

Aproximación intuitiva a la aleatoriedad. El caso de alumnos de 12 a 14 años.

Teresita Méndez Olave, Ismenia Guzmán Retamal

Universidad de Católica del Maule, Universidad de Los Lagos, Chile

tmendez@ucm.cl; Ismenia.guzman@ulagos.cl

Básica, Enseñanza y el aprendizaje de la Probabilidad

Resumen

Investigamos sobre el pensamiento probabilístico en educación primaria buscando identificar situaciones aleatorias que permiten aprovechar el potencial de las intuiciones de niños de 12 a 14 años para aportar a los enfoques curriculares actuales. Nuestros referentes teóricos consideran el juego como elemento dinamizador, para poner en funcionamiento creencias e intuiciones estudiantiles al describir elementos de aleatoriedad.

En nuestro estudio hemos diseñado una secuencia didáctica de 6 situaciones apoyadas en formato visual, que nos han permitido capturar, en las expresiones estudiantiles, la influencia de la certeza o incertidumbre.

En el curso de esta investigación hemos aplicado cuatro de las situaciones diseñadas. Las primeras observaciones muestran un alto porcentaje de estudiantes que asignan significados desde suposiciones subjetivas. Un porcentaje menor otorga significados de aleatoriedad que les han

permitido reconocer la incertidumbre en esas situaciones.

Palabras clave: Aleatoriedad, equiprobabilidad, suposiciones subjetivas, reconocimiento de la incertidumbre.

Introducción

En el 2013 realizamos una primera exploración sobre el pensamiento aleatorio con 4 niños de 10 a 12 años utilizando imágenes fotográficas como recurso epistémico y una situación creada artificialmente que involucraba la participación del niño en el desarrollo de un juego. El producto de ese estudio fue "Acercamientos a la impredecibilidad en la enseñanza obligatoria", Méndez T. y Díaz L (2013).

El estudio consistió en analizar las respuestas de los niños frente a situaciones presentadas en imágenes fotográficas a partir de las que escribían historias de futuro, indicaban cuán posible la consideraban, utilizando una escala de 1 a 9 en que 1 significaba imposible y 9 absolutamente posible. En el caso del juego, involucrarse en él, respondiendo preguntas sobre su desarrollo aleatorio.

En el presente artículo damos profundidad a diferentes aspectos que en ese momento no

vislumbramos, precisando el marco teórico, la metodología y otros elementos importantes. Además, enriquecimos las situaciones y las implementamos en un curso de la educación obligatoria con jóvenes de 12 a 14 años, lo que nos dio luces para realizar ajustes al análisis a priori e identificar categorías de análisis.

Los resultados obtenidos nos permiten formularnos una nueva pregunta para avanzar y reorientar nuestro estudio.

Antecedentes y Problemática:

Actualmente los sus currículos escolares de matemática se organizan por áreas de conocimiento, una de ellas relacionada al estudio de nociones de probabilidad y estadística, como uno de los tipos de pensamiento matemático a desarrollar en todos los ciudadanos, a través de la educación obligatoria.

En el ciclo de primaria en Chile, Colombia y Uruguay las orientaciones didácticas, proponen desarrollar una aproximación intuitiva de la probabilidad que comienza entre los 9 y 11 años, pretendiendo relacionar la certeza e incertidumbre de una situación a las expresiones: seguro, posible e imposible, del lenguaje natural. Esto se concreta proponiendo enunciados al alumno con el objeto de que este decida que palabra asocia al enunciado.

Desde el análisis didáctico (Brousseau 1998 p 52) se percibe una respuesta sugerida disimuladamente, dejando en evidencia un efecto Topaze de las decisiones curriculares, en consecuencia, para el alumno es cada vez más transparente y fácil responder lo esperado desvirtuando el problema inicial con lo que desaparecer totalmente el conocimiento previsto.

En otro nivel de enseñanza, 10 a 11 años, el currículo sugiere la experimentación de sucesos aleatorios como lanzamiento de monedas, dados y otros artefactos convencionales. Mediante estas experiencias se pone en evidencia la influencia del azar, en fenómenos aleatorios y se aborda el enfoque frecuencial cuyo propósito es asociar la tendencia de la estabilización de la frecuencia relativa a la probabilidad (teórica) del suceso.

Alrededor de los 12 a 13 años, el currículo desarrolla el enfoque clásico o a priori, caracterizado por el análisis que se realiza de las situaciones de incertidumbre, para determinar los sucesos favorables y posibles. La probabilidad de un suceso particular se calcula a través de la regla de Laplace (Meyer (1992) p. 29), la que relaciona los casos favorables al suceso y los casos posibles.

Estas orientaciones curriculares, en general, sugieren problemas convencionales, por ejemplo, juegos de cartas, dados, monedas. Desde nuestra postura interpretamos es visión reducida, puesto que encasilla el azar y la probabilidad al ámbito de los sucesos equiprobables y espacio muestral finito y discreto.

Estas perspectivas de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad han despertado también otros cuestionamientos. Ya que algunos investigadores en educación matemática, sostienen que sólo la recolección y organización de datos obtenidos en juegos de azar, no permiten caracterizar la naturaleza aleatoria de la situación ni tampoco reconocer otras dimensiones de ella, ya que no solo se reduce a los juegos de azar.

Pensamos además que la clasificación de

enunciados sobre incertidumbre en seguro, posible e imposible, que no ha sido manipulado a través de la acción no es suficiente para reconocer su naturaleza aleatoria.

Otras evidencias muestran lo transparente con que diferentes currículos abordan la noción de aleatoriedad, que siendo el nicho privilegiado para el estudio de los fenómenos de la incertidumbre no es considerada un objeto de enseñanza, Batanero (2013).

Azcárate y otros (1998) la conciben como una noción ambigua, compleja y que habitualmente es considerada como un concepto obvio sin que su significado sea analizado con profundidad. Ellos sostienen que es el núcleo central en la construcción de pensamiento probabilístico y que determinados tipos de concepciones pueden ser un claro obstáculo para la comprensión de la naturaleza probabilística de ciertos aspectos de la realidad. La capacidad de reconocimiento y tratamiento de los sucesos aleatorios depende del nivel de reconocimiento de la incertidumbre y la complejidad presentes en estos fenómenos; es decir, de la comprensión de la noción de azar.

Eicher y Vogel (2012), Pratt (2011) han realizado a los actuales currículos de enseñanza de la probabilidad han puesto de manifiesto las debilidades de las actividades propuestas por los currículos de la matemática escolar para abordar el aprendizaje de la probabilidad. Ellos sostienen que el enfoque basado en la utilización de artefactos como dados, monedas y ruletas junto a la simplicidad de las tareas requeridas en los programas de estudio, no permite a los estudiantes alcanzar niveles importantes de cognición, lo que influye de manera importante en la comprensión de los fenómenos aleatorios y en el desarrollo del pensamiento probabilístico,

Nuestro estudio pone en evidencia las limitaciones de las decisiones curriculares, la reducción de los contextos en que se presenta esta importante noción para la comprensión de la realidad.

Formulamos nuestra problemática planteándonos las siguientes interrogantes: ¿qué actividades rompen el esquema tradicional de enseñanza de la probabilidad, en la educación primaria, permitiendo una aproximación intuitiva a la comprensión de la incertidumbre?

¿Cuáles actividades están en la zona de desarrollo real de los estudiantes de 12 a 14 años, para una comprensión de los fenómenos aleatorios?

Consideramos la comprensión de los fenómenos aleatorios en el sentido de la toma de conciencia de las características impredecibles y las múltiples circunstancias que pueden afectar un resultado esperado. Al mismo tiempo la zona de desarrollo real queda determinada por la habilidad del estudiante de resolver independientemente un problema.

En esta comunicación reportamos los resultados de las producciones de 31 estudiantes a una de las situaciones de aproximación a la noción de aleatoriedad, ya diseñadas.

En esta situación por una parte se deja en evidencia el potencial de las intuiciones estudiantiles y por otra se proponen categorías para analizar las concepciones de los niños que permiten clasificar su pensamiento aleatorio.

Para esta comunicación presentamos la primera situación de la secuencia relativa un juego estudiantil que deben imaginar y responder a preguntas que orientan a percibir la aleatoriedad.

Marco teórico

Nos apoyamos en el modelo teórico de las situaciones didácticas concebido por Brousseau (1998) sobre especialmente situaciones adidácticas en que los estudiantes realizan una actividad matemática en forma autónoma y controlando sus resultados.

En vista de nuestro objetivo, concebimos una situación basada en un juego infantil que los niños practican habitualmente desde pequeños. La situación tiene sentido para el estudiante en tanto lo involucra en su desarrollo, a partir de 3 preguntas sobre la incertidumbre del mismo. El contrato didáctico, global de la clase, está implícito en la consigna pero además en la gestión de la clase se considera el trabajo individual, luego entre pares y finalmente una puesta en común animada por el profesor.

El medio didáctico es una situación de juego imaginario en la que involucramos la participación del estudiante como recurso epistémico dinamizador del aprendizaje que puede facilitar el descubrimiento de la noción de incertidumbre. En nuestro estudio en particular es un medio para poner en funcionamiento las creencias e intuiciones de los estudiantes al describir elementos de aleatoriedad en el desarrollo del juego. Pensamos que a través de esta situación podríamos desarrollar en los estudiantes estrategias que les permitan activar sus propios mecanismos de comprensión e interpretación de la incertidumbre.

Metodología de investigación

La metodología es cualitativa ya que interesa determinar concepciones intuitivas de la aleatoriedad y los significados atribuidos

a la incertidumbre. Los participantes son 31 estudiantes de 8° básico, de edades comprendidas entre 12 y 14 años de un colegio municipal de la ciudad de Molina Chile.

Para la investigación hemos diseñado 6 situaciones en formato visual y una situación de juego, presentada en enunciado escrito que involucra la participación imaginaria del estudiante.

Nos proponemos identificar concepciones sobre aleatoriedad, el lenguaje que utilizan, el reconocimiento de la incertidumbre y pesquisar, si existen, contradicciones en sus razonamientos.

Analizamos las producciones de los niños a través de categorías identificadas en el análisis a priori. En este reporte presentamos la situación del juego imaginario, que describimos a continuación.

Tú y cinco amigos juegan a lanzarse la pelota con la mano, ubicados como en el esquema. El juego consiste en mantener la pelota en movimiento, lanzándola de un jugador a otro.



Figura 1

Si la pelota está en juego:

1. ¿Qué posibilidad hay de que el que tiene la pelota te la lance a ti? Explica por qué.
2. ¿Sabrías tú si el que tiene la pelota te la va a lanzar a ti? ¿Explica por qué?
3. Si la pelota estuviera en juego 13 veces sin caer, ¿cuántas veces crees tú que te van a lanzar a ti? Explica.

Análisis a Priori

El análisis a priori da cuenta de distintos niveles de comprensión de la aleatoriedad que pudieran emerger en las producciones estudiantiles.

Se espera que las respuestas provengan de la experiencia, de los estudiantes en situaciones similares y se encasillen en categorías de reconocimiento de cierto grado de incertidumbre.

Por ejemplo, para ¿Qué posibilidad hay de que el que tiene la pelota te la lance a ti? Explica por qué. Se espera que responda: Hay una posibilidad de cinco de recibirla o, expresada en porcentaje, un 20% o 17% aproximadamente, es decir que cuantifiquen la posibilidad de recibirla.

En: ¿Sabrías tú si el que tiene la pelota te la va a lanzar a ti? ¿Explica por qué? No es seguro porque el juego es libre, no tiene reglas de lanzamiento establecidas y es inseguro.

En: Si la pelota estuviera en juego 13 veces sin caer, ¿cuántas veces crees tú que te van a lanzar a ti? Explica. Dos o tres veces, porque efectuando la división $13:6 = 2$ y el 1 que sobra, le puede tocar nuevamente.

No se puede saber porque el juego no tiene orden o por porque no se puede saber lo que ocurrirá en el futuro.

Estas predicciones permiten identificar las siguientes categorías:

Categoría 1: Da explicaciones aleatorias en un lenguaje informal e intuitivo. Cuantifica la posibilidad de ocurrencia en porcentaje, por ejemplo, hay un 20% de posibilidades. La concepción de incertidumbre está relacionada con la percepción de equiprobabilidad. En esta categoría es posible encontrar explicaciones en las que utilicen el término probabilidad en sus explicaciones, como una palabra del lenguaje natural.

Categoría 2 evidencia la incertidumbre expresada a través del lenguaje de la probabilidad, cuantificándola porcentualmente, como en forma de fracción (aunque sea verbal) o como comparación no explícita entre casos favorables y posibles.

Por ejemplo, en expresiones como las siguientes: tiene la misma probabilidad que se la lance a él como a cualquiera de los otros jugadores; no sé, porque el juego no tiene un orden establecido y el jugador que tiene la pelota se la puede lanzar a cualquiera”

Categoría 3: Agrega suposiciones subjetivas externas al desarrollo del juego. Estas le permiten realizar argumentaciones inferenciales con un grado de certidumbre absoluta, que revela el no reconocimiento de la aleatoriedad.

Por ejemplo, tener altas posibilidades de que, si se encuentra en alguna posición diagonal con respecto al jugador que tiene la pelota, se la va a lanzar. De los 13 lanzamientos le tocara

2 o 3 veces a él, en una especie de reparto equitativo. Se concentra para que le lance la pelota, etc. Argumentos inferenciales subjetivos que no permiten reconocer la aleatoriedad en el fenómeno.

Resultados y análisis

La siguiente tabla muestra algunas producciones estudiantiles y sus respectivas explicaciones, de acuerdo a la posibilidad.

Tabla 1⁸ Algunas producciones estudiantiles:

Cate goría	Frec. %	P1:	P2:	P3:
C1	P1: 13 43% P2: 5 17/ P3: 15 a 20 50- 67%	Hay un 17,5% de probabilidades de que la pelota llegue a mis manos porque somos 6 por lo tanto la posibilidad es más remota.	No porque hay más compañeros y obviamente se <u>indecidiría</u> y no sabría a quién tirarla, por eso. Yo pienso que no, porque son 6 jugadores y tiene posibilidades de lanzarle el balón de futbol a cualquier jugador.	De trece veces yo creo que tocaría o tendría el balón unas 3 veces Yo creo que me la lanzarían dos veces más o menos, porque sería como igualdad para todos.
C2	P1: 8 27% P2: 12 40% P3: 3 10%	La posibilidad es de un 50% a cada participante, ya que no se sabe a quién se dirigirá el balón. Y a quien es lanzado finalmente cumple con el 100%	No, no podría saber eso. No estaría 100% segura porque puede cambiar de opinión en un segundo. No podría saberlo ya que podría lanzarla a cualquiera.	Unas 6 veces yo creo porque a cualquiera le puede llegar o no le llega porque es un juego de azar.
C3 SS	P1: 9 30% P2: 3 10% P3: 22 73%	Yo creo que sería un 90% porque si yo no he tomado la pelota podría ser que me la tiraran a mí	Podría ver si me la van a lanzar a mi depende del movimiento que haga el que tiene el balón, sin descartar ninguna posibilidad ya está sin obstáculo.	De 13 oportunidades me la lanzarían 4 veces porque se las pediría a los que tuvieran la pelota
C2 – C3				Si es que va en orden, podría ser 2 a 3 veces es decir en forma de patrón, si es que fuera de manera discontinua no existe la manera de dar una estadística ya que es impredecible.

La tabla muestra que las concepciones más descendidas provienen de las respuestas 1 y 3. Los datos de esta última les inducen a creer con seguridad que recibirán 2 veces la pelota en el

desarrollo del juego.

Las respuestas a la pregunta 1 evidencian la cuantificación de la incertidumbre, expresada

⁸Se ha considerado, en este recuento, clasificar respuestas en dos categorías, cuando corresponda. Ello explica que en algunas categorías el total de respuestas excede al 100%.

en porcentaje. Este aspecto es revelador ya que las curricula solo cuantifican el azar a partir de la noción de probabilidad y en escenarios que se limitan al lanzamiento de dados, monedas, etc.

La equiprobabilidad observada en el juego, induce a un alto porcentaje de estudiantes a cuantificar la aleatoriedad de la situación. Esto se constata en las respuestas a la pregunta 1 y 3 en las que subyace lo equitativo en sus concepciones. Otro porcentaje importante no reconoce la incertidumbre puesto que asigna suposiciones subjetivas al juego, tales como: creer que el juego tiene reglas definidas con las que poder controlar sus resultados en las diferentes situaciones a las que se les expone.

Conclusiones

Este estudio ha motivado abordar el aprendizaje de la probabilidad desde una aproximación intuitiva de la aleatoriedad en la educación primaria. Pretendimos tomar un camino que rompa las restricciones que los actuales currículos proponen limitando el ámbito de estudio de la probabilidad a unos cuantos casos ajenos a los significados que los estudiantes puedan construir. Las producciones de estudiantes de 12 a 14 años, frente a estas actividades han puesto en evidencia los significados atribuidos a la aleatoriedad que surgen desde un razonamiento que les permite concluir desde su subjetividad, interpretamos aquí una suerte de razonamiento argumentativo inferencial que no les permite intuir la noción de aleatoriedad.

Se observa un rango de 10% a 40% de estudiantes que tienen más desarrollado el sentido de la aleatoriedad lo que se manifiesta en

respuestas como "no se puede ver el futuro"; "No podría saberlo ya que podría lanzarla (la pelota) a cualquiera" o en la identificación de otros elementos que pueden influir en el resultado de esta situación aleatoria. Su razonamiento evidencia una argumentación analítica que les permite ver otras posibilidades de ocurrencia y en consecuencia acercarse a la noción intuitiva de aleatoriedad.

Frente a las preguntas formuladas apreciamos que actividades como la formulada para esta comunicación podría poner en funcionamiento las creencias e intuiciones de estudiantes de 12 a 14 años, cuantificándolas antes de dar inicio al estudio de la probabilidad, introduciéndonos en la zona de desarrollo real de los estudiantes. Las respuestas de los estudiantes nos han guiado a identificar experiencias que permitirían aproximarse intuitivamente a la comprensión de esta noción y su reconocimiento en diferentes contextos.

Respecto del alto índice asociado al no reconocimiento de la aleatoriedad es un elemento importante en nuestro reporte ya que nos permite detectar las limitaciones de nuestra investigación y considerar la realización de estudios acerca de las devoluciones pertinentes para encausar el razonamiento del estudiante en la comprensión de la aleatoriedad. Lo que significa que hay que modificar el medio. Nos formulamos nuevamente la pregunta ¿Qué intervenciones sobre el medio se deben realizar para lograr el objetivo enriqueciendo la adidacticidad de la situación, es decir el trabajo autónomo del alumno?

Referencias

- ANEP. 2009. *Programa de Educación Inicial y Primaria*. Montevideo: Rosgal.S.A.
- Azcárate P., Cardeñoso J.M., Porlán, R. (1998). *Concepciones de futuros profesores de primaria sobre la noción de aleatoriedad*. *Enseñanza de las Ciencias* 16 (1), p. 85 – 97.
- Batanero, C (2001), *Didáctica de la Estadística*, Grupo de Investigación en Educación Estadística, Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada
- Batanero, C. (2005) *Significados de la probabilidad en la educación secundaria*. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 8 (3), 247–263.
- Brousseau G. 1998, *Théorie des Situations Didactiques*. *La pensee Sauvage*. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*.
- Lineamientos curriculares colombianos*, Ministerio de Educación de Colombia 1998
- Méndez T., Díaz L, 2013 *Acercamientos a impredecibilidad en la enseñanza obligatoria*. *Lestón Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 27 2013.
- Mineduc 2012 *Bases Curriculares ciclo básico - Programas de curso ciclo básico*.
-