

Modelo multidimensional de la conceptualización de las fracciones en 4^o grado

Raimundo Olfos, Tatiana Goldrina, Soledad Estrella

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile.

Raimundo.olfos@ucv.cl

Nivel básico, aprendizaje matemático

Resumen

A partir del estudio de los avances y logros de alumnos de cuarto básico ($n=1532$), se analizó la pertinencia de un modelo multidimensional para explicar la conceptualización de las fracciones. Los hallazgos muestran que el modelo es consistente con los datos y que las categorías de la conceptualización son pertinentes para explicar la conceptualización de las fracciones.

Palabras Claves: Conceptualización de las fracciones, teoría de campos conceptuales,

Introducción

El presente estudio se enfoca en el aprendizaje de las fracciones como la conceptualización de un objeto matemático, en el marco de los aportes teóricos de Vergnaud (1990), Sierpinska (1994), Pirie y Kieren (1994) y Gallardo y González (2006). Vergnaud identifica la representación semiótica como una dimensión del concepto, junto a los invariantes sobre los que reposa su operacionalidad y a las situaciones en que emerge el concepto. La teoría de Pirie-Kieren destaca el aspecto dinámico de la

conceptualización en matemáticas, siempre en construcción; que parte desde un saber primitivo e integra conocimientos previos, imágenes, abstracción de cualidades y niveles superiores de metacognición, estructuración e invención. Sierpinska (1994) desarrolla un enfoque dialéctico, que incluye preconcepciones y esquemas de pensamiento, bajo los cuales la comprensión de los objetos matemáticos por parte de los alumnos corresponde a la superación de los obstáculos epistemológicos subyacentes. Gallardo y González (2006), subsumen las categorías citadas al plantear cinco dimensiones para caracterizar la conceptualización: "origen", "funcionamiento", "evolución", "factores" y "efectos". La dimensión origen hace referencia a las situaciones y circunstancias responsables de la aparición de la comprensión, y acontecimientos concretos previos generadores de tales situaciones. La dimensión funcionamiento, se vincula tanto a las conexiones internas del sujeto con el conocimiento matemático, como a las representaciones externas que para Vergnaud (1990) constituyen parte de la conceptualización. La dimensión evolución se refiere a la faceta dinámica de la comprensión, esto es, al aspecto de permanente crecimiento que caracteriza a la comprensión en matemáticas (Pirie y Kieren, 1994; Kieren, Pirie y Calvert, 1999). La dimensión factores hace referencia a los aspectos condicionantes de la comprensión,

tales como las capacidades cognitivas generales del sujeto y la valoración personal que éste realiza sobre el objeto (Sierpinska, 1994). La dimensión efectos se refiere a los resultados o productos de la comprensión del sujeto, por ejemplo, los comportamientos adaptados y la resolución de problemas, como también a efectos internos como nuevas estructuras cognitivas semánticas resultantes de un cambio en la comprensión.

Sobre la base de los antecedentes expuestos, la Tabla 1 presenta categorías para cuatro

dimensiones de la conceptualización, proveyendo el marco a utilizar en este estudio para medir el nivel de aprendizaje en cuanto nivel de conceptualización de las fracciones en 4º grado de primaria; tema reconocidamente difícil, tanto en la literatura como en los informes de resultados de pruebas nacionales (SIMCE) e internacionales (TIMSS). Cabe hacer notar que la conceptualización es un proceso en permanente construcción, propiedad que es rescatada por la dimensión evolución.

Tabla 1

Dimensiones y categorías para la conceptualización de las fracciones

Dimensión	Descripción	Categorías
Origen	Situación que exige respuesta adaptada	- División - Medida
Representación	Símbolos que ligan a la representación interna	- Lenguaje natural - Pictórico (con y sin unidad de medida) - Numérico (fraccionario y uso de coma decimal)
Evolución	Fases asociadas a niveles de comprensión	- <u>Pre noción</u> : Repartición equitativa, las partes forman todo. - <u>En la noción</u> : Equi-partición, parte todo, reversibilidad - <u>Noción profunda</u> : Posición en la recta, número abstracto. - <u>Más allá de la noción</u> : Complemento, uso de coma decimal, relación cm. y mm., orden.
Efectos	Descripción de acciones o solución de problemas	- Identificación de conceptos en juego. - Aplicación en la resolución de problemas.

El estudio distingue entre el logro –que alcanzan los alumnos al finalizar el periodo escolar–, y el avance –ganancia desde los conocimientos iniciales a los finales. Las preguntas centrales

- ¿cuál es el nivel de avance y el logro alcanzado por los alumnos en la conceptualización de las fracciones?
- ¿Cómo se manifiestan los avances y logros en función de las distintas dimensiones de la conceptualización de las fracciones?

Metodología

Diseño y variables

Se implementó un diseño no experimental, ex-post, que distingue las siguientes variables del alumno sobre la conceptualización de las fracciones: i) avance en la conceptualización de las fracciones, ii) logro en la conceptualización de las fracciones de acuerdo a los contenidos del currículo nacional (Ministerio de Educación, MINEDUC, 2009) y iii) resultados de los alumnos en una prueba nacional de matemática al finalizar el estudio (MINEDUC, 2011).

Instrumentos

Cuestionario. Se diseñó una prueba con 33 ítems de selección múltiple para determinar el nivel de conceptualización del alumno con respecto a las fracciones. Con esta prueba se midió el "logro"

de los alumnos al finalizar el año escolar. Trece ítems de la prueba constituyeron el pre-pos test, la diferencia dio origen a la variable "avance". La prueba alcanzó una confiabilidad de $KR_{20} = .76$, y alcanzó una alta correlación con los resultados de la prueba nacional de matemática (SIMCE 2010) obtenidos por los grupos cursos de la muestra, $r = .68^{**}$, aportando a la validez concurrente del instrumento.

Los ítems fueron adaptados desde instrumentos de evaluaciones a gran escala –SIMCE (MINEDUC, 2009), TIMSS (NCES, 2007), atendiendo a los contenidos del currículum chileno (MINEDUC, 2009) y a las dimensiones establecidas en la Tabla 1 en torno a la conceptualización de las fracciones, garantizando la validez de contenido del instrumento. La Tabla 2 presenta ejemplos de preguntas con las cuatro dimensiones de la conceptualización.

Tabla 2

Ejemplos de preguntas para el alumno con dimensiones sobre la conceptualización

Pregunta B1.

Parte de la figura está sombreada. ¿Qué fracción de la figura está sombreada?				
a) $\frac{5}{4}$	b) $\frac{4}{5}$	c) $\frac{5}{9}$	d) $\frac{6}{9}$	
Origen	Representación	Evolución	Efecto	
División	Pictórico con unidad de medida	En la noción: parte-todo	Identificación del concepto	

Pregunta B3.

El curso de Trinidad tiene 24 alumnos. Todos juegan a la pelota. ¿Cuántos equipos de 6 alumnos se pueden formar para jugar?			
a) 2 equipos	b) 6 equipos	c) 4 equipos	d) 24 equipos
Origen	Representación	Evolución	Efecto
División	Lenguaje natural	Previo a la noción: Repartición equitativa	Aplicación resolución de problema

Pregunta C4.

¿Cuál de las siguientes expresiones es igual a $\frac{1}{10}$? a) 10 b) 1 c) 0,1 d) 0,01			
Origen	Representación	Evolución	Efecto
División	Númerica	Más allá de la noción: Uso coma decimal	Identificación del concepto

Pregunta C2.

¿En qué caso están bien ubicadas las fracciones en la recta numérica?



Origen	Representación	Evolución	Efecto
Medición	Pictórica – Numérica	Noción profunda: Posición en la recta	Identificación del concepto

Participantes

52 cursos de 4º grado con un total de 1532 alumnos. Las escuelas pertenecen a tres comunas grandes de la Región de Valparaíso, Chile.

Procedimientos

Recolección: La aplicación de las pruebas a los alumnos fue en sus aulas y supervisada. El pretest se aplicó al inicio del año y la prueba de logro al finalizar el año lectivo 2010. Análisis: Se realizaron análisis descriptivos del logro y avance de los alumnos en función de las dimensiones de la conceptualización.

Resultados

Conocimientos de los alumnos

Los alumnos respondieron correctamente en promedio un 31% del pretest y un 38,9%

del postest, presentando un avance del 7,9% respecto a la conceptualización de las fracciones (n=40). Además, los grupos cursos alcanzaron un 35,1 % en promedio de respuestas correctas en el test de logro (n=52). Tanto el avance como el logro de los alumnos en relación al aprendizaje de las fracciones son bajos, a pesar de ser éste un contenido curricular obligatorio para 4º grado y contemplado en las evaluaciones nacionales, incidentes estas últimas en el prestigio de los establecimientos y en las contrataciones e incentivos de los docentes.

Como muestra la Tabla 3, elaborada a partir de los ítems del pre-pos test, las dificultades en la conceptualización de las fracciones están asociadas a las categorías de las dimensiones de la conceptualización. Con respecto al factor "origen", los ítems sobre medición muestran mayor dificultad que los de división, lo que se evidencia en avance y logro. Análogamente, las

preguntas referidas a la noción profunda y más allá de la noción muestran mayor dificultad que las preguntas de pre-noción y en la noción. De igual manera, en cuanto a efectos, los logros en los ítems de resolución de problemas –más allá del concepto–, muestran mayor dificultad que los ítems sobre el concepto en juego. Ello

no ocurre en el avance, ya que la dificultad es la misma para los ítems sobre el concepto como para la resolución de problemas. En cuanto a las representaciones, los ítems con representaciones pictóricas resultaron más fáciles que los basados en representaciones numéricas.

Tabla 3

Promedio avance y logro en ítems por dimensiones de la conceptualización de las fracciones

Dimensión	Categorías de la dimensión	Promedio de avance (%)	Promedio de logro (%)
Origen	<i>División o reparto</i>	9	58
	<i>Medición</i>	7	24
Representación	<i>Pictórica</i>	7,7	46
	<i>Numérica</i>	11,3	32
Evolución	<i>Pre-noción</i>	12,5	52,5
	<i>En la noción</i>	9	58
	<i>Noción profunda</i>	11	31,5
	<i>Más allá de la noción</i>	8,3	21,7
Efecto	<i>Conceptos en juego</i>	10	41
	<i>Más allá, Resolución de problemas</i>	10	35

En síntesis, la Tabla 3 muestra que el avance es escaso en todas las dimensiones, del orden del 10%, y que el logro es mayor en las categorías más simples de cada dimensión y en promedio está por debajo del 40%.

El análisis de las dimensiones de la

conceptualización de las fracciones por parte de los alumnos se focalizó en la dimensión “evolución” de la conceptualización. Para presentar los resultados se agruparon las categorías “Pre-noción y en la noción” y las categorías “Noción profunda y más allá de la noción”.

Tabla 4

Porcentajes de Logro y Avance según evolución conceptual

Logro		Avance	
Pre-noción o en la noción	Noción profunda o más allá	Pre-noción o en la noción	Noción profunda o más allá
%	41	18	6,7

La Tabla 4 muestra que los alumnos obtuvieron 18% logro en ítems de las categorías "noción profunda o más allá de la noción" y 41% de logro en ítems simples, "pre-noción o en la noción". Los alumnos obtuvieron mayores logros en ítems simples "pre-noción o en la noción" que, en ítems profundos, "profundos o más allá de la noción".

Discusión

La dimensión "origen" muestra que los problemas de medición son más complejos que los de división o reparto. La dimensión "representación" muestra que los ítems pictóricos son más fáciles que aquellos expresados en lenguaje numérico. La dimensión efecto no muestra con tanta claridad la diferencia entre sus categorías.

En relación a la dimensión "evolución", el estudio muestra el escaso avance y bajo logro de los alumnos. Tanto el avance como el logro fue mayor en ítems simples que en ítems profundos, proveyendo evidencias de la complejidad asociada a la conceptualización, y lo apropiado que resulta utilizar la dimensión evolución, como lo plantean Pirie y Kieren (1994).

Recomendaciones: atender a las distintas

dimensiones de la conceptualización en la enseñanza de las fracciones, cuidando abarcar las dimensiones y ordenar en el tiempo las respectivas categorías.

Proyecciones. Dado que los datos se recogieron desde una muestra estratificada de profesores de una región extensa del país, los hallazgos constituyen un indicio de alcance nacional, siendo de interés para la formulación de políticas públicas; en particular en lo referente a la orientación de la formación inicial y continua del profesorado de educación primaria.

Referencias

- Gallardo, J. & González, J. (2006). *Assessing understanding in mathematics: steps towards an operative model. For the Learning of Mathematics*, 26(2), 10-15.
- Kieren, T., Pirie, S. & Calvert, L. (1999). *Growing minds, growing mathematical understanding: mathematical understanding, abstraction and interaction. En L. Burton (Ed.) Learning mathematics: From hierarchies to networks*, pp. 209-231. Londres: Routledge.
- Ministerio de Educación [MINEDUC]. (2009). *SIMCE 2008. Niveles de Logro 4º Básico para Educación Matemática. Unidad de Currículum y Evaluación* Ministerio de Educación. Chile.
- Ministerio de Educación [MINEDUC]. (2011). *SIMCE*

2010. Niveles de Logro 4^o Básico para Educación Matemática. Unidad de Currículum y Evaluación Ministerio de Educación. Chile.

- National Center For Education Statistics [NCES]. (2007). *Student Questionnaire. grade 4th TIMSS USA*. Department of Education. Washington, DC: U.S.
- Pirie, S. & Kieren, T. (1994). Growth in mathematical understanding: how can we characterise it and how can we represent it? *Educational Studies in Mathematics* 26, 165-190.
- Sierpiska, A. (1994). *Understanding in mathematics*. Londres: The Falmer Press.
- Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 10(2-3), 133-170.
-