

La noción de fracción en su faceta de medida

Margarita Cortés T., Enio Rivas M., Guisell Sepúlveda G., Leonora Díaz M.

Universidad Central, Chile

m.cortes.toledo@gmail.com; eniorivas.m@gmail.com; guisell.s.g@gmail.com, leonoradm@yahoo.es

Educación Superior. Enseñanza y aprendizaje de la matemática

Resumen

Esta ponencia reporta dificultades en el aprendizaje de los estudiantes con respecto a las facetas de fracciones. Varios autores las tipifican, asociando a la fracción las facetas de parte-todo, cociente, razón, operador y medida. El estudio que se reporta se enfoca en la faceta de medida. Con base en la aplicación de preguntas a estudiantes de 7° y 8° básicos escogidos aleatoriamente, se evidenció dificultades en la faceta de fracción, siendo las de parte-todo y operador las facetas más vistas en las aulas, mientras que, la faceta de medida suele ser marginada en el proceso de enseñanza. La problemática se aborda desde una pregunta orientadora ¿Cómo ayuda a los estudiantes a configurar la noción de fracción cuando trabajan midiendo? Las respuestas de los estudiantes a las preguntas con respecto a la faceta de medida fueron disímiles. Tras los resultados obtenidos por medio de reactivos planteados se logró evidenciar el escaso conocimiento de ésta faceta, sin embargo, los registros de los estudiantes logran representar el concepto básico de la fracción a partir de la medida de un objeto.

Esta investigación invita a plantear preguntas que aborden más a indagaciones profundas, relacionadas con la faceta medida aportando alternativas para su enseñanza. Este estudio se propone abordar más adelante la respuesta a la pregunta ¿Cómo los estudiantes se enfrentan a la valoración de magnitudes como la velocidad, tiempo y temperatura, tras trabajar con la faceta de medida?

Palabras claves: fracciones, faceta de medida

Introducción

La problemática de los aprendizajes de fracciones en sus diversas facetas es apreciada por diversos autores. A pesar de ello resta tratarla a fondo en el aula de matemáticas. Una de sus aristas son las dificultades con respecto a la operatoria de fracciones en el segundo ciclo de básica. Un ejemplo de ello es lo señalado por el estudio INCE (2002), referido en el texto de Escolano y Gairín (2005):

La instrucción sobre los números racionales positivos ocupa una parte muy destacada de la Aritmética que figura en los currícula oficiales de la Enseñanza Primaria de España. Sin embargo, un estudio del INCE con alumnos españoles de sexto curso de Educación Primaria (12 años) concluye que son casi tres de cada cuatro

los que tienen dificultad para comprender el concepto de fracción y operar con fracción (INCE, 2002, pág. 2, Escolano y Gairín, 2005, pág. 1).

Por su parte Rebeca Flores (2009) señala que: "Así mismo se reconoce la necesidad de conceptualizar a la fracción a través de todos sus significados, puesto que una opción de enseñanza con solamente una o más de ellos resulta ser inadecuada" (Flores, 2011, pág. 5).

Se reporta un estudio de caso con tres estudiantes de fines del ciclo básico de un colegio municipal de la comuna de Puente Alto. Inicia planteándose preguntas orientadoras con el fin de recoger evidencias acerca de los entendimientos estudiantiles acerca de las facetas de las fracciones, a saber, ¿Qué problema presentan los estudiantes al trabajar con fracciones? y ¿Qué problema presentan los desarrollos del estudiante de fines del ciclo básico al trabajar con fracciones? Entre las facetas de parte-todo, operador y medida las evidencias muestran que la faceta que presenta mayor dificultad es la de medida. Prosigue entonces el estudio con una tercera pregunta orientadora ¿Cómo ayuda a configurar la noción de fracción en los estudiantes de fines del ciclo básico cuando trabajan "midiendo"? de cuya respuesta se ocupa esta ponencia.

Marco Teórico

Existen diversos autores que interpretan a la fracción desde la faceta de medida. Por ejemplo, Escolano y Gairín (2005) definen esta faceta de la siguiente forma:

Consiste en fraccionar la unidad de medida

con la finalidad de crear una subunidad que esté contenida un número entero de veces en la cantidad a medir. La elección de esta subunidad se logra mediante un proceso de ensayo y error y existen múltiples subunidades para medir una misma cantidad. El resultado de la medida se expresa mediante una fracción. (Escolano y Gairín, 2005, p. 12)

Otro autor que resalta la importancia de esta faceta es Rouche (2006, citado en Díaz y Castro, 2011). Asimismo, se cuenta con varios reportes de experiencias de diseño y experimentaciones realizadas en Chile que develan entendimientos de las fracciones en sus facetas de parte todo, medida y razón (Andrade, Díaz y Cabañas, 2012; Acevedo, 2010; Moya, Palma, Rojas, Ulloa y Díaz, 2006; Díaz, 2009; Díaz y Castro, 2009).

Díaz y Castro (op. cit., 2011) se preguntan ¿De dónde parten las fracciones? Para afirmar enseguida que éstas surgen por motivos prácticos, que no emergen como una necesidad del desarrollo histórico de la matemática. Añaden:

Al parecer, la división inexacta da lugar a la fracción, con base en la actividad de medir. Los requerimientos de exactitud en la medida llevan a los fraccionamientos de patrones y de unidades de medida. Es un todo que no resulta partido en enteros iguales. Para su enseñanza y en el marco de la matemática de la variación, nos parece relevante incentivar unos significados fluidos, dinámicos y versátiles de las fracciones con base en sus facetas... No dejar asociada a una sola situación la actividad escolar con las fracciones. Articular con solución de continuidad la actividad humana con las fracciones, identificando una familia de actividades que les son características... (Díaz y Castro, 2009, p. 5).

Estos autores distinguen a las facetas de (a) Medida para los egipcios; (b) Medida y razón en Euclides; (c) Razón en probabilidades; (d) Medidas expresadas en tasas, índices, factores unitarios; y, (e) Medida y Operador. Se suscribe en este estudio la preocupación de los autores mencionados por ampliar las situaciones a las que se recurre en la actividad escolar con las fracciones.

Metodología

Se desarrollan las etapas del estudio guiadas por una pregunta orientadora según una espiral recursiva, metodología que se inscribe en el marco mayor de la investigación-acción. Se inicia con la pregunta orientadora ¿Qué problema presentan los estudiantes al trabajar con fracciones? para seguir con la pregunta orientadora ¿Qué problema presentan los desarrollos del estudiante de fines del ciclo básico al trabajar con fracciones? Los desempeños estudiantiles en sus respuestas a los reactivos que operacionalizan estas preguntas evidenciaron que no es habitual el uso de la faceta "fracción como medida". Entonces la tercera pregunta orientadora se centró en dicha faceta: ¿Cómo ayuda a configurar la noción de fracción en su faceta de medida en los estudiantes de fines del ciclo básico, cuando trabajan "midiendo"? Para abordarla se consideran las magnitudes de longitud, superficie y volumen. Se miden longitudes a partir de la acción de superponer sin traslapar un patrón de medida. A partir de un cierto número de superposiciones se requeriría fraccionar el patrón. De modo análogo ocurre para el caso de la superficie. En el caso del volumen de un cuerpo, se cuantifica el espacio ocupado por el cuerpo considerando una unidad de medida. El reactivo correspondiente evidencia una técnica para medir el volumen mediante la exhaución de un líquido. Es recomendable en

los tres casos comparar distintas unidades de medidas con el fin de valorar el mismo objeto.

En este tercer cuestionamiento de investigación se operacionalizó la pregunta orientadora en reactivos que se aplicaron a tres estudiantes que cursan 7° y 8° grado de enseñanza básica de distintos colegios de la comuna de Puente Alto. Los reactivos fueron entregados con un formato de guía donde se especifican las instrucciones y se indica el uso de lápiz grafito y goma. Los reactivos ofrecieron espacio para que los estudiantes trabajaran midiendo y se familiarizarán de este modo con la faceta de medida de la fracción.

A continuación, se presentan los reactivos:

1. Juan vive en Santiago de Chile y viaja en avión hasta Madrid de España, luego de una semana viaja nuevamente en avión a Sídney de Australia y luego de una semana vuelve a su hogar en avión. Mide la trayectoria en el mapa que recorrió Juanito en avión, usando como unidad de medida un palito de fósforo.
2. Busca un instrumento que se encuentre en tu casa (escoba, lápiz, cuaderno, etc.), y con éste mide las dimensiones de la habitación en que te encuentras (largo, ancho y alto) y encuentra el volumen de dicha habitación.
3. Se entregará un jarro con agua y 3 vasos de distintos tamaños. En grupo, midan la misma cantidad de agua solo con: Vaso grande; Vaso mediano; Vaso chico. (Da tus respuestas en fracción).

Preguntas y Conjeturas

Pregunta 1: Mediante este reactivo, se intenta hacer que el estudiante se familiarice con la faceta de medida de la fracción. Este reactivo busca que mida la distancia de

un punto a otro, en un plano conocido.

Conjetura: Se espera que el estudiante mida las distancias pedidas y vincule la medida que obtiene con una fracción.

Pregunta 2: Mediante este reactivo, se intenta que el estudiante mida un espacio con dimensiones reales y repare que al medir obtiene valores de medidas que expresan cantidades fraccionarias.

Conjetura: Se espera que el estudiante mida con un objeto (patrón no estándar) que él decida, y pueda obtener valores fraccionarios relacionando estos resultados con la faceta de medida de la fracción.

Pregunta 3: Mediante este reactivo, el estudiante se podrá dar cuenta que en su entorno se presentan las fracciones en su faceta de medida de una manera común, y lo evidencia no sólo midiendo distancia, sino que también el volumen del agua.

Conjetura: Se espera que el estudiante mida el volumen de una determinada cantidad de agua con distintos tamaños de vasos. Además de expresar su resultado en valores fraccionarios de sus patrones arbitrarios de medida.

Discusión de resultados

Entre los resultados obtenidos durante la realización de las actividades presentadas, se evidencia que los educandos enfrentan las preguntas considerándolas como poco representativas para un problema de fracción, argumentando que no se aplicaba dicho concepto, sin embargo, al leer detenidamente y al expresar los resultados obtenidos, notan la presencia de fracciones. La faceta de parte-todo en el aula de matemáticas deja una exigua participación a la faceta de medida para los procesos de

enseñanza y aprendizaje. En el reactivo uno es posible observar que efectivamente midieron en los tres casos con los palitos de fósforos toda la trayectoria del avión, en dos casos se dio el resultado de la trayectoria total de avión en valores numéricos, y en el tercer caso se describió cada cantidad participe, sin llegar a la trayectoria total. Uno de los desarrollos registró además el patrón de medida de la magnitud de longitud "palo de fósforo" utilizado como corresponde a un proceso de medida y su comunicación.

Estudiante 1:

$$\frac{4^5}{3} + \frac{12^3}{5} + \frac{5^{15}}{1} = \frac{20+36+45}{15} = \frac{101}{15}$$

$$\frac{4^{x5}}{3} + \frac{12^{x3}}{3} + \frac{5^{x15}}{3} = \frac{20+36+45}{10} = \frac{101}{15}$$

Estudiante 2:

6 enteros
 $6 + \frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = 8 \frac{1}{2}$
 JUANITO recorrió $8 \frac{1}{2}$ palitos de fósforos

6 enteros

$$\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{1} \quad 6 + \frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = 7 \frac{1}{2}$$

Juanito recorrió $7 \frac{1}{2}$ palitos de fósforos

Estudiante 3:

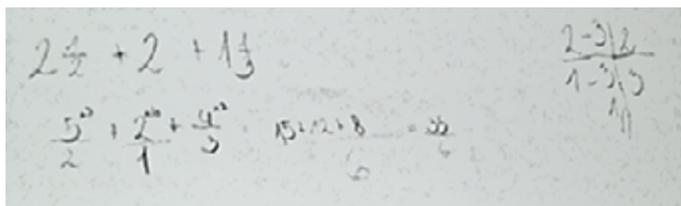
Juanito recorrió todo 6 entero, 2 cuartos y un 4 quinto

Juanito recorrió todo 6 entero, 2 cuartos y un 4 quinto

Posteriormente, en el reactivo dos fue posible observar cómo los estudiantes participaban activamente en la medición de su entorno, aplicando las fracciones en su faceta de medida con mayor facilidad. Escolano y Gairín (2005, pág.3) consideran que "buena parte del conocimiento se adquiere de forma visual", sin duda este es uno de esos casos, a pesar de que la faceta de parte-todo toma las gráficas como parte esencial del entendimiento de ella, la faceta de medida no solo se puede ver, sino que también tocar y hacer partícipe del conocimiento al medio en que vivimos.

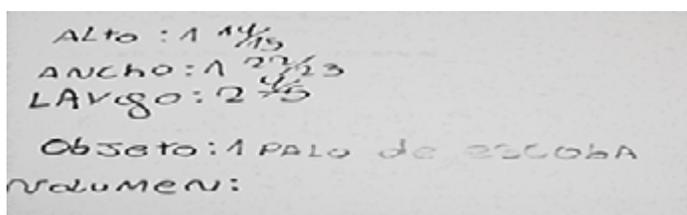
La dificultad observada se tiene principalmente con la magnitud de volumen, donde dos casos no contestaron, y uno aplicó una operación distinta (esto es, explicar aquí esa operación) de la que se requería. Pero esto, tiene más relación con la operación, que con la faceta de medida.

Estudiante 1:



$$2\frac{1}{2} + 2 + 1\frac{1}{3} = \frac{5}{2} + \frac{2}{1} + \frac{4}{3} = \frac{15+12+8}{6} = \frac{35}{6}$$

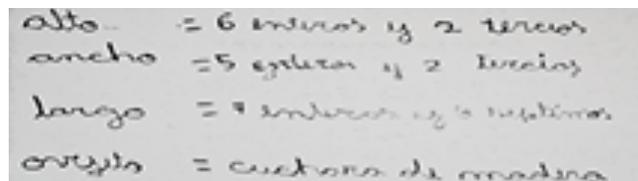
Estudiante 2:



Alto: $1\frac{14}{15}$; Ancho: $1\frac{22}{23}$; Largo: $2\frac{4}{5}$

Objeto: 1 palo de escoba ; Volumen

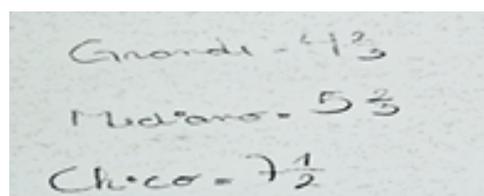
Estudiante 3:



Alto = 6 enteros y 2 tercios
 Ancho = 5 enteros y 2 tercios
 "Ovjeto" = cuchara de madera

Luego en el reactivo 3, los estudiantes entendieron que al igual que en los casos anteriores se podía medir, sin embargo, en este caso era el volumen de agua. Es importante que los estudiantes vivencien este tipo de actividades, como lo menciona Escolano y Gairín, "Se ignora la medida de magnitudes. Al escolar se le oculta la existencia de un proceso de medida". (Gairín, 2005, pág. 3)

Estudiante 1:

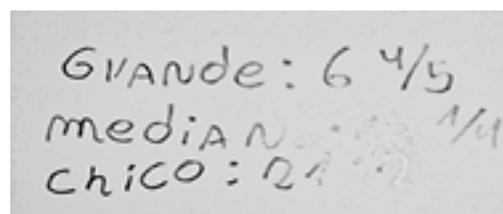


Grande = $4\frac{2}{3}$

Mediano = $5\frac{2}{5}$

Chico = $7\frac{1}{2}$

Estudiante 2:

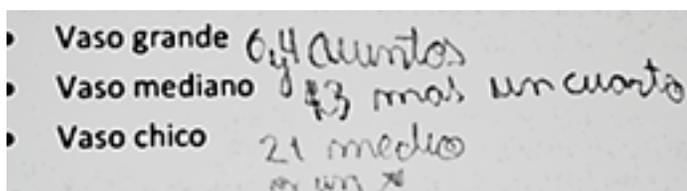


$$\text{Grande} = 6 \frac{4}{5}$$

$$\text{Mediano} = 13 \frac{1}{4}$$

$$\text{Chico} = 21 \frac{1}{2}$$

Estudiante 3:



Vaso grande 6 y 4 quintos
 Vaso mediano 4 3 mas un cuarto
 Vaso chico 21 y un medio

Reflexiones Finales

En el transcurso de las actividades, fue posible constatar que la faceta medida de las fracciones fue utilizada por los estudiantes, toda vez que ellos utilizaron objetos como unidades de medidas para valorar las magnitudes anteriormente mencionadas.

Los tres alumnos encuestados, toman como un desafío a las fracciones en su faceta de medida. Recurren a patrones de medida cotidianos como palitos de fósforos o una escoba. Se constata que en las aulas de matemáticas no se realiza un mayor énfasis en la faceta de medida de las fracciones. El hecho de utilizar herramientas de la vida cotidiana, les hizo pensar otra faceta de fracciones y de manera tangible, midiendo.

Se estima necesario incorporar en la actividad

con fracciones, la actividad de medir, así como cubrir una mayor cantidad de magnitudes para dotar de sentido entre los estudiantes a las fracciones en su faceta de medida.

Esta investigación invita a plantear futuras preguntas que den inicio a indagaciones más profundas, relacionadas a la escasa presencia la faceta medida en las aulas de matemáticas.

Parte de las limitaciones presentes es que esta investigación se basa en tres casos, y se podría acercar a casos con características afines o similares, por lo que no es generalizable.

Referencias

- Acevedo, V. y Díaz, L. (2010). *Validación a nivel piloto de un sistema evaluativo de competencias de pensamiento variacional en la unidad de fracciones en quinto año básico. Tesis de Magíster en Educación. UMCE. Santiago, Chile.*
- Andrade, T., Díaz, L., Cabañas, G. (2012) *Estudiando significados asociados al concepto de fracción. Ponencia en Actas XVI Jornadas Nacionales de Educación Matemática. Santiago, Chile.*
- Behr, M., Lesh, R., Post, T. y Silver, E. (1983). *Conceptos numéricos racionales (Cap. IV). En R. Lesh y M. Landau (Eds.), Adquisición de conceptos y procesos matemáticos. NY.*
- Díaz, L., Castro, I. (2011) *Articulando prácticas para las fracciones con redes conceptuales. XIII Conferencia interamericana de educación matemática, Brasil.*
- Díaz, L. (2009) *Representaciones docentes de la matemática del cambio. XX Encuentro Nacional de Investigadores en Educación y VI Internacional de Investigadores en Educación CPEIP. Lo Barnechea, Chile.*

Escolano, R., Gairín J. (2005) *Modelos de medida para la enseñanza del número racional en Educación Primaria. Revista Iberoamericana de educación matemática. España.*

Flores R. (2010) *Significados asociados a la noción de fracción en la escuela secundaria. Tesis de Maestría en Matemática. México.*

Gallardo, J., González, J., Quispe, W. (2008) *Artículo: Interpretando la comprensión matemática en escenarios básicos de valoración. Un estudio sobre las interferencias en el uso de los significados de la fracción. Revista Latinoamericana de Investigación en matemática educativa. México.*

Moya, Palma, Rojas, Ulloa y Días (2006) *Razonaron y fraccionaron para construir la bandera. Acta Electrónica XIII Jornadas Nacionales de Educación Matemática. Chile.*
