas y del área técnica.

Problema técnico en donde se requiere la aplicación del conocimiento matemático	Problema técnico abordado desde la enseñanza de conocimientos matemáticos
Una corriente de nitrógeno gaseoso (N_2) de 280 kg/h se mezcla con una corriente de hidrógeno gaseoso (H_2) en una unidad mezcladora. A la salida de la mezcladora, se obtiene una corriente total de 40 kg·mol de nitrógeno e hidrógeno por hora. Determinar los moles de hidrógeno que deben suministrarse por hora y el fraccionamiento de la corriente de mezcla.	En un mezclador se mezcla hidrógeno gaseoso (H_2) con nitrógeno gaseoso (N_2); ambos gases tienen una concentración de 100%. El nitrógeno entra al mezclador a una velocidad de 280 kg/h, mientras que se desconoce a qué velocidad entra el nitrógeno. La velocidad de salida de la mezcla es de 40 kg·mol de N_2 e H_2 por hora. Determinar la cantidad de moles de hidrógeno y la cantidad final (en la mezcla) de H_2 y N_2.

Gráfica 11. Análisis de la información del problema matemático contextualizado, por parte del profesor del área técnica.

① Interpretación del enunciado ¿Qué se pide hacer? ①

Se trata de un problema de balance de materia, específicamente de mezcla de dos sustancias en estado gaseoso, estas son N_2 e H_2. Nos piden determinar una corriente de entrada que es desconocida (Moles de H_2).

Variable a calcular

La información que se da en el problema son los flujos de una corriente de entrada (280 kg/h) y de la corriente de salida (40 kgmol/h)

Se conoce la composición de la corriente de entrada y se desconoce la composición de la corriente de salida.

Identificación de variables y constantes (datos dados).

Consideraciones para el problema:

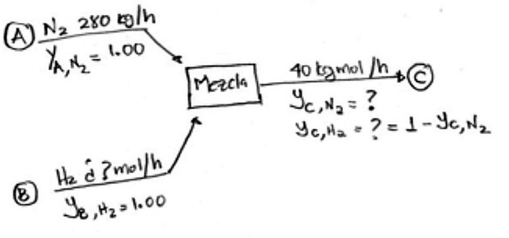
- Todas las corrientes las calcularemos en base al tiempo (hr). ⇐ BASE DE CÁLCULO
- Las concentraciones se calcularán en moles.

Consideraciones técnicas para la realización posterior de cálculos.

② Realizar el dibujo del diagrama de flujo.

Sí: Entradas → $\boxed{\text{Mezcla}}$ → Salida.

Entonces:



Realización de diagrama para comprensión del problema. Definición de incógnitas.

③ ANÁLISIS DEL DIAGRAMA

El nitrógeno (N_2) que entra (A) es nitrógeno puro, por lo cual podemos decir que está al 100% (es puro), esto se puede expresar como.

$$y_{A,N_2} = 1.0$$

Nitrógeno que entra por la corriente (A). concentración

Análisis del diagrama e interpretación de la información contenida en él.

El hidrógeno (H_2) que entra por la corriente (B) es hidrógeno puro, su concentración es del 100%, lo expresamos como:

$$y_{B,H_2} = 1.0$$

Hidrógeno que entra por la corriente (B) concentración

Una vez que se realiza la mezcla, en la corriente de salida (C) se tienen presentes los dos gases (N_2 e H_2), lo que significa que.

$$\boxed{y_{C,H_2} + y_{C,N_2} = 1.0}$$

cantidad de H_2 — Mezclada con — cantidad de N_2 — concentración final (100%)

cantidad = [ ]

Si se tiene la [ ] de H_2 ó N_2 por diferencia se encuentra la otra.

Análisis previo para la solución del problema, e interpretación de los resultados.

Fuente: notas del profesor del área técnica (2013).

Gráfica 12. Análisis de la información del problema matemático contextualizado, por parte del profesor de matemáticas.

Entrada			Salida	
Incógnitas	Nitrógeno (N_2)	Hidrógeno (H_2)	Mezcla	
Velocidad de entrada de c/u de los gases	280 Kg/h	Se desconoce	Velocidad de salida de la mezcla de gases	40 kg.mol/h
Concentración	100	100	Mezcla	$N_2+H_2=1$

Interpretación de la información dada en el problema de aplicación (identificación de variables y constantes).

Observaciones:

1. Las velocidades de entrada y salida tienen diferentes unidades. Para resolver esto es claro que se debe hacer una conversión utilizando conocimientos de química?. Así el profesor de química nos indica que el peso molecular de N es de 14 g/mol por lo que N_2 pesará el doble es decir 28 g/mol. Con esta información se puede hacer la conversión a Kg mol .

Entonces:

1 Kg mol de Nitrógeno =28 Kg de nitrógeno

Cuántos Kg mol de nitrógeno hay en 280 Kg de este gas

Realizando la operación (Regla de tres simple) se obtiene que es de 10 Kg.mol de nitrógeno (equivalente a 280 Kgh^{-1})

2. La concentración, de acuerdo al planteamiento del problema es del 100% que corresponde a un todo, entonces se puede expresar como la unidad.

Consideraciones técnicas que debe realizar el profesor de matemáticas para poder resolver el problema matemático de aplicación al área técnica. Es necesaria la inclusión de conceptos del área de aplicación.

Con las observaciones anteriores se modifica la tabla anterior, expresándola así:

Entrada			Salida	
Incógnitas	Nitrógeno (N_2) x	Hidrógeno (H_2) y	Mezcla (N_2+H_2) x+y	
Velocidad de entrada de c/u de los gases	**10 Kg.mol de N_2**	Se desconoce	Velocidad de salida de la mezcla de gases	40 kg.mol
Concentración	1	1	Mezcla	$N_2+H_2=1$

Uso de la información técnica para replantear el problema en un lenguaje matemático de menor grado de dificultad que el planteado originalmente.

Fuente: notas del profesor de matemáticas (2013).

(conversiones), refiriendo la necesidad de acudir a un profesor de química para poder trabajar en las mismas unidades de medición. En la investigación se considera que extraer un problema del contexto técnico y proponerlo al estudiante sin análisis y tratamiento previos puede convertirse en un obstáculo para su solución, lo cual coincide con lo señalado por Camarena (2001), quien señala que las matemáticas enseñadas en las clases de matemáticas difieren de las utilizadas en las ciencias y la ingeniería.

Es importante destacar que si los profesores de matemáticas no realizan modificaciones en la redacción del problema técnico, tanto ellos como sus estudiantes tendrían problemas para resolverlo. Por ejemplo, en el área técnica se concibe que si no se da la concentración de los reactivos se consideran que son puros; es decir, que tienen una presentación comercial de 100% o 1. Si los profesores de matemáticas no están involucrados en el contexto Técnico Superior Universitario es difícil que hagan esta clase de consideraciones.

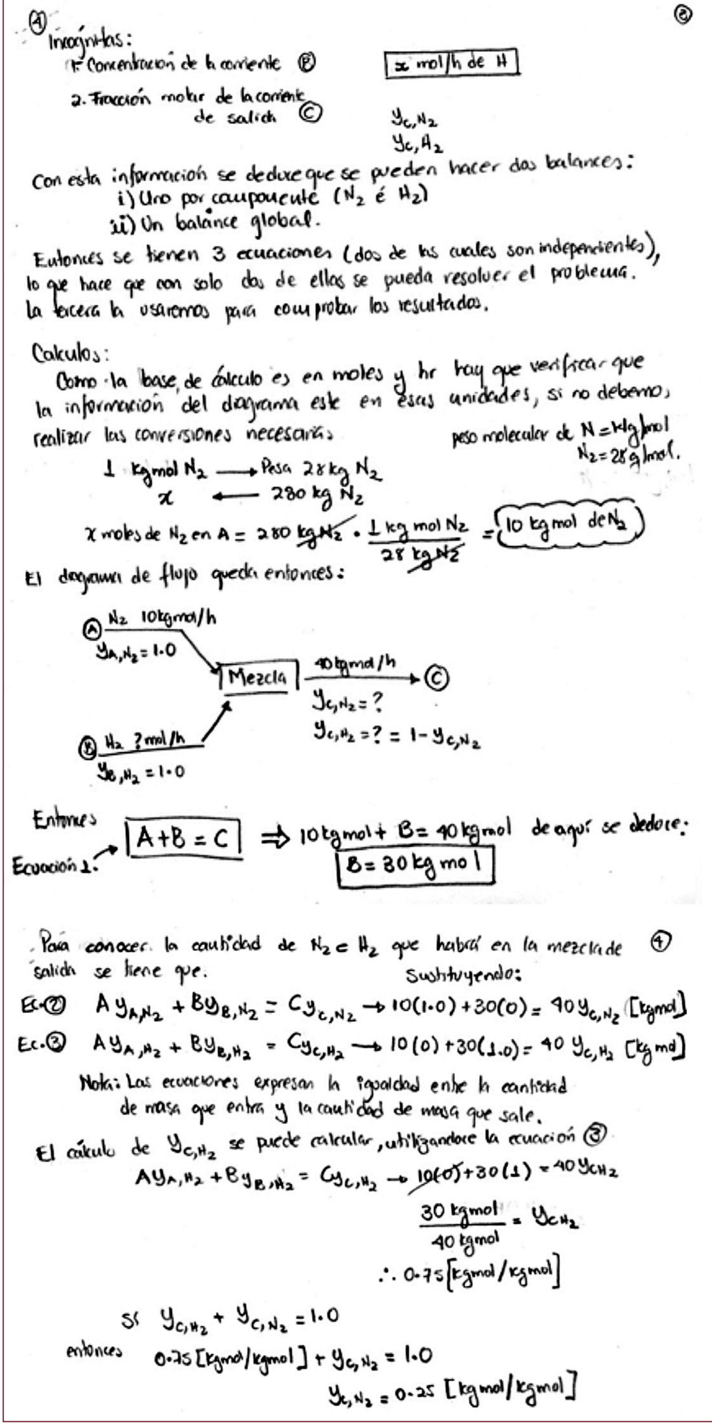
Proponer problemas técnicos para abordarlos en la clase de matemáticas no es una tarea sencilla, pues implica que los profesores de esta materia deben investigar el tipo de problemas que sus estudiantes puedan resolver; es decir, que coincidan con el nivel cognitivo tanto de matemáticas como de los eventos del contexto a enfrentar. Descuidar este aspecto provocará un rechazo mayor hacia las matemáticas, pues a su grado inherente de dificultad se añade el grado de dificultad que supone la integración de los conocimientos técnicos.

c) Solución del problema e interpretación de resultados

Toda vez que los profesores del área técnica realizan el análisis de la información contenida en el problema, proceden a resolverlo (gráfica 13). A pesar de que indican que se resuelve mediante un sistema de ecuaciones lineales es indiscutible que los procedimientos utilizados no corresponden a los que se utilizan en la clase de matemáticas, pues no se hace evidente el planteamiento de dos o tres ecuaciones; más bien, el problema se modela utilizando la ecuación de balance de materia y en ella se sustituye la información técnica proporcionada, resolviendo de esta manera el problema de aplicación. Cuando se encuentran los valores de concentración de hidrógeno y nitrógeno en la mezcla final, así como la velocidad de entrada del hidrógeno, se da por concluido el problema e incluso se considera que con la simbología utilizada para cada uno de los casos se explican los resultados. En el caso de los profesores de matemáticas, plantean las ecuaciones, pero tampoco son resueltas como un sistema; más bien, para encontrar la concentración final de los gases establecen dos ecuaciones en las que se expresa una relación de la cantidad de entrada y salida. Para encontrar estos valores se asumen las ecuaciones como independientes, y de esta manera se resuelven sin establecer un sistema de ecuaciones (gráfica 14). En la última fase de la resolución los profesores resuelven el sistema por método gráfico, utilizando para ello las ecuaciones 1, 3 y 4; comprueban sus resultados e indican la cantidad de hidrógeno y nitrógeno en la mezcla final, así como la velocidad de entrada del hidrógeno. Los resultados de los profesores, tanto de matemáticas como del área técnica, coinciden.

Durante esta etapa, se ve claramente que los profesores de matemáticas tienen algunas dificultades en la solución del problema técnico, dado que no les es familiar el lenguaje técnico ni la interpretación de la información que de él se deriva. Si esto ocurre con los profesores, es lógico suponer que las dificultades que el estudiante enfrenta en la solución de los problemas técnicos se deben a varias razones, entre las que destacan: a) deficiencias conceptuales técnicas; b) las matemáticas aplicadas al área técnica requieren un tratamiento diferente, dado que no surgen los sistemas de ecuaciones lineales "perfectos" que se plantean

Gráfica 13. Solución e interpretación de los resultados, por el profesor del área técnica, del problema contextualizado.



(1)
Incógnitas:
1. Concentración de la corriente (B) $\boxed{x \text{ mol/h de H}}$
2. Fracción molar de la corriente de salida (C) y_{c,N_2} y_{c,H_2}

(2)

Con esta información se deduce que se pueden hacer dos balances:
i) Uno por componente (N_2 é H_2)
ii) Un balance global.

Entonces se tienen 3 ecuaciones (dos de las cuales son independientes), lo que hace que con solo dos de ellas se pueda resolver el problema. La tercera la usaremos para comprobar los resultados.

Calculos:
Como la base de cálculo es en moles y hr hay que verificar que la información del diagrama esté en esas unidades, si no debemos realizar las conversiones necesarias.

peso molecular de N = 14g/mol
N_2 = 28g/mol.

$1 \text{ kgmol } N_2 \longrightarrow \text{Pesa } 28 \text{ kg } N_2$
$x \longleftarrow 280 \text{ kg } N_2$

$$x \text{ moles de } N_2 \text{ en A} = 280 \cancel{\text{kg } N_2} \cdot \frac{1 \text{ kg mol } N_2}{28 \cancel{\text{kg } N_2}} = 10 \text{ kg mol de } N_2$$

El diagrama de flujo queda entonces:

Entonces
Ecuación 1. $\boxed{A + B = C} \Rightarrow 10 \text{ kgmol} + B = 40 \text{ kgmol}$ de aquí se deduce: $\boxed{B = 30 \text{ kg mol}}$

(4)
Para conocer la cantidad de N_2 e H_2 que habrá en la mezcla de salida se tiene que.
Sustituyendo:

Ec. (2) $A y_{A,N_2} + B y_{B,N_2} = C y_{c,N_2} \rightarrow 10(1.0) + 30(0) = 40 y_{c,N_2}$ [kgmol]

Ec. (3) $A y_{A,H_2} + B y_{B,H_2} = C y_{c,H_2} \rightarrow 10(0) + 30(1.0) = 40 y_{c,H_2}$ [kgmol]

Nota: Las ecuaciones expresan la igualdad entre la cantidad de masa que entra y la cantidad de masa que sale.

El cálculo de y_{c,H_2} se puede calcular, utilizando la ecuación (3)

$A y_{A,H_2} + B y_{B,H_2} = C y_{c,H_2} \rightarrow \cancel{10(0)} + 30(1) = 40 y_{cH_2}$

$$\frac{30 \text{ kgmol}}{40 \text{ kgmol}} = y_{cH_2}$$

$\therefore 0.75 [\text{kgmol/kgmol}]$

si $y_{c,H_2} + y_{c,N_2} = 1.0$

entonces $0.75 [\text{kgmol/kgmol}] + y_{c,N_2} = 1.0$

$y_{c,N_2} = 0.25 [\text{kgmol/kgmol}]$

Identificación de variables utilizando una expresión simbólica diferente a la trabajada en clases de matemáticas.

Cálculos previos que deben ser realizados para poder extraer la información que permita plantear una ecuación algebraica lineal.

Con el esquema de balance de materia se plantea una primera ecuación que se resuelve por sustitución directa de la información. Para plantear las ecuaciones 2 y 3 se considera la entrada de los gases como procesos independientes, por lo que se asumen valores de cero. Esto difiere de lo que regularmente se presenta en la clase de matemáticas, donde los sistemas de ecuaciones son perfectos (por ejemplo: dos ecuaciones, dos incógnitas) y se resuelven mecánicamente por algún método algebraico o gráfico.

Se obtienen los resultados sin ninguna interpretación. El método gráfico no es considerado en la solución de problemas técnicos.

Fuente: notas del profesor del área técnica (2013).

Gráfica 14. Solución e interpretación de los resultados, por el profesor de matemáticas, del problema contextualizado.

Con esta tabla se pueden plantear las ecuaciones lineales.

Ecuación 1 (concentración):	x+y=1
Ecuación 2 (velocidad):	10 Kg.mol+y=40 kg.mol

De la ecuación 2 se puede despejar a y para encontrar la velocidad de entrada de hidrógeno. Entonces:

y= (40 Kg.mol) –(10 Kg.mol)

y=10 Kg.mol (Corresponde a la velocidad de entrada del Nitrógeno, con lo cual se da respuesta a la primer pregunta del problema planteado).

Con el análisis de la información el profesor de matemáticas puede establecer la primera ecuación y encontrar la velocidad de entrada del gas.

Para responder la concentración de cada uno de los gases se parte de la ecuación definida para este concepto.

Recordar que: **x + y = 1**

$x = N_2$

$y = H_2$

¿Cómo calcular la concentración de nitrógeno y de hidrógeno con la información dada en las tablas anteriores? La manera en que puede atenderse la problemática es considerando la entrada de forma independiente de cada uno de los gases para establecer la relación de entrada y salida del gas.

Entonces:

Nitrógeno (x)		Hidrógeno (y)		Ecuaciones	Observaciones
Cantidad	Velocidad	Cantidad	Velocidad		
1	30	1	10	10(1)+30(0)=40x Ecuación 3	Para establecer la cantidad de nitrógeno sin considerar al hidrógeno
				10(0)+30(1)=40 y Ecuación 4	Para establecer la cantidad de Hidrógeno sin considerar al nitrógeno

Para encontrar la concentración de los gases de salida los considera como fenómenos independientes. Esta situación puede crear un conflicto cognitivo para los estudiantes, pues para tomar esta consideración se deben vincular los conocimientos técnicos con los matemáticos. Lo anterior aumenta el grado de complejidad del problema matemático a resolver, pues no es una situación evidente ni dada en el planteamiento original del problema.

Con la ecuación 3 se puede obtener la concentración del nitrógeno, despejando para ello dicha ecuación.

10(1)+30(0)=40x
10=40x
x=10/40
x=0.25 Kg.mol de nitrógeno

Con la ecuación 4 se puede obtener la concentración del hidrógeno, despejando para ello dicha ecuación.

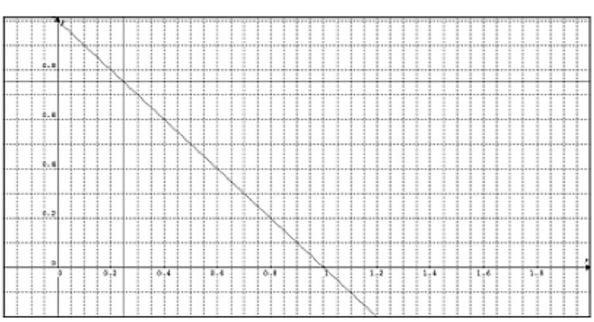
10(0)+30(1)=40 y
30(1)=40 y
y=30/40
y=0.75 kg.mol de hidrógeno

Para comprobar utilizamos la ecuación 1.

x+y=1
0.25+0.75=1

Se obtienen los datos requeridos. Sin embargo, no es evidente el uso de un sistema de ecuaciones lineales como comúnmente se presentan en las clases de matemáticas, en donde los sistemas a resolver por los estudiantes son considerados como perfectos.

Para obtener la solución gráfica, es necesario trabajar con las ecuaciones 1, 3 y 4.



El profesor de matemáticas utiliza las ecuaciones encontradas para resolver el problema matemático. Destaca que es necesario todo el análisis de la información técnica para poder graficar. Éste es el paso más importante para garantizar el éxito en la solución del problema.

Fuente: notas del profesor de matemáticas (2013).

en la clase de matemáticas (un sistema con dos incógnitas bien definidas y fáciles de resolver por el algoritmo enseñado: sustitución, igualación, suma y resta o método gráfico); c) para que un profesor de matemáticas proponga la solución de este tipo de problemas es necesario que él se involucre en el área técnica a fin de garantizar una adecuada transposición contextualizada, de lo contrario, es posible que fortalezca la idea en sus estudiantes de que las matemáticas son difíciles y complicadas de entender y aprender. En este punto es donde se establece la Matemática en Contexto (fase didáctica de la MCC) como una de las estrategias que puede permitirle al profesor vincular las matemáticas con las ciencias y el área técnica. De esta manera, el docente puede establecer propuestas didácticas enfocadas en desarrollar la competencia de resolución de problemas, con los desafíos que esto conlleva para su formación docente, dado que será necesario que se involucre en la carrera con la que colabore; tarea que requiere tiempo didáctico y cognitivo, tanto para él como para los estudiantes.

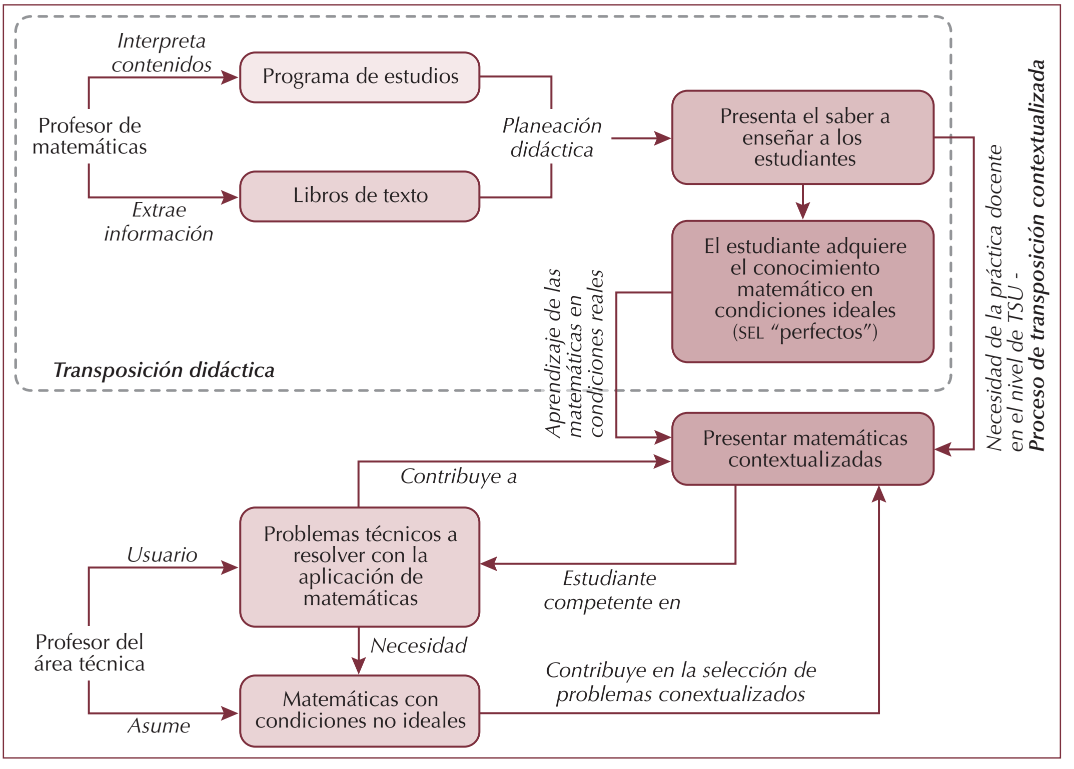
En torno al problema técnico, resuelto mediante un sistema de ecuaciones algebraicas lineales, se identifican varios momentos en los que se presenta la transposición didáctica (gráfica 15) y la transposición contextualizada, a saber:

a. Transposición de los programas de estudio por parte del profesor de matemáticas.
b. Transposición de los contenidos matemáticos de los libros de texto por el profesor de matemáticas.
c. Presentación de los saberes en la clase de matemáticas, concebidos como casos "perfectos".
d. Transposición de los saberes aprendidos por el estudiante.
e. Transposición contextualizada realizada por el profesor de matemáticas al resolver un problema técnico mediante el planteamiento de un SEL, y transposición del profesor del área técnica, donde éste supone que los estudiantes tienen un dominio del saber matemático enseñado.

Conclusiones

A partir del análisis efectuado de transposición contextualizada se evidencia la distancia existente entre cada uno de los saberes vinculados a la enseñanza y el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales y su aplicación en el área técnica para el nivel Técnico Superior Universitario en Procesos Alimentarios. Destaca la enseñanza matemática descontextualizada del área de formación del estudiante, donde predomina una perspectiva reduccionista de la matemática: memorización, desarrollo de procesos algorítmicos y solución de problemas matemáticos en los que

Gráfica 15. Proceso de transposición didáctica y transposición contextualizada en un sistema de ecuaciones lineales (SEL).



Fuente: elaboración propia (2013).

se aplican sistemas de ecuaciones algebraicas lineales perfectas, lo cual dificulta la transferencia del conocimiento matemático al conocimiento matemático de aplicación.

Durante el proceso de análisis se observa que hay una relación directa entre lo que piensa el profesor y lo que enseña, pues su conocimiento afecta, favorable o desfavorablemente, la práctica pedagógica que realiza. Lo mismo aplica al uso que hace de los libros de texto, porque en ellos se observa una carencia de vinculación con otras áreas del conocimiento propias de la formación del estudiante, limitando, por tanto, el aprendizaje.

El concepto de transposición didáctica y transposición contextualizada, tal como ha sido elaborado en la didáctica de las matemáticas y en la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias, respectivamente, puede ser útil y servir de marco para el estudio de los problemas en que habrán de aplicarse las matemáticas, y que corresponden a otras disciplinas. Esto supone tener en cuenta de manera más sistemática las diferentes prácticas que pueden servir de punto de partida para una transposición, pero también supone un mayor involucramiento del profesor de matemáticas en la carrera en la que imparte clases, así como una actividad didáctica autocrítica.

Finalmente, se hace manifiesta la necesidad de determinar si en otros contextos y con otro tipo de problemas de aplicación la matemática, tal como se muestra en el salón de clases, es de utilidad, o si hay que hacer modificaciones para presentarla y garantizar, así, el éxito de los estudiantes al resolver problemas técnicos que requieren la aplicación de las matemáticas, favoreciendo con ello una formación matemática con una función social y de utilidad para la vida profesional de los estudiantes.

Referencias

Baldor, A. (1999). *Álgebra* (7ª reimpresión). México, D. F.: Publicaciones Cultural.

Camarena, G. P. (1984). El currículo de las matemáticas en ingeniería. *Memorias de las Mesas redondas sobre definición de líneas de investigación en el IPN*. México, D. F.: IPN.

Camarena, G. P. (1995). La enseñanza de las matemáticas en el contexto de la ingeniería. *Memorias del XXVIII Congreso Nacional de Matemática Mexicana*. Colima, Mx.: Sociedad Matemática Mexicana

Camarena, G. P. (2000). *Informe del proyecto de investigación titulado: etapas de la matemática en el contexto de la ingeniería*. México, D. F.: ESIME-IPN.

Camarena, G. P. (2001). *Las Funciones Generalizadas en Ingeniería, construcción de una alternativa didáctica*. México, D. F.: Editorial ANUIES, Colección de investigaciones.

Camarena, G. P. (2006). La matemática en el contexto de las ciencias en los retos educativos del siglo XXI. *Científica*, *10*(4), 167-173. Recuperado el 12 de enero de 2013, de: http://www. redalyc. org/articulo. oa?id=61410403

Camarena, G. P. (2008). Teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias. Actas del III Coloquio Internacional sobre Enseñanza de las Matemáticas. Conferencia Magistral, Perú. Recuperado el 5 de mayo de 2013, de: http://www.riieeme.mx/docs/SRBQPatyCamarena2008.pdf

Camarena, G. P. (2012). Epistemología de las impedancias complejas en ingeniería. *Innovación Educativa 12*(58), 35-56. Recuperado el 5 de mayo de 2013, de: http://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4045892.pdf

Chevallard, Y. (1980). The didactics of mathematics: Its problematic and related research. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, *1*, 146-157.

Chevallard, Y. (1985) *La transposition didactique; du savoir savant au savoir enseigné*, París, Fr.: La Pensée Sauvage.

Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires, Ar.: AIQUE grupo editor. Recuperado el 10 de enero de 2013, de: http://www. e-historia. cl/cursosudla/13-EDU413/lecturas/03%20-%20La%20Trasposicion%2 0Didactica%20-%20Del%20Saber%20Sabio%20al%20Saber%20Ense%C3% B1ado%20-%20Yves%20Chevallard%20(pag.%203-24).pdf

Gómez, M. M. A. (2005). La transposición didáctica: historia de un concepto. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, *1*(julio-diciembre), 83-115. Recuperado el 7 de febrero de 2013, de: http://200. 21. 104. 25/latinoamericana/downloads/Latinoamericana1_5. pdf

Rees, K. P., y Sparks, F. W. (1998). *Álgebra*. México, D. F.: Reverté Ediciones.

Peña, T., y Pirella, J. (2007). La complejidad del análisis documental. *Información Cultura y Sociedad*, (16), 55-81.

Rivera, C. R. E., Leyva, S. E., y Amado, M. M. G. (2003). El estudio del dominio del lenguaje algebraico que prevalece entre alumnos de nuevo ingreso. Universidad Autónoma de Baja California-InstitutoTecnológico de Mexicali. *Mosaicos Matemáticos*, (11), 115-120.

Swokowski, E., y Cole, J. (1992). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica* (3ª ed.). México, D. F.: Grupo Editorial Iberoamérica.

Trejo, T. E., y Camarena, G. P. (2009). Problemas contextualizados: una estrategia didáctica para aprender matemáticas. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *22*. México, D. F.: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C.

Trejo, T. E., y Camarena, G. P. (2010). Análisis cognitivo de los alumnos al resolver problemas contextualizados. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *23*. México, D. F.: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C.